Vorrede.

Wie unentbehrlich nothwendig die Markscheidekunst dem Bergbau ist, und was für wichtige Vortheile demselben durch ihre richtige Ausübung zufließen, bemerket ein jeder, sobald er sich mit der Natur des Bergbaues und denen verschiedenen ihm eigenen Geschäften bekannt gemacht hat. Ist man von der Bauwürdigkeit eines Gebürges durch entblößte Gänge und Erzlager versichert worden, und gedenket man in selbigem einen nutzbaren Bergbau anzufangen, so muß der Markscheider gar bald den richtigen und vortheilhaftesten Weg bestimmen, in das Innere desselben zu gelangen. Die Anlage eines regelmäßigen Grubenbaues, von dem der Wohlstand und Vortheil derer Gruben durchaus abhängt, geschiehet in den allermeisten Fällen, z. E. wenn Oerter und Schächte mit einander durchschlägig werden sollen, oder verlohrne Gänge wieder auszurichten sind, wenn Hauptstolln aus entfernten Gegenden herangebracht und damit in bestimmter Tiefe die Gruben gelöset, auch einzeln verstreute Gruben eines Reviers in eine gemeinschaftliche nutzbare Verbindung zu bringen sind, durch Hülfe der Markscheidekunst. Vorliegende und bekannt gemachte Gänge in bestimmten Entfernungen zu überfahren, ingleichen

bey vorseyenden Durchschlägen in die verlassenen Baue der Alten, die Gefahr abzuwenden, die dem Bergmanne nicht nur mit dem Verluste seines Lebens, sondern auch öfters der Grube den Untergang drohet, ist eine für den Markscheider äußerst wichtige Angabe. Es würde in vielen Fällen großer Aufwand an Geld und Zeit vergebens seyn, wenn man in Herzuführung der Wasser, zum Gebrauch so verschiedener Bergwerksmaschinen, dem Markscheider nicht vorher das Gefälle untersuchen, und die Richtung bestimmen ließe, wodurch die Wasser theils an den Gehängen der Gebürge, in Gräben und Wasserleitungen, theils selbst durch die Gebürge, vermittelst der Röschen, mehrere tausend Lachter herbeygeführet werden sollen. So können auch Gangstreitigkeiten, wobey es auf die Bestimmung der Gränzen und des Eigenthums ankommt, in denen mehresten Fällen, nicht ohne Zuziehung des Markscheiders, durch den rechtlichen Ausspruch entschieden werden.

Da nun aus den hier nur allgemein angezeigten Umständen, die bey so mannichfaltiger Verschiedenheit gemeiniglich auch mit mancherley Schwierigkeiten verbunden zu seyn pflegen, deutlich erhellet, daß der Markscheider fast nirgends zu entbehren ist, sondern allenthalben zum ersten Wegweiser dienen muß, seine Verrichtungen dahero auch beym Bergbau von allgemeinem Umfange sind, und allemal in ihrer Ausübung die größte Genauigkeit erfordern; so ergiebt sich daraus zugleich, wie sehr diese Wissenschaft verdienet hätte,

von

von jeher gründlich vorgetragen, und zur Ausübung mit Fleiß studirt zu werden. Allein dieses Glück ist der Markscheidekunst, wie die Erfahrung zeigt, erst sehr spät wiederfahren. So unbegreiflich es scheinen mag, daß man Jahrhunderte hindurch verkannt hat, wie genau sie mit der Geometrie verwandt sey; oder richtiger zu reden, daß sie nichts anders sey, als Geometrie selbst auf besondere Fälle angewandt, so gewiß ist es doch, daß unter denen durch die Mathematik in den Stand gesetzt werden konnten, ihre Arbeiten gründlich, sicher und leichter zu betreiben, die Markscheider auch gewesen sind, welche die von ihr angebotene Hülfe verschmähet haben. Man darf, um hiervon den Beweis zu haben, nur über das am Ende dieses Werks von dem Herrn Verfasser angehängte Verzeichniß der Schriften von der Markscheidekunst Betrachtungen anstellen, welche zu erleichtern für diejenigen, so der Sache nicht genug kundig sind, folgende Anmerkungen hoffentlich nicht undienlich oder überflüßig seyn werden.

Es würde ein angenehmer Beytrag zur Geschichte der Markscheidekunst seyn, wenn sich einige Nachrichten erhalten hätten, wie sie bey unsern sächsischen Bergbau seit ihrem ersten Gebrauch ausgeübet worden; Man findet aber bis in die Mitte des 16ten Jahrhunderts nirgends etwas davon aufgezeichnet. Daß sie aber auch um diese Zeit noch nicht mit der gehörigen Genauigkeit behandelt worden, und daß öfters Aufgaben vorkommen mußten, die der damalige Markscheider

gar nicht aufzulösen vermochte, zeigen nicht nur die ersten und ältesten Schriften, die von dieser Wissenschaft bekannt sind, sondern auch die noch hier und da aufbewahrten, und bis auf gegenwärtige Zeit erhaltenen Arbeiten und Risse der Markscheider selbst.

Was **Agrikola** in seinem 1556 herausgegebenen schätzbaren Werke: de re metallica, von der Markscheidekunst schreibt, bestätigt die hier gesagte Vermuthung. Von einer dergleichen Behandlung, und mit Instrumenten, wie er sie beschreibt, läßt sich wohl wenig vollkommnes erwarten. Es konnte auch seine Abhandlung denen damaligen Markscheidern zu keinen Unterricht dienen, da sie mehr eine Beschreibung von der Art ihres Verfahrens, als eine würkliche Unterweisung darinnen giebt. **D. Erasmus Reinhold** war ohnstreitig der erste, der in seinem **gründlichen Bericht vom Feldmessen**, den er 1574 herausgab, die Markscheidekunst, zum praktischen Unterricht für die Markscheider beyfügte, der von ihnen, wie er in der Vorrede seines Buches sagt, bisher war geheim gehalten worden. Ohne Zweifel war wohl der öfters mislungene Ausfall ihrer Angaben, eine Ursache, das Unvollkommene bey der Ausübung ihrer Kunst zu verstecken. Reinhold sagt hiervon: „Dieweil bis daher der „Beweis und Probe, daß die Züge seindt recht „gewest, wenigen bewust, sondern der mehrere „Theil mit der Gewerken Geld hat müssen erfahren werden, u. s. w.“ woraus sich denn schon gnüglich auf die Kenntnisse eines damaligen Mark-

Markscheiders schließen läßt. Wie war es auch möglich bey vielen der vorkommenden Fälle, sie zu der erforderlichen Auflösung gehörig auseinander zusetzen, und gründlich zu beurtheilen, da die hierinnen einschlagenden Kenntnisse der Mathematik und Naturlehre dem Markscheider fremde waren, und ihm bey einer handwerksmäßigen Ausübung seiner Kunst auch ganz entbehrlich zu seyn schienen? Lieber fragte er bey seinen Angaben die Wünschelruthe um Rath, welches mich viele alte Risse gewiß vermuthen lassen, auf welchen man mehrere Angaben durch dieses lächerliche Mittel aufgezeichnet und bestimmet findet.

Man darf inzwischen diese bemerkten Unvollkommenheiten bey Ausübung der Markscheidekunst nicht allein in denen ältesten Zeiten suchen. Der Fortgang zu ihrer Verbesserung ist, wie ich schon oben erwähnt, nur ganz langsam geschehen, die alten Fehler haben sich Jahrhunderte erhalten, und sind bis in die spätern Zeiten von dem Meister dem Lehrlinge übertragen worden. Seit 1574, in welchem Jahre die obgedachte Reinholdische Schrift abgefaßt worden, bis 1686, da Nikolaus Voigtel seine vermehrte Markscheidekunst herausgab, also in einem Zeitraum von 112 Jahren, findet sich nichts, das zur Aufklärung und Verbesserung dieser Wissenschaft wäre bekannt gemacht worden. Voigtel verdienet dannenhero noch itzt das rühmlichste Andenken. Sein Buch ist auch sehr lange der allgemeine Lehrmeister der Markscheider gewesen, und man findet in seinem Vortrage an verschie-

denen Stellen, daß er den Euklides verstanden, und folglich nicht geringe mathematische Kenntnisse gehabt hat.

Was hierauf **Sturm** 1710 von der Markscheidekunst geschrieben, ist kurz und unvollständig. Weit genauer aber wurde sie mit der Mathematik bekannt, als **Weidler** 1726 seine, obgleich kurzen Institutiones Geometriae subterraneae herausgab. Inzwischen zweifle ich doch, daß dieses Buch, so wie es wohl verdiente, von denen Markscheidern ausser dem Gebrauche der beygefügten Tafeln der Sohlen und Seigerteufen, benutzet worden ist, da es in der lateinischen, als einer denen mehresten unkundigen Sprache geschrieben worden war. Hingegen erschienen nun im Jahre 1749 auf einmal zwey Werke, die allerdings von Wichtigkeit für diese Wissenschaft, und einen schätzbaren Beytrag zu ihrer weitern Aufklärung gaben.

Das erste war des Bergcommissarii und Markscheiders **August Beyers gründlicher Unterricht vom Bergbau, nach Anleitung der Markscheidekunst**: Ein Buch, das würklich sehr viel gutes und brauchbares enthält, und den Vorzug vor den vorhergedachten und damals bekannten Büchern dieser Wissenschaft verdienet. Wegen der mehrern Vollständigkeit und der vervielfältigten Aufgaben, hat es sich auch noch bis itzt, bey den praktischen Markscheidern in seinem Werthe erhalten, die sich dessen zum Unterricht bedienet haben. Man wird aber bey genauerer Uebersicht desselben leicht bemerken, daß der Verfasser bey nicht gnugsamen

Hülfs-

Hülfswissenschaften, besonders mathematischen Kenntnissen, nicht vermögend war, die Markscheidekunst allgemein zu beurtheilen, und einen vollständigen Lehrbegriff davon zu schreiben, wie denn auch selbst seine praktischen Arbeiten aus eben diesen Ursachen immer noch handwerksmäßig und fehlerhaft geblieben sind.

Das zweyte war des bey dem sächsischen Bergbau unvergeßlichen Ober-Berghauptmanns **von Oppel Anleitung zur Markscheidekunst.** Ganz ohnstreitig das vollständigste und gründlichste Werk, worinnen diese Wissenschaft bis zu einem hohen Grade der Genauigkeit, und durchaus in Rücksicht sie dem Markscheider brauchbar zu machen, abgehandelt und erkläret ist. Bey den großen mathematischen und andern Kenntnissen des Verfassers, konnte es ihm nicht verborgen seyn, daß mit allem, was bisher von der Markscheidekunst war geschrieben worden, die nöthige Aufklärung und Ueberzeugung dennoch nicht gnüglich erreichet werden könnte, so lange dem Markscheider die erforderlichen Kenntnisse aus der Mathematik und Naturlehre, als das Wesentlichste seiner Kunst fehlten. Weswegen er denn diese sowohl in einer eigenen Anleitung, durch Beyspiele mit der Markscheidekunst verbunden, voraussetzte, als auch bey Auflösung der darauf folgenden mannichfaltigen Aufgaben, obgleich die Beweise weggelassen, und die Vorschriften der Angaben umständlich mit Worten ausgedrückt sind, durchgängig angewandt hat. Die Werkzeuge der Markscheider waren noch niemals mit so vieler Genauigkeit und Richtigkeit

beschrieben, noch ihr Gebrauch so umständlich gelehret worden, als man sie hier findet; und so schaltete er auch das eigentlich mehr in die unterirdische Naturlehre, als in die Markscheidekunst gehörige zweyte Hauptstück von Streichen und Fallen der Gänge und Klüfte, seinem Werke ein, um den Markscheider immer aufmerksamer auf die weitverbreiteten Gränzen seiner Wissenschaft zu machen, in so ferne er sich damit der möglichsten Vollkommenheit zu nähern bestreben will.

Itzt war nun eigentlich der Zeitpunkt, wo die Markscheidekunst nach einer, so vortreflichen Anleitung auf einmal eine ganz andere Gestalt hätte bekommen können: Aber man war dazumalen noch zu wenig mit dem Denken bey dieser Wissenschaft bekannt; der Vortrag wurde in diesem Buche von dem praktischen Markscheider zu schwer gefunden, andere sahen hierinnen unnütze Spitzfindigkeiten, und so wurde es nur von einer ganz kleinen Anzahl studirt und verstanden, von denen meisten aber gar nicht gelesen.

Es blieb also die Markscheidekunst immer noch bey denen, die sie ausüben sollten, in der gewöhnlichen handwerksmäßigen Behandlung, bis durch die preißwürdigsten Anstalten, der im Jahr 1765 hier errichteten Bergwerksakademie die Gelegenheit allgemein wurde, wodurch sich ein jeder, der Fähigkeiten und Lust zum Denken hatte, durch Erlernung mathematischer und anderer Hülfswissenschaften, nicht nur von den Gründen der Markscheidekunst, sondern auch von ihrem ganzen Umfange, und auf wie mancherley Fälle sie beym Bergbau brauchbar anzuwenden

ist,

ist, und in was für genauer Verbindung sie mit der Mathematik steht, selbst überzeugen konnte.

Von dieser Zeit an gewöhnte sich der praktische Markscheider, seine Kunst aus einem andern Gesichtspunkte zu betrachten. Er fühlte nunmehr, daß er sie ehedem, da er eigentlich nicht vielmehr als Exempel der Rechenkunst gemacht, und einige geometrische Figuren gezeichnet hatte, auf keinen Grund gebaut, und gearbeitet habe, ohne zu wissen warum? Was er vorher als unnütze Spitzfindigkeiten und entbehrliche Weitläuftigkeiten ansah, lernte er nunmehro als unumstößliche Wahrheiten, und als die einzigen Mittel kennen, durch deren Hülfe er das, was er vielleicht in vielen Fällen bloß aufs Ungewisse und Gerathewohl unternehmen müssen, nunmehro mit überzeugender Gewißheit thun konnte.

Einen nicht geringen Dienst hierzu leistete der **Herr Hofrath Kästner** durch seine im Jahre 1775 über Weidlers Compendium herausgegebenen **Anmerkungen über die Markscheidekunst.** Sie sind für jeden Markscheider, der sie lesen kann, redende Beweise, wie unzertrennlich Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie, und selbst die Analysis mit der Markscheidekunst sind. Was von Oppel in seinem Buche ohne vorgetragen und wohlbedächtig nicht mit Beweisen auflösen wollte, Beyer hingegen nicht konnte, findet man hier deutlich auseinandergesetzt und erwiesen, so wie mehrere neue und bisher noch nicht bekannte Untersuchungen über die Markscheidekunst den Werth dieses Buches vorzüglich erhöhen.

Was

Was Böhm, Maler, Stigler, Eberhard, Dembscher, Siegel, Cancrinus und C. L. Reinhold vom Markscheiden geschrieben haben, ingleichen die zwey unvollständigen französischen Elemens de Geometrie souterraine von Gensanne und König, übergehe ich hier, da es entweder nur ganz kurze Anleitungen, oder Abhandlungen über einzele Gegenstände sind, und daher nicht unter diejenigen Schriften gehören, die gleich denen vorhergenannten als Lehrbücher der Markscheidekunst eigene Verdienste um selbige haben.

Aber noch einem Manne ist die Markscheidekunst die größte Verbindlichkeit schuldig, der, ohne bisher etwas davon in Druck gegeben zu haben, als woran ihm überhäufte Amtsgeschäfte nicht denken lassen, sich seit mehrern Jahren mit ihrer Theorie und Ausübung in seinen Erholungsstunden beschäftiget, beyde mit dem ihm eigenen Scharfsinn untersucht, vermöge seiner ausgebreiteten mathematischen Kenntnisse allgemeine Betrachtungen darüber mit Anwendung der Analysis auf die Markscheidekunst gemacht, und ihr in vielen Stücken eine neue Gestalt, damit zugleich in der Theorie mehr Gründlichkeit, und in der Ausübung mehr Sicherheit verschaft hat. Es ist dieses der um den hiesigen Bergbau so sehr verdiente Herr Bergmeister Scheidhauer, in dessen Lob jeder, welcher Verdienste zu schätzen im Stande ist, mit mir einstimmen wird. Mit so vielem Vergnügen als Nutzen habe ich mich seiner lehrreichen und vollständigen Aufsätze selbst bedienet, und ich wünsche nur, daß er noch Zeit gewin-

gewinnen möge, daran, so wie an andere in die Bergwerkswissenschaften gehörige Arbeiten, die letzte Hand zu legen, und sie nebst vielen, zum Gebrauch der Markscheider bereits berechneten Tabellen, im Druck herauszugeben.

Und so wird man auch gegenwärtige, vom **Herrn Lempe** abgefaßte **gründliche Anleitung zur Markscheidekunst** denen vorher erwähnten Lehrbüchern an die Seite setzen, die durch ihre Gründlichkeit und Vollständigkeit, diese dem Bergbau so unentbehrliche Wissenschaft vorzüglich aufgeklärt und erweitert haben. Eigentlich ist dieses Buch eine Frucht des freundschaftlichen Unterrichts, den der Herr Verfasser bey seinem hiesigen Aufenthalte von dem Herrn Bergmeister Scheidhauer genossen, und eine weitere Ausführung dessen, was er bereits im dritten Theile seiner Erläuter. der Kästnerischen Anfangsgründe der Arithm. u. s. w. von der Anwendung der ebenen und sphärischen Trigonometrie auf die Markscheidekunst bekannt gemacht hat.

Des Herrn Verfassers Absicht ist hierbey vorzüglich gewesen, ein vollständiges Lehrbuch zu schreiben, das zu Vorlesungen gebraucht werden könnte, und in welchem doch auch nichts vergessen wäre, was zur praktischen Ausübung der Markscheidekunst gehörte. Er setzet hierbey voraus, daß der erste Theil der Kästnerischen mathematischen Anfangsgründe einem jeden, der es verstehen und gehörig benutzen will, bekannt und durchaus verständlich seyn müsse, wie sich denn auch die in seinem Buche angeführten §§ und Seitenzahlen hierauf beziehen. Daß dieses nicht zu viel verlangt

verlangt sey, wird mir ein jeder zugestehen, insbesondere aber ein jeder Markscheider, der die Wichtigkeit dessen, was man beym Bergbau von ihm verlanget, und mit Rechte verlangen kann, einsiehet.

In der ersten Abtheilung ist außer denen Grundbegriffen der Markscheidekunst, und denen daraus entstehenden Aufgaben, zugleich in einer umständlichen Beschreibung derer dabey nöthigen Werkzeuge, ihr Gebrauch, ihre Fehler, und die Prüfung derselben gezeigt. Untersuchungen, die dem Markscheider sehr willkommen seyn müssen, da vielleicht mancher seinen Instrumenten mehrere Vollkommenheiten zugetrauet, als er bey einer genauern Kenntniß würde gefunden haben, und als er auch von ihnen zu fordern berechtiget ist. Verschiedenes, was von Verfertigung der Instrumente hierbey angeführet wird, kann dem Markscheider brauchbar werden, wenn er sich ihre Einrichtung näher bekannt machen, auch im Fall sie schadhaft geworden, nöthige Vorkehrungen zu ihrer Wiederherstellung machen will.

Des Zulege Instruments ist von dem Herrn Verfasser gar nicht gedacht worden. Daß es bey Verfertigung eines Risses, oder beym sogenannten Zulegen eines gethanen Markscheiderzuges entbehret werden kann, hat bereits von Oppel im Anhange zu seiner Markscheidekunst gezeigt, hier aber wird die scharfsinnige Theorie des Herrn Bergmeister Scheidhauers, einen gethanen Zug durch die von ihm sogenannten Längen und Breiten, die bey unserm Herrn Verfasser Streichsinus und Streichcosinus heissen, im Grundrisse zu verzeichnen, deutlich auseinandergesetzt und erläutert. Ich wünsche, daß man diese so brauchbare Methode durchaus einführen möge, da sie nebst dem, daß das fehlerhafte Zulege Instrument hierbey gänzlich wegfällt, auch noch andere, dem Markscheider wesentliche Vortheile, darbietet.

In

In der zweyten Abtheilung sind alle die Aufgaben gesammlet, die bey den mannichfaltigen Vorfällen des Bergbaues durch den Markscheider untersucht, angegeben und bestimmt werden müssen. Der Herr Verfasser hat über die Verschiedenheit derselben, und um keinen zu vergessen, seinen Vorgänger hierbey benutzet, auch das Ganze desto vollständiger, und zum Gebrauch noch bequemer zu machen, in der dritten Abtheilung ein alphabetisches Verzeichniß über sämmtliche Auf- und Angaben, nebst noch mehrern Beyspielen und Sätzen, wornach verschiedene derer in vorherstehenden Abtheilungen enthaltenen Aufgaben ebenfalls aufgelöset werden können, beygefüget, hierdurch aber zugleich einem jeden das Nachschlagen im Buche ungemein erleichtert.

Durchgängig sind die Aufgaben durch Rechnung aufgelöset, und das Verfahren dabey, so wie die dazu gehörigen Beweise, deutlich auseinander gesetzt worden. Man wird dahero hier alles dasjenige vermissen, was über die Zeichnung der verschiedenen Markscheiderrisse zu sagen wäre, was aber auch füglich aus den bekannten Büchern dieser Wissenschaft durch einen kurzen mündlichen Vortrag ergänzet werden kann. Ueberhaupt muß ich hierbey erinnern: daß, so sehr ich auch einen gutgezeichneten Riß schätze, und ihn wegen der eigenen Deutlichkeit der Bildersprache für ganz unentbehrlich halte, weshalb ich mich denn auch bemühet habe, bey einigen Kenntnissen, die ich von der Zeichenkunst selbst besitze, verschiedene brauchbare Verbesserungen in deutlicherer Darstellung der Markscheiderzüge durch genauere und richtigere Zeichnungen und Risse zu machen, und bey uns einzuführen, ich doch keinesweges damit zufrieden bin, wenn man, wie es noch wohl von mehrern geschiehet, das Resultat eines Zuges, und die verlangte Angabe

allein

allein aus dem Risse nehmen, und es durch selbigen bestimmen will, da es durch Rechnung nicht nur viel genauer geschehen kann, sondern auch dabey alle die Fehler vermieden werden, die aus dem wiederholten Gebrauche der Instrumente, des zu großen oder zu kleinen Maaßstabes, der Falten und des Verziehens des Papiers, und aus mehrern dergleichen Hindernissen zu entstehen pflegen, und wodurch die erforderte genaue Angabe gar sehr verdächtig gemachet wird.

Die Analytischen Lehnsätze aus der Differential- und Integral-Rechnung, ingleichen das nur ganz wenige, was hier überhaupt über die krummen Linien angeführet wird, können dem Markscheider, wenn er sie auch nicht verstehen sollte, doch wenigstens so viel zeigen: daß zu seiner Kunst nicht wenig, sondern viel Theorie gehöre, und daß, um sich in jedem vorkommenden Falle selbst zu helfen, öfters die tiefsinnigsten theoretischen Untersuchungen erfordert werden, und insoferne ist es auch nützlich, etwas von Aufgaben dieser Art in einem Lehrbuche zu zeigen.

Uebrigens kann dieses reichhaltige Buch jedem, der es mit Aufmerksamkeit lieset, einen neuen Beweis geben, wie nützlich man dem Bergbau durch schickliche Anwendung gründlich erlernter mathematischen Wissenschaften werden könne, und wer nur den Werth unsers sächsischen Bergbaues, und dessen Wichtigkeit für unser ganzes Land kennet, auch an dessen fernern Erhebung mit arbeiten soll, wird mit mir wünschen, daß der Herr Verfasser ferner seine Kenntnisse auf die Erweiterung der bergmännischen Wissenschaften anwenden, bey dem Bergbau aber auch selbst eine wohlverdiente Belohnung seines Fleisses und seiner Bemühungen finden möge.

Freyberg, im Monat April 1782.

J. F. W. Charpentier.

Gründ-

Gründliche Anleitung

zur

Markscheidekunst.

Erste Abtheilung.

Cogitare debebis nullam artem literis, ſine aliqua exercitatione percipi poſſe.

I
Grundbegriffe der Markscheidekunst.

---

§. 1.

Bey den Anstalten des Bergbaues (operis metallariorum) kommen verschiedene Punkte, also auch Linien und Ebnen vor, deren Lage und Entfernungen gegen einander man wissen muß.

Dieß kann man bey einigen durch unmittelbares Messen erlangen, bey andern hingegen müssen Grössen zu Hülfe genommen werden, mittelst deren Ausmessungen man durch Schlüsse das Gesuchte finden kann.

§. 2.

Mit allen diesen Ausmessungen und Vergleichungen, und den daraus zum Behuf der Veranstaltungen bey dem Bergbaue hergeleiteten Angaben beschäftiget sich die **Markscheidekunst** *) (Geometria subterranea).

§. 3.

In derselben muß also gezeigt werden, wie man die theoretischen Lehren der Geometrie und beyder Trigonometrien anwenden könne, die zum Behuf des Bergbaues vorkommenden Abmessungen auf das leichteste und vortheilhafteste zu bestimmen und mit einander zu vergleichen.

*) Dem Wortverstande nach heißt sie Grenzscheidekunst, da das alte deutsche Wort **Mar** oder **Mark** so viel als Grenze bedeutet.

Der Nothwendigkeit, die Grenze oder **Markscheide** einer Zeche zu bestimmen, mag diese Kunst wohl auch ihren Ursprung zu verdanken haben. Und ihre Kunstwörter zeigen, daß sie eine Erfindung der Deutschen ist.

§. 4.

Die Darstellung der Lage der abgemessenen Punkte auf dem Papiere heißt eine **geometrische Verzeichnung**.

§. 5.

Giebt solche das Bild eines Grubengebäudes (fodinae), so nennt man sie einen **Markscheiderriß**.

§. 6.

Die Richtungen, die Fäden haben, wenn man an ihnen eine Bleykugel oder sonst einen kleinen schweren Körper herabhängen läßt, heissen **Vertikallinien**, und die mit ihnen rechte Winkel machen, **Horizontallinien**.

Eine Ebne in der Lage der Vertikallinien nennt man eine **Vertikalebne**, auch **Vertikalfläche**, und jede Ebne, die auf ihr senkrecht steht, eine **Horizontalebne**, **Horizontalfläche**.

§. 7.

In der Markscheidersprache heißt:

Eine Vertikallinie, eine **seigere Linie** (linea perpendicularis).

Eine Vertikalebne, eine **seigere Ebene**, (planum perpendiculare).

Eine Horizontalfläche, eine **söhlige Ebne**;

Und jede Linie in dieser, eine **söhlige Linie** (linea horizontalis);

Jede schiefe Linie aber, oder solche, die gegen eine söhlige Ebne unter schiefe Winkeln geneigt ist, eine **Donlegigte**.

§. 8.

Jede Ebne also, die eine söhlige unter rechte Winkel schneidet, ist seiger und umgekehrt.

Auch jede Linie, die mit einer söhligen Ebne oder söhligen Linie rechte Winkel macht, ist seiger und umgekehrt.

§. 9.

§. 9.

Abzumessende Punkte seyen (Fig. 1), A, B, C, D, E ꝛc. und einer nach Gefallen über den andern erhöhet.

Man denke sich eine Horizontalebne, welche die Ebne des Papiers, worauf sich die Figur befindet, vorstellen mag;

Fälle auf diese von den Punkten A, B, C, D, E ꝛc. die Perpendikel Aa, Bb, Cc, Dd, Ee ꝛc.;

So heissen die Punkte a, b, c, d. e ꝛc., wo diese Lothe auf der Horizontalfläche eintreffen, der Punkte A, B, C, D, E ꝛc. **Projektionen auf die söhlige Ebne**, oder auch, **die auf den Horizont oder eine söhlige Ebne reducirten Punkte** A, B, C, D, E ꝛc., und die Linien ab, u. s. w. der Linien AB, u. s. f. **Projektionen auf einer söhligen Ebne**; oder auch **die auf den Horizont oder eine söhlige Ebne reducirten Linien** AB, u. s. w.

§. 10.

Eine Figur auf dem Papiere, die der auf den Horizont reducirten abcde ähnlich ist, heißt der Figur ABCDE **Grundriß**, auch **söhliger Riß** (ichnographia).

§. 11.

Wären z. E. A, B, C, D. E, Punkte eines Stollns (cuniculi):

So würde abcde dieses Stollns Grundriß seyn.

§. 12.

Man **verzeichnet eine Linie in Grundriß**, wenn man ihre Projektion auf eine söhlige Ebne bestimmt (10).

Eben so einen Punkt.

§. 13.

Durch einen Grundriß kann man nur die söhligen Abstände, nicht die verschiedenen seigern Erhöhungen der abgemessenen Punkte angeben (10).

Will man aber letzteres, so muß man diese Figur auf eine seigere Ebne (5) reduciren, indem man auf sie von diesen Punkten Perpendikel fällt, und dadurch deren **Projektion** auf die seigere **Ebne** bestimmt, oder darauf die **Figur** reducirt.

§. 14.

Eine Figur auf dem Papiere, die der auf der seigern Ebne reducirten ähnlich ist, heißt ein **Profil** oder **Seigerriß** (orthographia).

§. 15.

Dieser stellt also diejenige Figur vor, welche man erhielte, wenn man z. E. ein Grubengebäude mit einer seigern Ebne durchschnitte.

§. 16.

Wenn man einer Linie Projektion auf eine seigere Ebne bestimmt (13):

So verzeichnet man sie in Seigerriß.

Eben so einen Punkt.

§. 17.

Der Linie AB eine Endpunkt A, von dem weg der **Markscheider** ihre Richtung rechnet, heißt deren **Anfangspunkt**, der andre B aber ihr **Endpunkt**;

§. 18.

Die Entfernung beyder Punkte A, B von einander, deren **wahrer Abstand**.

§. 19.

Er ist einerley mit der Linie AB Länge (magnitudine).

Kästners Geometrie. 1. Foderung.

§. 20.

Will man eine Linie AB in Grund- und Seigerriß verzeichnen:

So muß man ihre Lage, oder welches einerley, die Lage ihres Endpunktes gegen ihren Anfangs-

fangspunkt, überdieß auch ihre Länge (magnitudinem) wissen.

Beweis

Erhellet aus 12 und 16.

§. 21.

Die Entfernung eines Punktes von einer Linie oder Ebne, ist, wie in der Geometrie, das Loth von diesem Punkte auf die Linie oder Ebne.

§. 22.

Wenn die Entfernungen BC, BG, BF (Fig. 2.) eines Punktes B von dreyen durch einen gegebenen Punkt A laufenden und ihrer Lage nach bekannten Ebnen AH, IL, IK, gegeben sind:

So weiß man B, und also auch AB.

§. 23.

Dieser Lehrsatz ist der Grund der ganzen Markscheidekunst, wie wir sie in der Folge vortragen, wo wir die meisten Aufgaben durch Rechnung, und weit zuverläßiger und bequemer aufzulösen lehren werden.

§. 24.

Ist A der schiefen Linie AB Anfangspunkt, AH eine durch ihn gehende söhlige Ebne:

So zeigt des Endpunkts B Entfernung BC von dieser Ebne, wie viel B höher als A, oder A tiefer als B liegt.

§. 25.

Dieses Perpendikel BC heißt des Punkts B oder der Linie AB Seigerteufe.

§. 26.

Zieht man den Punkt C, als die Projektion des Endpunkts B auf die durch A gehende söhlige Ebne, und den Anfangspunkt A durch eine gerade Linie AC zusammen:

So giebt AC den horizontalen Abstand des Punkts B von A.

§. 27.

Diesen nennt man die **Sohle** (basin) des Punkts B oder der Linie AB.

§. 28.

Der Winkel, den eine Linie AB mit einer söhligen Ebne AH macht, heißt dieser Linie **Neigung** oder **Neigungswinkel** (inclinatio).

In der Markscheidersprache wird er ihr **Fallen** oder ihre **Donlege** genannt.

§. 29.

Wenn in dem bey C rechtwinklichten Dreyecke BCA, der Winkel BAC der Linie AB Neigung (28):

So ist der diesem Winkel gegenüberliegende Cathete BC die Seigerteufe, und der ihm anliegende AC die Sohle von B oder AB, auch die Hypothenuse AB des Punkts B von A wahrer Abstand (28, 25, 27, 18).

§. 30.

AB (29) wird von einigen Markscheidern auch die **Fläche** genennt.

§. 31.

Weiß man der Linie AB Länge und Neigung:

So läßt sich deren Seigerteufe und Sohle finden, (29, und Kästn. eb. Trig. 5 S.).

II.

Erklärungen und Lehnsätze aus der mathematischen Geographie.

---

§. 32.

Unsere Erde ist ein runder Körper, dessen eigentliche Gestalt ein zusammengedrücktes Sphäroid ist, das einer Kugel ziemlich nahe kommt.

Wir

Wir können daher in der Markscheidekunst, wie in vielen andern Fällen, die Erde als eine vollkommne Kugel ansehen, deren Durchmesser = 6544040 Toisen *), ohne dadurch einen merklichen Fehler zu begehen.

§. 33.

Sie drehet sich täglich um eine unveränderliche Axe, die die **Erdaxe** heißt.

§. 34.

Die beyden Punkte, wo die Erdaxe in der Erdoberfläche eintrift, werden die **Erdpole** genennet, und zwar der eine auf der Halbkugel, wo wir Europäer wohnen, der **Nordpol** (polus arcticus), der gegenüberstehende aber der **Südpol** (antarcticus).

§. 35.

Man denke sich auf der Erdkugel Oberfläche einen größten Kreiß, dessen Ebne senkrecht die Erdaxe schneidet:

Dieser heißt der **Aequator**, und seine Ebne des **Aequatorsebne**.

§. 36.

Ein größter Kreiß durch einen beliebigen Punkt L auf der Erdfläche und durch beyde Pole (34), heißt des Orts L **Mittagskreis** (Meridianus), und dessen Ebne die **Mittagsfläche** (planum meridiani).

§. 37.

Jeder Ort auf der Erde hat also seinen eignen Mittagskreis, und alle Mittagsflächen schneiden einander in der Erdaxe (Geom. 49 S. 4 Z.).

§. 38.

Jedes Orts L **Horizontalfläche** (6) berührt die Erdfläche in L, und wird von der durch L gehenden Mit-

*) Eine Toise = 6 Pariserfuß; und 14400 Leipzigfuß = 12520 Parfuß.

tagsfläche in einer geraden Linie geschnitten (Geom. II. Th. 2. Erkl. Anm.), die des Orts L Mittagslinie heißt.

§. 39.

Denkt man sich in der Ebne des Mittagskreises eine gerade Linie, die ihn im Punkte L berührt:

So ist sie eine Tangente, und zeigt die Richtung der Mittagslinie des Orts L an (Geom. 41. S. 6. Z.).

§. 40.

Jede Mittagsfläche steht auf ihres Ortes Horizontalfläche senkrecht.

Sie ist daher eine Vertikalfläche (8).

Auch eine solche ist die Aequatorsebne (35, 8).

III.

Verfolg der Markscheidekunst Grundbegriffe.

---

§. 41.

Durch AB gehe eine seigere Ebne ABC, und durch den Anfangspunkt A die Mittagsfläche IL:

So werden beyde Ebnen, folglich auch ihr Durchschnitt auf der durch A gehenden söhligen Ebne senkrecht stehen (40, 8, und Geom. 48 S.):

Also wird der Winkel CAL = dem seyn, den die Mittagsfläche IL und die durch AB gehende seigere Ebne ABC mit einander machen (Geom. II. Th. 1. Erkl.)

§. 42.

Dieser Winkel heißt der Streichungswinkel der Linie AB oder seigere Ebne ABC.

Kurz könnte man ihn die Streichung nennen.

§. 43.

§. 43.

Man versteht durch das **Streichen** einer Ebne oder Linie die Lage ihrer Ausdehnung nach einer söhligen Länge. Dieß zu bestimmen, kann eigentlich jede Vertikalebne dienen, deren Lage beständig und bekannt ist, und nach der man einen Streichungswinkel CAL schätzen kann. Nun ist die Lage der Mittagsfläche immer dieselbe, und läßt sich nach astronomischen Gründen finden *); daher schätzt man mit Recht nach ihr das Streichen jeder Ebnen, oder Linie.

Ich werde in der Folge allemal das Streichen auf die Mittagsfläche bezogen, verstehen, ob es gleich die meisten Markscheider auf eine andre Ebne beziehen, auf die sogenannte Magnetebne, die wir weiter unten (§. 164) kennen lernen werden. Diese Ebne ist periodisch veränderlich (§. 166), also nicht in ihrer Lage beständig: daher kann man nur anfangs das Streichen nach ihr bestimmen, dann aber muß man es auf die Mittagsfläche reduciren, wozu weiter unten Anweisung folgen wird.

§. 44.

Jede in einer und derselben seigere Ebne liegende Linie hat mit ihr einerley Streichung (41).

§. 45.

Umgekehrt: Die durch eine und derselben Linie AB gehende seigere Ebene hat mit AB einerley Streichung.

§. 46.

Also hat einer Linie AB Projektion auf eine söhlige Ebne mit AB einerley Streichung (44 und 9).

§. 47.

Weiß man der schiefen Linie AB Streichung und ihre Sohle AC:

So

*) Wir werden weiter unten (§. 236) etwas davon sagen.

So kann dadurch dieser oder ihres Endpunktes Projektion auf eine söhlige Ebne angegeben werden.

Beweis.

A′ H′ sey eine söhlige Ebne. Man fälle auf sie von A und B die Lothe AA′, BC′:

So ist A′ des Punkts A, C′ des Punkts B, und A′C′ der Linie AB Projektion auf A′ H′ (9).

Aber AA′ ist mit CC′, AC mit A′C′, und AL mit Al parallel (Geom. 46. S. I.; das. II. Th. 1. Erkl. und 11. S.).

Also AC = A′C′ (Geom. 12. S. 3. Z.) und WC′H′l = CHL, (Geom. 46. S. 2. Z.) = der AB Streichung (41).

§. 48.

Durch den Anfangspunkt A gehen die Aequatorsebne IK und Mittagsfläche IL. Nun seyen des Endpunkts B Entfernungen BG von IL und BF von IK bekannt:

So kann man dadurch ebenfalls der Linie AB oder ihres Endpunkts B Projection auf einer söhligen Ebne A′H′ angeben.

Beweis.

Von A sey, wie vorhin, das Perpendikel AA′; überdieß von dem Punkte G, wo BH in IL eintrift, das Loth GD; dem Punkte F, wo BF in IK einschneidet, das Perpendikel FE′ auf die söhlige Ebne A′H′ gefällt:

So wird GD′ itzt genannte Ebne A′H′ in D′ und FE′ in E′ treffen, und A′ des Punkts A, C des Punkts B, und A′C′ der Linie AB Projektion auf A′H′ seyn (9).

Man ziehe C′ und D′ so wohl als C′ und E′ durch eine gerade Linie zusammen:

So

So ist

$$\left.\begin{array}{rl} C'D' = & BG \\ = & A'E' \\ \text{und} & \\ C'E' = & BF \\ = & A'D' \end{array}\right\}$$ (G. 46. S. I.; und 12. S. 3. Z.).

§. 49.

Da CA = C'A' (G. 46. S. I.; und 11. S. und 12. S. 3 Z.), und der Winkel C'A'D, den A'C' mit der Ebnen IL, A'H' Durchschnitte A'I macht, = der AB Streichung (46):

So wird zugleich auch der Linie AB Sohle und Streichung bestimmt, wenn man nach vorigem §. ihres Endpunktes B Projection auf einer söhligen Ebne angiebt.

§. 50.

Der Linie AB Endpunkts B Entfernung BG von der durch ihren Anfangspunkt A laufenden Mittagsfläche, heisse der **Streichungsinus**, und dieses Punkts B Entfernung BF von der durch A gehenden Aequatorsebne, der **Streichungcosinus**, der Linie AB.

Kürzer könnte man diese Größen den **Streichsinus**, **Streichcosinus** nennen.

§. 51.

Das Dreyeck ADC ist bey D rechtwinklicht (G. 46. S.) und der Winkel CAD der Linie AB Streichung (41); überdieß ist der diesem Winkel gegenüberstehende Cathete CD, = BG, dem Streichungsinus der AB; der an ihm liegende Cathete AD, = EC = BF, dem Streichungcosinus von AB, und die Hypothenuse AC die Sohle von AB (50, 26).

§. 52.

Weiß man einer Linie Streichung und Sohle:

So kann man daraus ihren Streichungsinus und Streichungcosinus finden, (51, und eb. Trig. 5. S.).

§. 53.

§. 53.

Jede Linie AB, deren Sohle und Streichung, oder, statt diesen Dingen, ihr Streichungsinus und Streichungcosinus bekannt ist, kann dadurch in Grundriß verzeichnet werden (47, 48, 12); in Seigerriß aber, wenn man ihre Seigerteufe weiß (24, 13, 16).

§. 54.

Weiß man eines Punkts B wahren Abstand von seinem Anfangspunkte A; der durch A und B gehenden geraden Linie AB Streichungswinkel und Neigung:

So kann man die Lage des Punkts B angeben.

Beweis.

Denn eben diese Dinge werden (wie aus dem bisherigen erhellet) erfordert, die Entfernungen des Punktes B von dreyen durch A gehenden ihrer Lage nach bekannten Ebnen zu bestimmen (22).

Die bekannten drey Ebnen aber sind die durch A laufende Mittagsfläche, Aequatorsebne und Horizontalfläche; weil aller dieser Ebnen Lage sich finden läßt.

§. 55.

Der Markscheider muß die Lage aller Punkte suchen (1), die ihm zu den von ihm verlangten Angaben nöthig sind.

Daher sind: wahrer Abstand, Neigung und Streichungswinkel eigentlich die Data, aus den der Markscheider die von ihm gefoderten Angaben theils durch Rechnung, theils durch geometrische Verzeichnung herleiten kann (47).

§. 56.

Diese Data zu finden, bedient man sich in der Markscheidekunst vorzüglich der Schnure und Kette, des Gradbogens und Compasses, Werkzeuge, besonders letztere, die von den gewöhnlichen der Feldmesser

messer abgehen; da dem Markscheider bey den unterirdischen Messungen die Natur seines Gegenstandes den Gebrauch der geodätischen Werkzeuge entweder gar nicht zulässet, oder wenigstens doch sehr erschweret. Bey Messungen über Tage, d. h. auf der Erdfläche, können ihm ebenfalls letztgenannte Werkzeuge gute Dienste thun.

IV.

Lachtermaaß (orgyca metalicorum).

---

§. 57.

Zufolge des Herrn von Oppels Markscheidekunst 113 §, ist das Freybergische Lachter eine Länge

$= 3\frac{1}{2}$ Frb. Elle.

$= 6$ Fuß 3 Zoll $10\frac{3}{4}$ Lin. Rheinl. Maaß.

§. 58.

Da

6 Fuß 3 Zoll $= (6 . 12 + 3)$ Zoll

$= 75$ Zoll

und

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Lin.} = \frac{10\tfrac{3}{4}}{12} \text{ Zoll}$$

$= 0{,}8958333 \ldots$ Zoll:

So hat man das Freybergische Lachter (§. 57).

$= 75{,}8958333$ Rheinl. Zoll

$= 6{,}324653$ Rheinl. Fuß.

Weil ferner

$$6 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll} = \frac{25}{4} \text{ Fuß}$$

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Linien} = \frac{43}{4 . 144} \text{ Fuß};$$

So

So ist auch das Freybergische Lachter

$$= \left(\frac{25}{4} + \frac{43}{4 \cdot 144}\right) \text{ Fuß}$$

$$= \frac{3643}{576} \text{ rheinl. Fuß,}$$

wie im v. O. Marksch. a. a. O.

§. 59.

Nach des Herrn Bergmeister Scheidhauers Untersuchung, die er mit einem Stab von Lindenholze anstellte, auf dem das Lachter mit seinen Achttheilen und Achtelsachttheilen verzeichnet war, wäre das Freybergische Lachter = 82, 68 Leipziger Ellenzolle: also = 6, 14588 Rheinl. Fuß = 73, 75056 Rheinl. Zolle, wenn, (Mayers prakt. Geom. S. 52)

Rheinl. Fuß : Leipz. Fuß = 13918, 30 : 12520.

§. 60.

Der Nachricht gemäß, die der Herr Bergmeister Scheidhauer mir zu geben die Gewogenheit gehabt hat, wurde vorhin genannter Stab im hochpreißlichen Berggemache zu Dresden aufbehalten, und vor einigen Jahren zu Justirung des Freybergischen Lachtermaaßes nach Freyberg an Herrn Kunstmeister **Menden** abgegeben.

Auf dessen einen breiten Kannte war das Lachtermaaß verzeichnet mit seinen Achteln, und jedes Achtel wieder in acht Theile getheilt, dabey die Aufschrift:

> **Das ist das Rechte Berglochter, wie es in denen Bergsteden gebraucht, vnd die Masen darnach vermessen werden.**

Auf der einen schmalen Kannte, war der vierte Theil einer Dresdner Ruthe oder eigentlich $2\frac{1}{2}$ Decimalschuh derselben verzeichnet, mit der Aufschrift:

> **Zwey und ein halber DECIMAL Schuch. Oder der viertertheil von Einer acht Ellichten**

lichten Dresdnischen Ruthe in Meilen und Gebäude Ausmessung zu gebrauchen.

Auf der zweyten schmalen Kannte waren $2\frac{1}{2}$ Decimalschuh oder $\frac{1}{4}$ Leipziger Ruthe verzeichnet, mit der Aufschrift:

> Zwey und Ein halber DECIMAL Schuch. Oder der viertetheil von einer Leipziger Ruthe von Sieben und einer halben Leipziger Elle und ein Gemunde die Ruthe in ganzer Länge zu Ausmessung der Felder, Wiesen, Teiche und Gehöltze zu gebrauchen.

Auf der zweyten breiten Kannte waren ungleiche Theile verzeichnet, und wechselsweise die Aufschrift:

Die Seigerteufe Die Seigerteufe
Die Thal Lege Die Thal Lege.

Uebrigens will ich noch anmerken, daß der Herr Bergmeister Scheidhauer diese Untersuchung (vor. §) den 17. Merz des 1772. Jahres angestellt, und den 19ten darauf wiederholet hat.

§. 61.

Setzt man das Freybergische Lachter, wie itzt gewöhnlich

$$= 3\tfrac{1}{2} \text{ Leipz. Elle}$$
$$= 7 \text{ Leipz. Fuß,}$$

und die Verhältniß des Rheinländischen Fusses zum Leipziger

$$= 13918{,}30 : 12520, \ (59)$$
$$= 139183 \ : 125200;$$

So hat man

$$1 \text{ Leipz. Fuß} = \frac{125200}{139183} \text{ Rhl. Fuß.}$$

 = 0,

= 0,89235107 Rhl. Fuß.
= 10,90821284 Rhl. Zoll.

Folglich

7 Leipz. Fuß = 6, 24645749 Rhl. Fuß.
= 74,95748988 = Zoll.

§. 62.

Der Logarithme von 6, 246..... Rheinl. Fuß = 0,4946087.

Addirt man ihn zu einer gegebenen Zahl Lachter: So erhält man einen Logarithmen der einer Zahl von Rheinländischen Fussen zugehört, die so viel Lachter, als gegeben sind, betragen.

Zieht man ihn aber vom Logarithmen einer Zahl von Rheinl. Fussen ab: So kommt der Logarithme einer Zahl von Lachtern, die eben so viel Fusse betragen.

§. 63.

Das Lachter wird gemeiniglich in acht gleiche Theile oder **Achtel** getheilet; jedes Achtel aber in 10 gleiche Theile, oder **Lachterzolle**; jeder solcher Zoll wieder in 10 gleiche Theile oder **Primen**, und so nach der Decimaleintheilung weiter.

§. 64.

Nach dem 61 § wäre

$\frac{1}{8}$ Lachter oder 10 Lrz. = 9,3646 .... R.Z.
= 10,5 Leipz. Zoll
$\frac{1}{16}$ = = 5 = = 4,6823 ... R.Z.
= 5,25 Leipz. Zoll.
$\frac{1}{80}$ = = 1 = = 0,93646 ... R.Z.
= 1,05 Leipz. Zoll.

So lassen sich die Theile des Freybergischen Lachters (61) im Rheinländischen und andern Maaße ausdrücken.

Auf ähnliche Art geschieht dieß auch mit jedem andern Lachter.

In

In Kästners Markscheidekunst 8 und 12 § der 2. Anmerkung findet man die Theile des Freybergischen Lachters, nach der Größe, wie es der Herr von Oppel angiebt; auch die Theile des Clausthalischen Lachters im Rheinländischen Maaße ausgedrückt.

§. 65.

Es würde bequem und vortheilhaft seyn, wenn bey der Eintheilung des Lachters, ganz die Decimaleintheilung befolgt worden wäre.

Indessen muß man benöthigten Falls Achtellachter auf Decimaltheile des ganzen Lachters bringen.

Dieß geschieht nach Ar. III Cap. 3 §; Also:

$\frac{1}{8}$ Lr. = 0,125 Lacht.

Folglich:

$\frac{2}{8}$ Lr. = 2 × 0,125 Lr.
= 0,250 Lr.
$\frac{3}{8}$ Lr. = 0,375 Lr.

u. s. w.

So könnte man leicht jede Zahl der Achtellachter von 1 bis 7 in eine Tafel bringen.

Diese hätte nicht allein bey den Achtellachtern ihren Nutzen, sondern auch bey den Lachterzollen, Primen rc.; weil die Zahl, die eine gewisse Menge Lachterzolle, Primen rc., in Decimaltheilen des Lachters ausdrückt, zehnmal, hundertmal u. s. w. kleiner ist, als die Zahl, die eine eben so große Menge Achtellachter in Decimaltheilen des Lachters anzeigt.

Z. E. 5 Achtellr. = 0,625 Lr.

Aber

5 Lrzolle = 0,5 Achtellr.
= 0,0625 Lr.
5 Primen = 05 Lrzolle.
= 0,05 Achtellr.
= 0,00625 Lr.

§. 66.

Die Bequemlichkeit, die die Decimaleintheilung beym Rechnen verschaffet, kann man auch bey der gewöhnlichen Eintheilung des Lachters erhalten, wenn man mit dem Herrn Hofrath **Kästner** (Markscheidekunst, 2te Anmerkung 46 ꝛc.) das Achtellachter zur Einheit des Lachtermaaßes annimmt.

Thut man dieses: So heißt das Lachter = 8, und kann also das Produckt, das durch die Multiplication der Zahl der Lachter mit 8 herauskommt, an die Zahl der Achtellachter und deren Theile so schreiben, daß sich alle Ziffern zusammen nach dem Gesetze der Decimalarithmetick lesen lassen.

So wären z. B.:

50 Lr. 3 Achtellr. 6 Lrz. 7 Pr.
= 403 Alr. 6 Lrz. 7 Pr.
= 403 Alr. + 6. $\frac{1}{10}$ Alr. +
7 $\frac{1}{100}$ Alr.
= 403, 67 Achtlr.

§. 67.

Ein Lachter in ein andres oder dessen Theile (63) zu verwandeln.

Auflösung.

Hiezu muß man die Verhältnisse in den beyde gegen andere bekannte Maaße stehen, wissen.

Gesetzt also, man sollte die schwedische **Famme** (ein Maaß der schwedischen Bergleuthe) in Freybergische Lachterzolle verwandeln:

So hat man dazu folgende Angaben:

1 Famme = 6 schw. Fuß (v. O. Mks. §. 76)
12520 schw. Fuß = 13159 Leipzfuß (Mayers prakt. Geom. S. 52).
7 Leipzigfuß = 80 Lrzolle (§. 63).

Die

Die Berechnung aber ist folgende:

$$1 \text{ schw. Fuß} = \frac{13159}{12520} \text{ Leipzfuß:}$$

Also

$$1 \text{ Famme} = 6 \times \frac{13159}{12520} \text{ Leipzfuß;}$$

Aber

$$1 \text{ Leipz. Fuß} = \frac{80}{7} \text{ Lrz.}$$

Folglich

$$1 \text{ Famme} = 6 \times \frac{13159}{12520} \times \frac{80}{7} \text{ Lrz.}$$

$$= \frac{13159.48}{1252.7} \text{ Lrz.}$$

$$= \frac{13159.12}{2191} \text{ Lrz.}$$

Nun ist

$$\log. \frac{13159.12}{2191} = \log. 13159 + \text{l. } 12 - \text{l. } 2191 = 1,8587617.$$

Dieser gehört zu 72, 237: Also die schwedische Famme = 72, 237 Lrzolle.

Eben das würde man auch durch die Kettenregel erhalten haben. Aber es ist offenbar viel besser, solche Rechnungen aus Gleichungen, wie hier geschehen, herzuleiten.

Bey Verwandlung andrer Lachtermaaße in einander läßt sich ähnliches Verfahren anbringen.

§. 68.

Wenn man das Freybergische Lachter in 1000 gleiche Theile theilt: So enthält das Joachimsthalische

 986

986 derselben; das Eislebische 1014, und das Clausthalische 970, (Kästn. a. B. 2te Anmerk. §. 1, und Weidlers Markscheidekunst, §. 16).

Dieß dient zur Vergleichung verschiedener Lachter unter einander.

Diese wird richtig seyn, insoferne die angegebenen Verhältnisse richtig sind.

Herr H. Kästner hat **Weidlern** seine bequemer, wie hier, ausgedruckt.

Weidler nämlich setzt das Freybergische Lachter = 500; also ist das Joachimsthalische = 493, das Eislebische = 507, und das Clausthalische = 485.

Ohne Zweifel hat sie Weidler aus Voigtels Markscheidekunst (Seite 1) genommen. Man muß daher unter dem angegebenen Freybergischen Lachter das alte, wenigstens nicht das = $3\frac{1}{2}$ leipziger Elle verstehen.

§. 69.

Zu finden, wie viel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält.

Auflösung.

Die gegebene Zahl sey = 0, abcd...;
Die gesuchte aber = x:
So ist

$$x = 8 \times 0,abcd...$$

Beweis.

Denn

$$0,abcd... = \frac{x}{8} \text{ (Bed. d. Aufg.).}$$

woraus x, wie angegeben, folgt.

V.

V.

Die in der Markscheidekunst vorkommenden Werkzeuge, ihr Gebrauch, ihre Fehler und Prüfung derselben, u. s. w.

a) Schnur, Kette und Lachterstab.

§. 70.

I.) Gerade Linien anzugeben, bedient sich der Markscheider, besonders über Tage, einer 10 bis 20 ꝛc. Lachter langen, und etliche Linien dicken bastnen, meist flächsenen, Schnur; in der Grube aber, sonderlich wo man wegen der Feuchtigkeit beym Gebrauche itzt genannter Schnur Unrichtigkeiten zu befürchten glaubt, der so genannten Lachterkette.

II.) Diese ist gemeiniglich 6 Lachter lang, und besteht aus schwachen messingenen Gliedweise mittelst Ringe aneinander gehängten Drathe.

III.) Die Entfernung zwischen jeden auf einander folgenden Mittelpunkten zwoer solchen Ringe müssen genau einerley Länge betragen.

IV.) Dieß ist bey der gewöhnlichen Eintheilung des Lachters meist $= \frac{1}{8}$ Lachter, zuweilen aber nur $= \frac{1}{16}$ Lachter:

V.) Also in Rücksicht des Freybergischen Lachters (61) jene

$= 10,5$ Leipz. Zoll
$= 9,3646$ Rheinl. Zoll } (62).

Diese aber

$= 5, 25$ Leipz. Zoll
$= 4,6823$ Rheinl. Zoll } (a. O.).

VI.) Bey der zehntheilichten Eintheilung des Lachters ist gedachte Länge = $\frac{1}{10}$ Lachter: Also in Betracht des Freybergischen Lachters.

= 8, 4 Leipz. Zoll
= 7,49574.... Rheinl. Zoll.

VII.) An den beyden Enden einer solchergestalt eingerichteten Lachterkette, werden ein paar, etwa einen Zoll im Durchmesser habende Ringe angebracht.

VIII.) Uebrigens ist bey jedem halben Lachter ein Merkmahl, bey jedem ganzen aber ein messingenes Plättchen befindlich, auf dem man das wie vielste Lachter es vom **Anfangspunkte** der Kette ist, bezeichnet hat.

IX.) Die dritte Figur stellt eine Lachterkette vor.

§. 71.

I.) Bastene und flächsene Schnur pflegte man auch als Lachterkette einzurichten und zu gebrauchen, indem man sie durch kleine messingene Ringe, auch wohl blos durch Knoten in ganze, halbe, auch viertel Lachter eintheilt, dergestalt, daß man am Ende eines jeden Lachters die Zahl desselben auf ein an den kleinen Ring angehängtes Blechlein anmerkte, um dadurch zugleich das Maaß der mit diesen Schnuren gezogenen Linien angeben zu können.

II.) Man sahe aber aus der Erfahrung, daß eine solche **Lachterschnur** theils in der Nässe einliefe, theils, nachdem sie wenig oder viel ausgespannt, kürzer oder länger wurde, daß daher das darauf angemerkte Lachtermaaß nicht immer dasselbe bliebe.

III.) Die bastne Schnur läuft zwar nicht so leicht ein, und könnte daher in der Grube eher als die flächsene gebraucht werden; allein doch nur zu Ziehung und nicht zu Ausmessung gerader Linien, weil sie ebenfalls genannten Fehler (II) unterworfen.

IV.)

IV.) Diesen Fehler zu vermeiden, läßt man die Lachterschnur widersinnig winden, in Oehl sieden, und nachdem sie getrocknet, durch zerflossenes Wachs ziehen, und mit harten Wachs durch und durch bestreichen.

So nimmt sie zwar die Feuchtigkeit weniger an, allein sie ist demohnerachtet besser nur zu Ziehung als Ausmessung gerader Linien zu gebrauchen, und zu jener Absicht ist auch ihre Eintheilung in Lachter nicht nöthig.

V.) Eigentlich kann eine solche Schnur (IV) entbehrt werden.

Zu Ziehung gerader Linien ist so wohl in der Grube, als über Tage eine fein gleich gezwirnte, aber nicht zu viel gedrehte Schnur hinreichend. Wenn gleich diese naß zwischen zween festen Punkten ausgespannt ist: So hat man doch deshalb keinen Fehler zu befürchten, da man nur an der Schnur hinmißt, um die Entfernung beyder Punkte, nicht die Länge der Schnur, die ausgespannt war, zu wissen. Daher die von Markscheidern im vorigen Paragraphs I Absatze angegebene Absicht dem Gebrauch der Schnur in der Grube zu entgehen keinen Einfluß hat. Vielmehr ist die Lachterkette zu dieser Absicht würklich unbequem, da man mit Mühe eine andre Linie ziehen kann, als die eben so lang als sie selbst ist; auch ihr Gewicht verursacht, daß man sie schwerlich in eine gerade Linie bringen kann; wiewohl es scheinet, daß, wenn sie etwas angezogen, zwo an einander gehangene Glieder von ihr in einer geraden Linie liegen; dem ohnerachtet aber machen doch allemal zwo in einiger Weite von einander abstehende Glieder einen Winkel, der merklich kleiner als zween rechte.

VI.) Uebrigens will ich noch anmerken, daß die seidnen Schnuren die haltbarsten sind, und deshalb

 halb

halb weit sträffer als die flächsnen ausgespannt werden können.

Man kann sie daher mit dem Herrn v. O. zu Ziehung gerader Linien, als die besten empfehlen.

§. 72.

Zu dieser Arbeit hat man noch messingene **Schrauben**, etwa 6 Stück, nöthig, die oben ein hölzern Heft, unten ohngefähr die Gestalt eines Nagelbohrers haben.

Man nennt sie auch **Pfrimen**.

Die vierte Figur bildet eine vor.

Diese werden in der Grube in **Thürstöcke**, **Spreizen** rc. eingeschraubet, da man hiezu über Tage **Pfähle**, **Zimmerböcke** (welche, wo sie anzubringen, dazu am schicklichsten sind), **Bäume** und dergleichen, braucht.

§. 73.

Damit die Glieder der Lachterkette nicht so leicht zerbrechen, und, wenn sie verbogen worden, alsbald wiederum ausgegleichet werden können, so darf man nur, bevor sie gefertiget werden, den messingenen Drath hiezu etwas glühen. Doch dürfen die Glieder nicht zu beugsam seyn, damit sie sich nicht leicht zu viel ausziehen lassen.

Ist dieß Glühen bey Fertigung einer Lachterkette nicht geschehen: So kann mans noch thun, wenn man sie eine kurze Zeit in heisser Asche oder verdickten glühenden Köhlgen einlegt, hierauf vor deren weitern Gebrauch für sich selbst erkalten läßt. Man muß aber beym ganzen Verfahren die Vorsicht brauchen, daß sie nicht zu heiß wird, und nicht zu jähling erkaltet.

§. 74.

Zu Ausmessung gerader Linien bedienen sich auch einige Markscheider des so genannten **Lachterstabes**.

Er ist ein gerader, ohngefähr 1 Zoll breiter, ½ Zoll dicker, und 1 Lachter langer prißmatischer Stab, von gutem

gutem wohl ausgetrocknetem Holze *), auf dem das Lachter in seine Achtellachter, ganze, halbe und viertel Zolle genau getheilet, und an beyden Enden desselben, zu Vermeidung des Abstossens, eine messingene, ohngefähr 1 Zoll lange Kappe angeschuhet ist.

In der Mitte des Stabes Breite ist der Länge nach eine kleine cylindrische Vertiefung angebracht, die sich in gerader Linie durch die ganze Stange erstreckt, und worein die ausgespannte Schnur bequem paßt.

Mittelst dieser Vertiefung läßt sich die Ausmessung bequem und richtig bewerkstelligen, wenn man nur gehörig verfährt.

Eine andere Art Lachterstab findet man beym Herrn Cancrinus: Erste Gründe der Berg- und Salzwerkskunde, 6ten Theile 2te Abtheilung, § 899.

b) Eintheilung des Lachterstabes.

§. 75.

Bequem Parallel- und Perpendiculärlinien zu ziehen, dienen die **hölzernen rechtwinklichten Dreyecke und Winkelhaken.**

Man trift gewöhnlich welche in den Reiszeugen an; und wenn sie sehr gut seyn sollen, muß der rechte Winkel daran alle nöthige Genauigkeit haben.

§. 76.

Die Richtigkeit eines Winkelhakens, oder rechtwinklichten Dreyecks (75) zu prüfen.

Auflösung.

Folgende Methode scheint mir mit Herrn Prof. Mayer (praktischer Geom. S. 206) die richtigste und bequemste:

1) Des

*) Am besten schickt sich dazu Ebenholz, weil sich dieses nicht leicht wirft.

Diese Anmerkung gilt auch bey andern Werkzeugen, z. E. Linialen, Winkelhaken rc.

1) Des Winkelhakens oder rechtwinklichten Dreyecks abc (Fig. 5) einen Schenkel lege man genau an die Schärfe ik eines wohlgeprüften Linials *);

2) Drücke das Linial mit dem Daumen fest ans Papier,

3) Und ziehe mit aller möglichen Sorgfalt genau längst des andern Schenkels hb eine feine Linie auf das Papier.

4) Nun lasse man das Linial in unverrückter Lage,

5) Und kehre den Winkelhaken um, so daß der Schenkel bc nach der Richtung bC zu liegen kommt.

6) Wenn nun bey des Winkelhakens hbC itzigen Lage der Schenkel hb wieder genau mit der vorhin auf dem Papiere gezogenen Linie zusammentrift, oder mit ihr parallel läuft:

7) So ist der Winkelhaken oder das rechtwinklichte Dreyeck richtig.

8) Ersteres (6) erhellet aus Geom. 5. Grundsatze Das zweyte (6) aus dasigem 12ten Satze.

9) Geschicht das in 7) nicht: So bedarf der Winkelhaken einer Verbesserung, und man wird leicht aus 8) beurtheilen können, ob der Winkel hbc stumpf oder spitzig, und also, ob man ihn durch Abschaben oder Schleifen seiner Schenkel kleiner oder größer machen muß.

§. 77.

Vorausgesetzt, das rechtwinklichte Dreyeck, oder der Winkelhaken habe die erforderliche Richtigkeit:

Man soll dessen Gebrauch (75) zeigen.

Auflö-

*) Wie man gewöhnlich ein Linial prüft, ist bekannt; wie aber dessen Schärfen, wenn sie nicht in gerader Linie liegen, wieder gerade und eben gemacht werden können, zeigt Herr Prof. Mayer in seiner praktischen Geometrie, 103 rc. S.

Auflösung.

A) Für Ziehung einer Parallele mit einer gegebenen Linie AG durch einen Punkt F.

1) An die Linie AG lege man genau des rechtwinklichten Dreyecks HBC Hypothenuse HC;

2) Nehme ein Linial ik;

3) Lege dessen Schärfe genau an den Katheten;

4) Drücke es fest an das Papier, damit es sich nicht verrücke, und

5) Schiebe das Dreyeck HBC an dem Liniale fort, daß solches in die Lage hbc kommt, wo die Hypothenuse hc durch F geht.

6) Nun ziehe man längst hc eine Linie:

7) Diese wird mit AG parallel seyn, weil W. HCB = W hcb, und solches zum Parallelismo erfodert wird (Geom. 11te S.).

8) Sollte durch O eine Parallele gezogen werden, und das Linial ik wäre nicht lang genug:

Da schiebe man das Dreyeck so weit fort, als es angeht; z. E. bis in die Lage hbc;

Drücke es ans Papier,

Und schiebe das Linial längst des Catheten bc, weiter herauf.

Man sieht, daß man alsdann das Dreyeck bis an den Punkt O wird rücken können.

9) Wenn man durch einen Punkt, wie L, eine Parallele ziehen wollte, daß das Dreyeck nicht ausreicht.

Da bringe man das Dreyeck in eine Lage wie hbc;

Hierauf nehme man das Linial ik;

Lege es an den andern Catheten hb, und

Schiebe das Dreyeck längst desselben fort:

So wird man bis an L hinkommen können.

B) Für

B) Für Perpendikel auf einer Linie aufzurichten.

Das Verfahren hiezu ist bekannt, und schon aus der bloßen Känntniß des Winkelhakens begreiflich.

§. 78.

Das im vorigen § beschriebne Verfahren parallel Linien zu ziehen, ist, wie gedacht, das bequemste, aber auch zugleich das zuverläßigste, und weit besser als das mit dem gewöhnlichen Parallellinial.

Die theoretische Geometrie giebt zwar sehr viele, und die richtigsten Methoden, blos durch Zirkel und Linial parallele und senkrechte Linien zu ziehen: Sie sind aber in der Ausübung nicht allemal die bequemsten.

§. 79.

Linien einzutheilen sind die sogenannten **Federzirkel** sehr vortheilhaft.

Die 6te Figur stellt einen vor.

Daselbst ist statt eines gewöhnlichen Zirkelgewindes das Stück ABCDEG von gehärteten Stahle; nämlich der obere Theil CDE ist ein breites, in einen Bogen gekrümmtes elastisches Stück, eine **Feder**, an der auf beyden Seiten die Schenkel CA, EG herunter gehen, in die, wie gewöhnlich, die Füsse des Zirkels AL, GM eingesenkt werden. BF ist ein mit feinen Schraubengängen versehener Kreisbogen, der an den einen Schenkel CA bey B besestiget ist, durch den andern Schenkel EG aber durch eine ihm gemäße Oefnung geht. Ueberdieß ist H eine Schraubenmutter.

Nachdem man nun diese rechts oder links herumdrehet, so treibet sie die Schenkel CL, EM, näher zusammen oder weiter von einander, und die elastische Kraft des in den Bogen gespannten Stücks CDE, welche beständig die Schenkel CL, EM aus einander zu treiben strebt, trägt vieles dazu bey, daß auch die geringste Umdrehung der Schraubenmutter H die Entfer-

fernung der beyden Spitzen L, M verändert, und man also die Endpunkte einer abzutragenden Linie sehr genau zwischen die beyden Spitzen L, M fassen kann.

Mayers praktische Geometrie, §. 62, 6.

§. 80.

Bequem große Weiten zu fassen rc. dient ein guter Stangenzirkel.

Die 7te Figur bildet einen vor.

Er besteht aus einer viereckigten prismatischen Stange AB vom Messing oder polirten Stahle; abcd, $\alpha\beta\gamma\delta$ sind viereckigte messingene Hülsen, in die genau der prismatische Stab AB passet. Diese Hülsen sind an ihrer untern Fläche mit zween Ansätzen versehen, an die man sehr scharfe stählerne Stifte i, g, senkrecht anschrauben kann. p und q sind ein paar andere Ansätze, durch welche die Stellschraube Ml gehet. Ersterer, p, findet sich am Ende des prismatischen Stabes AB, der zwote, q, ist aber auf der Hülse abcd befestiget. Die Vorrichtung an dieser Stellschraube muß so beschaffen seyn, daß, wenn man sie herumdrehet, sie der Hülse abcd, und folglich dem Stifte i eine sanfte Bewegung von A gegen B, oder von B gegen A ertheilet. r, n, sind Schrauben, wodurch man die Hülsen an dem Stabe in einer unverrückten Lage erhalten kann. Löset man die Schraube n, an der Hülse $\alpha\beta\gamma\delta$; so läßt sich diese Hülse an dem prismatischen Stabe AB fortschieben, und man kann dadurch denen Stiften i, g eine verlangte Weite von einander verschaffen.

§. 81.

Mit dem Stangenzirkel eine gewisse Weite zu fassen.

Auflösung.

Man bringe die Hülse $\alpha\beta\gamma\delta$ der abcd so nahe, daß wenn g in dem einen Endpunkte der zufassenden Weite

Weite eintrift, diese zwischen g und i nur erst ohngefähr enthalten ist.

Hierauf ziehe man die Schraube n an;

Löse die r,

Und wende die Stellschraube Ml herum.

Nun kann man i, so wenig man will, verrücken, und dadurch i genau in den andern Endpunkt der zufassenden Weite bringen.

So erhält man zwischen i und g völlig genau die verlangte Entfernung;

Und wenn man die Schraube r wieder anzieht; So läßt sich die gefundene Weite ig unverändert behalten.

§. 82.

I. Die Beschreibung des Stangenzirkels im 80 § giebt Herr Prof. **Mayer** (praktische Geom. § 89, I.). Mir scheint dieses Werkzeug gleichfalls bequem, und zur Eintheilung des Lachterstabes sowohl als des Kreisses sehr gut zu gebrauchen; daher ich die Beschreibung hier mitgetheilt habe.

II. Herr Prof. **Mayer** erinnert (a. a. O.) auch, daß sich leicht noch verschiedene Verbesserungen dabey anbringen liessen. Z. E. auf dem prismatischen Stabe AB könnten Maasstäbe verzeichnet werden, wodurch die Spitzen i, g, sogleich in eine verlangte Weite zu stellen, dabey aber wäre die Einrichtung so zu machen, daß Ml als **Mikrometerschraube** sehr kleine Theile des Maaßstabes angäbe.

III. Zu dieser Absicht muß Ml mit Schraubengängen versehen seyn, die gleiche Weite haben, und sehr fein und genau gearbeitet sind.

Wenn man nun die Schraube einmal, zweymal rc., oder nur zur Hälfte, vierten Theil rc. herumdrehet: So wird dadurch der Schraube Ende um so viel fortgeschoben, als die einfache, doppelte rc. Weite

eines

eines Schraubenganges, oder die Hälfte, den vierten Theil ꝛc. davon, beträgt.

Um so viel rückt also auch die Hülse abcd an den Stangenzirkel (80) fort.

Dreht man die Schraube um einen sehr geringen Theil um: So verschiebt sich auch ihr Ende, folglich auch die Hülse abcd um etwas sehr geringes.

Wie viel das beträgt, läßt sich leicht finden.

Man bringe beym Kopfe M der Schraube Ml eine unbewegliche Scheibe an, deren Umkreis in gleiche Theile getheilt ist, und lasse die Schraube selbst einen Weiser über dieser Scheibe herumdrehen.

Gesetzt nun, in der Länge eines Zolles wären 50 Gänge, und die Scheibe in 20 gleiche Theile getheilt: So wird sich bey einer ganzen Umdrehung das Schraubenende, folglich auch die Hülse abcd um $\frac{1}{50}$ Zoll verrücken: Also, wenn man sie um $\frac{1}{20}$ der Umdrehung drehte, um $\frac{1}{50} : 20 = 0{,}001$ Zoll.

Kästners Astr. Abhandl. 2te Samml. 5te Abh. §. 20, I. S. 215 ꝛc.

IV. Mit der Mikrometerschraube kann man nicht nur sehr kleine Theile von geraden Linien, sondern auch von Winkeln angeben.

Wie dies letztere geschieht, lernt man auch aus gleich angeführtem Buche, 5te Abhandlung, §. 20, III. S. 216 ꝛc.

Wer überhaupt eine vollständige Theorie von Mikrometern lesen will, findet solche in der dasigen 7ten Abhandlung, mit des Herrn Hofr. Kästners eignen Gründlichkeit aus einandergesetzt. Auch wird man deshalb schon sehr befriedigt durch Herrn Prof. Mayers praktischer Geometrie XIV. Kapitel.

§. 83.

Einen Viertellachterstab so genau als möglich in Primen zu theilen.

Auflösung.

1) Von eben dem Holze, woraus der Stab besteht, lasse man sich ein Breth, sehr glatt gehobelt, und etwas weniges länger als $\frac{1}{4}$ Lachter, und ohngefähr 12 Zoll breit, verfertigen.

Dieses Breth stelle AB in der 8ten Figur vor;

2) Darauf nun reisse man nahe am Rande eine sehr zarte Linie db;

3) Nehme auf dieser zween Punkte a, b, die $\frac{1}{4}$ Lr. von einander entfernt sind;

4) Durch den einen a reisse man nach der Ecke B zu eine sehr feine Linie ag;

5) Auf dieser nehme man von a aus mit dem Stangenzirkel (81) vier gleiche willkührliche Stücken ac = ce = ef = fg;

6) Wobey aber (wie in ähnlichen Fällen) alle mögliche Sorgfalt zu nehmen, daß des Stangenzirkels Spitzen genau in die Punkte a, c, e, f, g eingesetzt, und diese so zart angegeben werden, daß man sie kaum mit bloßen Augen erkennen kann.

7) Nun ziehe man durch f, e, c, so genau als möglich mit gb Parallelen (77), welche eben nicht ausgezogen, sondern nur in ab durch sehr zarte Einschnitte bemerkt werden dürfen, durch die Punkte 15, 10, 5, wo die genannten Parallelen eintreffen:

8) So ist dadurch ab in vier gleiche Theile getheilt (Geom. 29. S. 1. Zus.):

Also a5 = 5 10, = 10 15 = 15 20 = 5 Lrzolle.

9) Sich von der Richtigkeit dieser Theilung zu versichern, nehme man mit dem Stangenzirkel genau die Weite a5, und versuche, ob sie = 5 10, = 10 15 = 15 b;

Dies

Dies wird so seyn, wenn, indem die eine Spitze des Stangenzirkels in die Punkte 5, 10, 15 gesetzt wird, die andere genau in 10, 15, b eintrift.

10) Nun nehme man von a aus auf ag fünf gleiche willkührliche Stücke $a\alpha, = \alpha\delta = \delta\beta = \beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, wie in 5, 6, mit den vieren geschah,

11) Und suche auf ähnliche Art, wie in 7, die Punkte 1, 2, 3, 4:

12) So hat man dadurch a1 = 1 2 = 2 3 = 3 4 = 4 5 = 1 Lrzoll (Geom. a. O.).

13) Sich von der Richtigkeit der Theilung zu versichern, fasse man mit dem Federzirkel (79) genau die Weite a1, und sehe, ob die eine Zirkelspitze genau in 2, 3, 4, 5 eintrift, wenn die andere gehörig in 1, 2, 3, 4 gesetzt wird; auch versuche man, ob die gefaßte Weite a1 genau fünfmal in 5 10, 10 15, 15 b enthalten ist.

14) Die Primen zu erhalten, theile man mit dem Federzirkel (79) durch Versuch die a1 oder 1 2, oder 2 3 ꝛc. in 10 gleiche Theile, indem man a1 ꝛc. erstlich halbirt, und die Hälfte in 5 gleiche Theile theilt.

15) Will man z. E. dieß bey 2 3 vornehmen: So fasse man zwischen des Federzirkels Spitzen eine Weite, welche man nach dem Augenmaaße ohngefähr für die Hälfte der 2 3 hält;

Setze die eine Spitze in den Punkt 2, und mache mit der andern in der Linie 2 3 einen sanften Einschnitt l;

Hierauf bringe man mit unveränderter Oefnung des Federzirkels die eine Spitze in Punkt 3;

Fiele nun die andere genau in Punkt l: So würde die Weite des Federzirkels Spitzen genau die Hälfte von der 2 3 seyn.

Geschieht dieß aber nicht: So mache man einen zweyten Einschnitt m.

Wenn nun der Punkte l, m, Weite lm sehr klein; So kann man deren Mitte i, (welche auch die der 2 3 seyn muß) ziemlich genau nach dem bloßen Augenmaaße bestimmen;

Man lasse daher die eine Zirkelspitze im Punkte 3 stehen, und verändere mittelst der Schraubenmutter H (79) die andere, bis sie in i hintrift.

Weil aber dadurch i nur nach dem Augenmaaße bestimmt wird: So kann man noch um etwas weniges fehlen.

Man muß daher mit der Weite 3 i wieder eben den Versuch machen, den man vorhin mit 3 m oder 2 l vornahm:

So wird man endlich ein paar Punkte, wie l, m, so zusammenrücken, bis sie endlich in einem einzigen i fallen, und dieser wird just in der Mitte von 2 3 liegen.

16) Nun den fünften Theil von 2i, der Hälfte von 2 3, zu finden, muß man erst des Federzirkels Spitzen auf eine Weite stellen, die man nach dem Augenmaaße für ohngefähr den verlangten fünften Theil hält, und sehen, ob sie in 2i, oder i 3 genau fünfmal enthalten ist. Ist das nicht: so muß man genannte Weite so lange ändern, bis man sie fünfmal in 2 i oder i 3 tragen kann. Was aber hiebey sonst zu beobachten, läßt sich leichter zeigen als beschreiben, und fällt überdem so in die Augen.

17) Weil aber auf der Linie ab die Weite von 1 Erzoll oft enthalten: So kann man auch die Versuche oft anstellen; und wenn die Theilung bey der einen unglücklich ausfielen: so könnte man sie bey einer andern vornehmen, bis man endlich eine erhält, die mit aller möglichen Genauigkeit in ihre Primen getheilt ist.

18) Den

18) Den vorgegebenen Stab eD (Fig. 8.) nun einzutheilen, ziehe man auf der Seitenfläche Ck eine Linie hk mit der Seitenkannte no parallel;

Fasse genau mit dem Stangenzirkel die Weite a5, = 5 Lrzoll, und trage sie von h nach 5;

Dann nehme man a10 = 2 × a5 = 10 Lrzoll, und trage sie von h nach 10,

Eben so bestimme man h15 = 3 × a5 = a15 = 15 Lrzoll.

Nun fasse man genau die Weite a1 = 1 Lrzoll, und trage solche von h nach 1.

Und von eben diesem Punkte nach 2, 3, 4, die Weiten a2, = 2 Lrzolle, a3 = 3 Lrzoll, a4 = 4 Lrzoll;

Auf gleiche Art bestimme man h6, h7 ꝛc. = 10 4 = 10 3 ꝛc. = 6, 7, ꝛc. Lrzolle:

Dadurch wird man hk in Zolle eingetheilt erhalten.

Nun trage man von h aus mit dem Federzirkel genau gefaßte Weiten von 1 Prime, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Primen; hierauf von 1 Lrz. + 1 Pr., 1 Lrz. + 2 Pr. ꝛc., dann mit dem Stangenzirkel von 2 Lrz. + 1 Pr.; 2 Lrz. + 2 Pr., u. s. f.

Solchergestalt wird man hk = $\frac{1}{4}$ Lr. in Primen eingetheilt bekommen.

Zieht man nun durch die erhaltenen Theilpunkte, nach Art wie bey den Meßstäben geschieht, mit Cn parallele Linien, die aber nicht breiter als etwa 0, 001 Zollen seyn dürfen: so hat man gethan, was die Aufgabe verlangte.

§. 84.

Man thut sehr wohl, wenn man sich während der Theilung eines Vergrößerungsglases von ohngefähr 2 Zollen Brennweite bedient. Denn dadurch kann man die Zirkelspitzen desto genauer in die Theilpunkte einsetzen,

setzen, auch selbst kleine Fehler in der Theilung hk sichtbarer machen.

§. 85.

Man könnte auch statt des Breths einen Stab, einerley mit dem einzutheilenden, nur etwas wenig länger, nehmen, und darauf die Linie db ziehen. Aber dann müßte man ab durch Versuche theilen.

Wer beydes thun wollte, könnte sich mehr von der Richtigkeit der Eintheilung des Stabes CD versichern.

§. 86.

Einen Lachterstab in Primen zu theilen.

Auflösung.

Man' nehme von einem richtig eingetheilten Viertellachterstab mit dem Stangenzirkel genau $\frac{1}{8}$ Lachter, und trage solches 8 mal auf den vorgegebenen Lachterstab; wobey aber die Erinnerung in 6 der Auflösung des 83 § zu beobachten;

Dann bestimme man darauf für jedes Viertellachter die Zolle und Primen auf ähnliche Art, wie 18 der Auflösung des 83 § vorschreibt.

§. 87.

Diese Art, einen Lachterstab einzutheilen, scheint mir die beste zu seyn. Man muß sich aber bey diesem Geschäfte nicht übereilen, und keine Mühe erspahren, durch wiederholte Prüfungen die Theilung (83, 86) zu berichtigen.

c) Vernier.

§. 88.

I. Eine gerade Linie AB, (oder sonst eine Größe), = a, sey (Fig. 9) in eine Menge gleiche Theile getheilt.

II. Von ihr nehme man r solcher Theile, und trage sie auf eine andere gerade Linie CD, daß CD so groß ist, als r Theile von a.

III. Diese

III. Diese CD, deren Länge L heissen mag, theile man in r — 1 gleiche Theile: So wird ein Theil von a kleiner seyn, als einer von CD.

IV. Heißt nun ein Theil von a, = h, einer von CD, = k: So ist

$$\text{CD oder } L = r.h, \text{ (II)}$$
$$= (r-1)\,k, \text{ (III)}:$$

V. Also

$$k = \frac{r}{r-1}h, \text{ (IV.)}$$

und

$$k - h = \frac{r}{r-1}h - h$$
$$= \frac{1}{r-1}h;$$
$$= \frac{1}{r-1} \cdot \frac{L}{r} \text{ (IV)}$$
$$= \frac{1}{r(r-1)}L.$$

§. 89.

Des nten Theilstriches auf CD von D aus Abstand von dem nten, der auf AB von d aus lieget, ist $= n\,(k-h) = \frac{n}{r-1}\,h = \frac{n}{r(r-1)}\,L$

Beweis.

Man lege D auf d:

So wird G als der erste Theilstrich von D weg, linker Hand c auf γ fallen, daß beyde Theilstriche G und

und c von einander um $k - h, = \frac{1}{r-1} h = \frac{L}{r(r-1)}$ (88, V), abstehen.

Ferner wird der Theilstrich F, als der zweyte von D aus, linker Hand i auf δ zu liegen kommen, und beyde Theilstriche F und i werden um $2(k-h) = \frac{2}{r-1} h = \frac{2}{r(r-1)} L$ abstehen.

Auf gleiche Art läßt sich weiter schließen.

Und so erhellet was der Satz behauptet.

§. 90.

Die Linie CD (88, II) heisse ein **Vernier**, der Punkt oder Strich D aber, wo sich auf dem Vernier die Theile anfangen, der **Anfangsstrich**, und die Theilstriche, die den ersten, zweyten, dritten rc. (auf AB von d, und auf CD von D ausgerechnet) endigen, der **erste, zweyte, dritte** rc. **Theilstrich**.

§. 91.

Der Vernier CD (Fig. 10) lasse sich längst AB fortschieben, und liege an AB so, daß D auf d fällt:

So rückt, indem man CD von der linken Hand gegen die rechte längst AB fortschiebet, bis der erste Theilstrich G des Vernier CD an der AB Theilstrich c, der der erste linker Hand d ist, zu liegen kommt, der Anfangsstrich D vorwärts nach B zu, und entfernet sich von D um $\frac{1}{r-1}$ h. (89).

Auf diese Art rückt D nach der Ordnung um $\frac{2}{r-1}$ h; $\frac{3}{r-1}$ h, u. s. w. vorwärts, nachdem die Theilstriche F, E, u. s. w. als die 2ten, 3ten u. s. f.

von

von D weg, kommen an die Theilstriche i, p, u. s. w. als die 2ten, 3ten rc., die linker Hand von d liegen.

§. 92.

Zu finden, um wie viel ein Punkt μ der zwischen zween Theilstrichen, z. E. e und f, angenommen wird, von dem nächsten Theilstriche e, (der linker Hand μ liegt,) absteht.

Auflösung.

Man schiebe den Vernier fort, bis dessen Anfangsstrich D genau an μ zu liegen kommt;

Und untersuche, welcher Theilstrich des Vernier mit einem gewissen Theilstriche der AB zusammentrift.

Gesetzt es wäre der CD qte Theilstrich: So wird der Anfangsstrich D, oder μ, genau um $\frac{q}{r-1}h$ von e abstehen (91):

Also

$$e\mu = \frac{q}{r-1}h$$

seyn.

§. 93.

Wären von A bis e, x Theile, jeder = h:

So ist

$$A\mu = xh + \frac{q}{r-1}h$$
$$= \left(x + \frac{q}{r-1}\right)h.$$

§. 94.

Weil ein Theil des Vernier grösser ist als ein Theil von AB:

So kann es geschehen, daß (Fig. 11) kein Theilstrich von CD mit einem von AB zusammentrift.

Dann aber muß $e\mu$ zwischen zwo Gränzen fallen, die um $\frac{1}{r-1}$ h von einander unterschieden sind.

Beweis.

Wenn der qte Theilstrich i der AB mit dem qten E der CD zusammenpaßte: So wäre $e\mu = \frac{q}{r-1} h$ (92).

Geschähe dies Zusammenpassen bey dem (q + 1)ten Theilstriche der AB und CD: So müßte $e\mu = \frac{q+1}{r-1} h$ seyn (92).

Nun soll aber keiner an den andern passen:

Folglich muß $e\mu$ zwischen $\frac{q}{r-1}$ h und $\frac{q+1}{r-1}$ h fallen, d. i. $e\mu$ muß $> \frac{q}{r-1}$ h und $< \frac{q+1}{r-1}$. h seyn.

§. 95.

Zu finden, um wie viel $e\mu$ größer als $\frac{1}{r-1}$ h.

Auflösung.

Man setze was man sucht = y; Nach der Figur ist es = iE:

So hat man

$$e\mu = \frac{1}{r-1} h + y.$$

Nun

Nun schätze man nach dem Augenmaaße, was die beyden benachbarten Stückgen $iE = y$; und Pp für eine Verhältniß gegen einander haben.

Gesetzt es wäre

$$y : Pp = n : m;$$

Also

$$y = \frac{n \times Pp}{m}.$$

Aber

$$Pp = \frac{1}{r-1} h - y.$$

Folglich

$$y = \frac{n}{m} \cdot \frac{h}{r-1} - \frac{n}{m} y$$

$$= \frac{n}{(n+m)(r-1)} h.$$

§. 96.

Hieraus hat man:

$$e\mu = \left(\frac{1}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)}\right) h$$

oder

$$= \frac{2n+m}{(n+m)(r-1)} h;$$

und

$$A\mu = \left(x + \frac{q}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)}\right) h.$$

oder

$$= \left(x + \frac{(q+1)n + mq}{(n+m)(r-1)}\right) h.$$

§. 97.

§. 97.

Die bisherige Methode, kleine Theile einer Linie anzugeben, schreibt man gewöhnlich dem portugiesischen Prof. der Mathem. zu Koimbra, Peter Nunez oder Nonius zu. Daher heißt auch CD ein Nonius. Aber Herr Hofrath Kästner zeigt in seinen Astr. Abhandlung. II. Samml. 5te Abhandl. S. 180 daß diese Erfindnng einem Deutschen, Namens P. Vernier oder Werner zugehöre. Daher die Benennung von CD im 90 §.

§. 98.

Eine andere Einrichtung des Vernier, die auch zuweilen gebraucht wird, ist die:

Man setze, der Vernier sey $= r\ h$, und theile diese Länge in $r + 1$ Theile: So werden hier die Theile des Vernier kleiner ausfallen, als die von AB.

Nun ist ein Theil des Vernier $= \frac{r.\ h}{r + 1}$, und folglich, um wie viel ein solcher Theil einen von AB übertrift, oder $h - \frac{r}{r + 1} h = \frac{1}{r + 1} h$.

Uebrigens lassen sich bey dieser Art Vernier ähnliche Betrachtungen, wie bey jener (88), anstellen.

d) Anwendung des Verniers bey geraden Linien.

§. 99.

Man setze, auf AB habe man von A nach B, 10 Lachterzolle abgetragen, und jeden in 10 Primen getheilt, daß $h = \frac{1}{10}$ Lrzoll $= 1$ Prime.

Nun mache man einen Vernier, dessen Länge $= 101\ h = 101$ Primen, (d. i. [nach §. 88] $= r\,h$); theile ihn in 100 (d. i. in $r - 1$ (88)) gleiche Theile:

So

So ist ein Theil auf dem Vernier um $\frac{1}{100}$ h = 0,001 Zoll = 0,01 Prime größer als ein Theil des Randes.

Auf die Art läßt sich also sehr bequem 100 Theile einer Prime, oder 80000 Theile eines Lachters angeben.

§. 100.

Wer sich nicht mit so kleinen Theilen des Lachters beschäftigen will, der setze AB = 8 Achtellr. = 80 Lrzoll, und h = 1 Lrzoll, r aber = 81, also r — 1 = 80:

So ist ein Theil des Vernier um $\frac{1}{80}$ h = $\frac{1}{80}$ Zoll = $\frac{1}{8}$ Pr. größer, als ein Theil der AB.

Solchergestalt können 8 Theile von Primen angegeben werden. Indessen ist die Eintheilung im vorigen § der in diesem vorzuziehen.

§. 101.

Wenn man an den Lachterstab eine Platte anbringt, die mit des Stabes Seitenfläche, worauf die Theilung geschehen ist, in einer Ebnen liegt, und sich sanfte hin und her schieben läßt: So dient diese zu einen Vernier.

Macht man sie also 101 Primen lang, und theile ihre Länge genau in 100 gleiche Theile: So kann man dadurch auf dem Lachterstabe 100 Theile einer Prime angeben (99).

Gesetzt, man hätte mit dem Lachterstabe abgemessen eine Linie, deren Endpunkt auf dem Stabe da eingetroffen wäre, daß, nachdem der Vernier hingeschoben worden, und dessen Anfangsstrich an genannten Endpunkt genau paßt, der 50ste Theilstrich des Vernier mit einem des Stabes zusammen fällt: So ist des Anfangsstriches Abstand von dem ihm linker Hand nächsten Theilstriche des Stabes =

$\frac{50}{100}$ Pr. = 0,5 Primen (99, 92).

Wäre

Wäre nun vom Anfange bis zu itzt genannten Theilstriche des Stabes, 500 Primen, und überdieß der Stab in der ausgemessenen Linie noch 2mal enthalten: So wäre diese Linie

$= 2$ Lr. $+ 500$ Pr. $+ 0,5$ Pr.

$= 2\frac{5}{8}$ Lr. $+ 0,5$ Pr.

§. 102.

I. Wenn man an der Vernierplatte so genannte Ansätze anbringt, und durch diese eine Mikrometerschraube, wie 82, III. gehen läßt: So kann man dadurch kleinere Theile des Lachters, als mit dem Vernier angeben (a. O.).

II. Man muß aber erst durch einen Versuch ausfindig machen, wie viel Primen, 10, 100, 1000 rc. Theile von Primen zu einer gewissen Menge Umdrehungen gehören.

III. Dieser Versuch nun geschieht so:

Des Vernier Anfangsstrich bringe man an einen Theilstrich des Lachterstabes;

Drehe die Mikrometerschraube herum, bis der Anfangsstrich an den nächsten Theilstrich des Lachterstabes gerücket ist, und sich also um eine Prime fort bewegt hat;

Wie viel ganze Umdrehungen der Mikrometerschraube, und wie viel Theile einer Umdrehung nöthig waren, den Anfangsstrich um eine Prime fortzuschieben, findet man bequem, wenn man bemerkt, über welchen Theilpunkt der Schraube (82, III.) der über ihn befindliche Weiser (a. O.) vor der Schrauben Umwendung stand, und wie oft bey Umdrehung der Schraube derselbe Theilpunkt wieder unter den Weiser kam.

IV. Gesetzt $3\frac{4}{20}$ Umdrehungen wären zu des Vernier Anfangsstriches Fortrückung um einen Zoll nöthig gewesen: So hat man

$3\frac{4}{20}$ Umdr.

$3\frac{4}{20}$ Umdr. : 1 Umdr, = 1 Prime : x

oder

3, 2 Umdr. : 1 Umdr. = 1 Prime : x

folglich

$$x = \frac{1}{3,2} \text{ Pr.}$$
$$= 0{,}03125 \text{ Pr.}$$

Und so viel giebt eine Umdrehung: Also 2 Umdr. =0,06250 Pr.; $\frac{1}{2}$ Umdr. =0,015625 Pr. 3 Umdr. =0,09375 Pr.; $\frac{1}{20}$ Umdr. =0,0015625 Pr. u. s. w.

V. Stünde nun der Anfangsstrich des Vernier zwischen zween Theilstriche des Lachterstabes, z. E. zwischen 3 und 4 Primen, und man wollte wissen, wie groß sein Abstand von dem nächsten Theilstriche, der zur 3 Pr. gehört, wäre:

So bemerke man auf der Scheibe genau den Punkt, über welchen der Weiser steht; wende die Schraube herum, bis des Vernier Anfangsstrich an den Theilstrich für 3 Primen gerückt ist, und zähle die Umdrehungen:

Daraus nun wird sich das verlangte finden lassen (IV).

e) Gebrauch der Schnur, Lachterkette und des Lachterstabes; deren Fehler und ihre Prüfung.

§. 103.

I. Zwischen jeden zwo gegebenen Punkten mit der Schnur eine gerade Linie zu ziehen.

II. Diese mit dem Lachterstabe oder der Lachterkette auszumessen.

§. 104.

Dieß alles läßt sich besser zeigen als sagen, und ist auch schon aus der bloßen Kenntniß der hiezu erforder-

lichen

lichen Werkzeuge begreiflich: daher ich hier der Kürze halber diese zween Sätze als Foderungen aufstelle.

Uebrigens findet man auch das Verfahren in Herrn v. Oppels Markscheidekunst 408 rc. §, und andern Markscheidebüchern angegeben.

§. 105.

Bey Ziehung gerader Linien (103) muß die Schnur genau die Punkte berühren, wo die beyden Schrauben eingeschraubt sind.

Widrigenfalls erhält die Linie eine andere Lage und Größe, als sie eigentlich haben sollte.

Dergleichen Fehler ist man auch ausgesetzt, wenn die Schnur an- oder aufflieget.

§. 106.

Diese Fehler sind leicht zu vermeiden. Hingegen nicht der, den die Krümmung der Schnur verursacht.

§. 107.

I. Wenn man zwischen zween Punkten eine Schnur, so stark als nur immer möglich, ausspannt: So wird man sie doch nie völlig in eine gerade Richtung bringen können, sondern sie wird sich, vermöge ihrer Schwere, in eine wirklich zusammenhängende Krummenlinie beugen.

Ein ähnliches wiederfährt auch einer zwischen zween Punkten ausgespannten Kette; nur bildet diese mehr den Umfang eines gewissen Vielecks, indem, mittelst der Schwere, alle ihre Glieder mit dem Horizonte einen gewissen Winkel machen.

II. Die Natur dieser so entstehenden krummen Linie, haben **Leibnitz** und die beyden Brüder **Bernoulli**, mit Hülfe der Rechnung des Unendlichen bestimmt, und die krumme Linie selbst die **Kettenlinie** genannt.

M. s. Joh. Bernoulli Opp. Tom. III. IV.

Sie

Sie findet bey den Gewölbern, gebrochenen Dächern, Brücken etc. ihre vorzügliche Anwendung.

Jac. Bernoulli Op. Tom. II.; Abhandlung der Königl. schwedischen Akademie der Wissenschaften, IV. Band 135 u. f. S., und V. Band 251 u. f. S.; Lamberts Beyträge zum Gebrauch der Mathematik, 3ter Theil 359 u. f. S.

III. Es sey (Fig. 12) afb die zwischen a und b so stark als möglich ausgespannte Schnur: So ist offenbar afb > ab.

Wenn man nun der Punkte a und b wahre Entfernung sucht: So mißt man statt ab die krumme Linie afb. Man bekommt also diese Entfernung etwas zu groß. Dieser Fehler aber, der hiedurch begangen wird, ist nicht beträchtlich.

Denn je stärker die Schnur gespannt wird, desto weniger krümmt sie sich, und desto näher also kommt sie der geraden Linie ab.

IV. Eine solche stark ausgespannte Schnur wird die größte Krümmung machen, wenn die Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen; sie wird sich aber desto weniger krümmen, je größer der Linie ab Neigung ist.

V. Wenn eine söhlige Schnur ab = 10000, und an jedem ihrer beyden Enden statt der Schrauben (72) von einer Kraft, die funfzigmal so groß als der Schnur Gewicht, gespannt wird: so beträgt der Fehler (III.) noch kein Hunderttausendtheil dessen, was durch die Messung gefunden ward.

Nämlich afb — ab < 0,00001 der Linie ab; wie Herr Hofrath Kästner (Markscheidekunst, 3te Anmerkung 19, 20) gefunden hat.

Dieser Fehler aber ist noch kleiner, wenn die Schnur keine söhlige, sondern eine schiefe Lage hat (IV.).

VI. Hieraus sieht man, daß wegen der Krümmung der Schnur in Messung ihrer Länge nicht so gar viel Unrichtigkeit zu befürchten ist, wenn sie auch nicht so stark, wie in (V) angenommen, gespannt wäre.

Denn bey einer Spannung, wie in V, wäre der Fehler (III) bey einer söhligen Schnur von 10000 Pr. kleiner als 0, 1 Prime, und also noch kleiner, wenn diese Schnur eine schiefe Lage hat (IV.).

Indessen belieben die meisten Markscheider Fehler von ohngefähr 1 Zoll nicht in Betrachtung zu ziehen, noch weniger also einen von 0,1 Pr. = 0,01 Zoll.

VII. Uebrigens lese man wegen der Krümmung einer Kette auch Herrn Prof. **Mayers** praktische Geometrie, 53 §.

§. 108.

Die Fehler, die bey Messung einer geraden Linie mit der Lachterkette begangen werden können, hängen ab von der

I. Unvollkommenheit der Kette;
II. Unvorsichtigkeit des Markscheiders, und
III. Unmöglichkeit, eine völlig mathematische Genauigkeit zu erhalten.

§. 109.

Den aus I. (108) entspringenden Fehler hat man

1) in der Größe, und
2) Eintheilung der Lachterkette,

zu suchen.

§. 110.

Bevor man also Messungen anstellt, muß man die angebliche Länge der Kette wohl prüfen.

§. 111.

Dieß kann etwa auf folgende Art geschehen:

Man nehme einen genau eingetheilten Lachterstab, oder verzeichne sich einen mit aller möglichen Sorgfalt (86);

Bestimme mit ihm auf einem ebnen Boden, so genau als möglich, eine Länge von 6 Lachtern;

Bringe an diese die Lachterkette;

Spanne sie aus,

Und sehe, ob ihre beyden Endpunkte völlig genau die 6 Lachter zwischen sich enthalten.

§. 112.

Sich völlig von der eigentlichen Größe der Lachterkette zu versichern, thut man wohl, wenn man diesen Versuch einigemal wiederholet.

Fände man die Lachterkette z. E. 2 Zoll länger als 6 Lachter: So müßte man in der Folge für jeden Kettenzug nur

6 Lr. — 2 Lrz. = $5\frac{7}{8}$ Lr. 8 Zolle

rechnen.

§. 113.

Diese Prüfung (111, 112) der Kette ist besonders in dem Fall nöthig, wenn sie schon lange gebraucht worden, weil, wie die Erfahrung lehrt, die Glieder sich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausschleifen, und dadurch die Kette verlängert wird.

Hingegen wird sie verkürzt, wenn die Glieder krumm sind, und nicht gehörig die gerade Richtung haben.

§. 114.

Eine andere Art, der Kette Länge zu prüfen, läßt sich auch aus Herrn Prof. **Mayers** angeführten praktischen Geom. 131 u. f. S. auf die Markscheidekunst anwendbar machen.

§. 115.

Die Eintheilung der Kette zu untersuchen, darf man sie nur auf einem ebnen Boden sehr stark ausspannen;

Sie in dieser Lage liegen lassen;

Hierauf einen sehr genau eingetheilten Lachterstab (86), oder auch nur Viertelslachterstab (83) nehmen, Und untersuchen, ob auf der Kette jede Entfernung von 1 oder $\frac{1}{4}$ Lachter genau die Länge des Lachterstabes oder Viertellachterstabes beträgt.

Auf diese Art wird man bald entdecken, wo in den Abtheilungen der Lachterkette merkliche Ungleichheiten stecken.

§. 116.

Die aus II. (108) entstehende Fehler sind:

Wenn man

1) nicht die Glieder der Lachterkette in jedem Falle gehörig aus einander macht, und so sich einige krumm gebogen, sie wieder in eine gerade Richtung bringt;

2) die Kette nicht allemal gehörig ausspannt oder anzieht;

3) beym Messen die gezogene Schnur nicht in ihre Lage läßt;

4) An der Schnur nicht gehörig den Punkt bemerkt, wo die Kette sich endiget und zu weitern Messen wieder angehalten werden muß.

5) bey jedem Kettenzuge der Lachterkette Endpunkt nicht gehörig an die Schnur bringt, sondern von ihr abweicht.

f) Abseigern.

§. 117.

Wenn man mit einer Schnur, deren eines Ende mit einem Gewichte, das der Perpendikel genannt wird, beschwert ist, eine seigere Linie angiebt (6, 7): So heißt dieß abseigern.

§. 118.

Die Schnur, die hiezu dient, kann wie die § 70 I, seyn, und es ist eben nicht nöthig, dazu einer besondern Schnur zu gebrauchen. Im Fall des Gebrauchs

brauchs kann man allezeit an das eine Ende einen schweren Körper hängen.

Damit sich aber die Schnur nicht leicht verwickelt, kann man sie auf eine um einen runden Stab bewegliche Rolle, winden. Dadurch auch windet sie sich beym Abseigern selbst ab, und läßt sich ebenfalls bequem wieder aufwickeln.

v. Oppels Markscheidekunst, §. 420.

§. 119.

Das Abseigern geschieht sonderlich bey seigern Schächten, wenn man die Größe ihrer Tiefe erfahren will.

Man läßt den Perpendikel an der Schnur den Schacht hinein, ohne eine des Schachts Seiten zu berühren;

Bemerkt genau an der Schnur den Punkt, wann der Perpendikel auf des Schachts Sohle auftrift,

Und mißt die Schnur von genannten Punkte an bis zum und mit dem Perpendikel.

§. 120.

Das Ausmessen der Schnur (119) ist vieler Unbequemlichkeit unterworfen, und bey der größten Sorgfalt doch vielen Fehlen ausgesetzt.

Wie es aber geschieht, und was sonst dabey zu beobachten, findet man in Herrn von Oppels Markscheidekunst 417, 418 und 419 §.

Indessen erfährt man eines seigern Schachts Tiefe viel genauer, wenn man den Schacht abzieht. Wie dieß zu bewerkstelligen, lehrt die Folge.

g) Gradbogens Beschreibung; und wie er einzutheilen.

§. 121.

Dieses Werkzeug ist ein aus sehr dünnen geschlagenen messingenen Bleche verfertigter halber Kreis, wie die 13 Figur zeigt.

 Sein

Sein Halbmesser CJ steht auf dessen Durchmesser KH, der 10 und weniger Zoll beträgt, senkrecht.

Der Rand KJH ist in 2 × 90°, und jeder Grad wieder in halbe und viertel Grade, getheilt. Kleinere Theile, gewöhnlich 5 Minuten, schätzt man nach dem Augenmaaße.

Die Theilstriche müssen verlängert genau durch des Gradbogens Mittelpunkt C gehen.

Der Grade Anfang ist in der Mitte J des Randes, (da, wo der auf dem Durchmesser KH senkrechtstehende Halbmesser CJ den Rand schneidet).

Von diesem Anfange zählt man die Grade von 0° an, so wohl rechter als linker Hand, bis 90°.

In des Werkzeugs Mittelpunkt C ist ferner ein Loth, L, so angebracht, daß es einige Linien über den Rand KJH hervorgehet.

Des Loths Faden muß sehr fein, ein feiner seidner Faden, oder weich gesottenes Pferdehaar seyn.

An des Gradbogens Durchmessers beyden Enden befinden sich (bey K, H,) zween Haken, davon der eine nach des Werkzeugs Vorderseite, der andere aber nach dessen Rückseite gebogen, daß, wenn der Gradbogen an eine straff ausgespannte Schnur gehangen wird, dieser Durchmesser HK ihr genau parallel ist, und das Werkzeug selbst sich mittelst dieser Haken durch seine Schwere in eine seigere Ebne stellt.

§. 122.

Der Gradbogen wird auch **Wasserwage, Hängewage**, genannt.

§. 123.

Einen Gradbogen so genau als möglich in Grade und Viertelgrade zu theilen.

Auflö-

Auflösung.

I. Man lasse sich zwo messingene Platten, wohl abgeschliffen und polirt, verfertigen.

Die eine, aus der der Gradbogen (121) gemacht werden soll, mag A heissen, die andre aber B. Diese dient, die Abtheilungen auf ihr zu fertigen, und solche nachher von ihr ins Reine auf A abzutragen.

II. Mitten auf A sowohl als B ziehe man eine gerade Linie, so zart als es seyn kann;

III. Fasse zwischen des Stangenzirkels (80) Spitzen genau eine Länge = des Gradbogens Halbmesser.

IV. Und beschreibe damit über genannte Linie (II) zween gleich große Halbkreisse, so zart wie möglich, indem man des Stangenzirkels eine Spitze in der Linie (II) Mitte setzt, und mit der andern ganz sanft in einem Kreißbogen herumfährt.

V. Hierauf trage man in die Halbenumkreisse des Gradbogens Halbmesser dreymal herum;

So ist dadurch jeder in drey gleiche Theile, oder in Bogen von 60°, getheilt, (Geom. 23. S. 5. Z.).

VI. Die Erinnerung im 83 § 6ten Absatze ist hier und in ähnlichen Fällen zu beobachten.

VII. Nun kann man auf dem Halbkreise B (IV) einen solchergestalt (V) erhaltenen Bogen von 60° abermals mit Hülfe des Stangenzirkels, und zwar am besten durch Versuche, halbiren.

Man verfährt dabey auf ähnliche Art, wie im 83 § 15ten Absatze.

VIII. Durch den so erhaltenen Bogen von 30° aber halbire man jeden von 60° auf dem Halbkreisse A, und gleichfalls die übrigen bey B (IV).

IX. Auf gleiche Art suche man auf B und A die Bogen von 15°.

X. Nun theile man auf B einen Bogen von 15° in 3 gleiche Theile, und jedes Drittel wieder in fünfe. Dieß geschieht am besten, mittelst des Federzirkels (79) durch Versuche, zumal da man diese oft anstellen kann, daß also die Theilung, wenn sie auf einem Bogen $= 15^{\circ}$ unglücklich ausfiele, doch auf dem andern vorgenommen werden kann, bis man einen erhält, der mit aller möglichen Genauigkeit in seine einzelne Grade getheilt ist.

XI. Halbirt man, mittelst des Federzirkels, jeden so gefundenen Grad und jedes Hälfte wieder:

So hat man dadurch auf dem Halbkreise B viertel Grade.

XII. Diese auf A zu tragen, sehe man erstlich, ob daselbst die Eintheilung von 15° zu 15° (IX), richtig ausgefallen.

Dieß kann etwa geschehen, wenn man mit dem Stangenzirkel die Weite der Endpunkte eines Bogens von $15^{\circ} + 30^{\circ} = 45^{\circ}$ faßte, und versuchte, ob sich diese im Halbkreise A viermal herumtragen ließe, man mag bey den oder jenem Endpunkte des Durchmessers, oder in der Mitte des halben Umkreisses anfangen.

XIII. Hierauf trage man auf A aus der Mitte der halben Peripherie, wo 0° hinkommen muß, so wohl nach der rechten als linken Hand zu, die Weiten von $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ rc. Grad, nachdem man selbige mit dem Federzirkel auf dem Halbkreisse B mit aller möglichen Sorgfalt gefaßt hat.

Ist dieß mit dem ersten Bogen von 15° rechter und linker Hand geschehen: So nehme man mit dem Stangenzirkel auf A die Weiten von $15^{\circ} + \frac{1}{4}^{\circ}$, $15^{\circ} + \frac{2}{4}^{\circ}$, $15^{\circ} + \frac{3}{4}^{\circ}$, $15^{\circ} + 1^{\circ}$, $15^{\circ} + 1^{\circ} + \frac{1}{4}^{\circ}$ rc., und trage sie aus eben dem Punkte, wo 0° hinkommen muß, nach der rechten und linken, bis auf beyden Seiten der Bogen von 90°, wie verlangt wird, eingetheilt ist.

XIV.

XIV. Die Erinnerung im 84 § ist auch hier nicht ausser Acht zu lassen, wobey noch zu merken, daß die Theilpunkte auf A, mittelst eines stählernen Punzens, durch zarte Tüpfelgen von etwa 0, 001 Zoll, sichtbar gemacht werden, nachdem man Anfangs die Stellen der Abtheilungen blos durch sehr zarte Einschnitte mit dem Zirkel angegeben.

XV. Ist aber die Eintheilung auf der Platte A vollendet, und durch vielfältige Prüfungen für richtig befunden worden:

So ziehe man aus dem Mittelpunkte des Halbkreisses A einen zweyten, dritten und vierten, wovon des zweyten Halbmesser dem des ersten oder eingetheilten etwa um $\frac{3}{4}$ Lin. 1 übertrift, und um eben so viel auch der Halbmesser des dritten und vierten dem des zweyten und dritten dieser concentrischen Kreisse.

XVI. Zwischen dem vierten und dritten werden die Theilstriche für $\frac{1}{2}$ Grad, zwischen dem vierten und zweyten die für ganze Grade, und zwischen dem vierten und ersten die für 5 Graden gezogen, die für 10 Grade aber zieht man etwas über dem ersten hinaus.

XVII. Hiezu kann man sich eines bloßen Federmessers, dessen Spitze von Stahl, und sehr scharf und dünne geschliffen, bedienen.

Man legt an des Halbkreises Mittelpunkt A, und an jedem Theilpunkt ein Linial sehr genau an, und zieht längst demselben, mit erwähntem Federmesser, die Theilstriche sehr zart zwischen Umkreissen, die XVI angiebt.

Dabey muß man die Vorsicht brauchen, daß die Theilstriche genau durch die Theilpunkte (XIV, XIII), gehen. Dieß läßt sich leicht sehen und fühlen, besonders wenn die Tüpfelchen gut gemacht sind, und man sich eines Vergrößerungsglases bedient, auch erst mit

des Federmessers Spitze längst des Linials herfährt, ehe man den Theilstrich würklich ausziehet.

XVIII. Endlich polieret man das Rauhe von der Platte ab, und überzieht sie mit einer Druckerschwärze, nach deren Wegwischung alsdann die Theilstriche sehr deutlich in die Augen fallen.

§. 124.

Diese Methode ist eine Anwendung auf den Gradbogen derjenigen, die Herr Prof. Mayer in seiner praktischen Geometrie §. 89 für die Eintheilung eines Kreises in einzelne Grade, giebt.

Sie ist sehr einfach, und man kann dadurch einen Winkelmesser mit ziemlicher Genauigkeit eintheilen; wenigstens weit richtiger, als mittelst der so genannten Theilscheibe, die die meisten Mechanici zu diesem Geschäfte brauchen.

Größere Winkelmesser, z. E. von 2 und mehrern Fussen im Halbmesser, theilt man mittelst Sehnen. Diese berechnet man, und nimmt sie von einem sehr genau eingetheilten Maasstabe ab.

Das ganze Verfahren kann man aus des geschickten Künstlers, J. Bird's Method of dividing Astronomical Instrumentes, davon sich in Herrn Hofr. Kästners astronomischen Abhandl. II. Samml. 188 u. f. S. eine Uebersetzung befindet, kennen lernen. Ueberdies enthält letzt genannten Buches 5te Abhandlung 17 und 18ten § noch vortrefliche, zu Eintheilung der Winkelmesser und dergleichen, brauchbare Lehren.

§. 125.

Bey den astronomischen Werkzeugen pflegt man heut zu Tage sehr oft den Quadranten in 96 gleiche Theile zu theilen, und nennt es die 96. Theilung.

Sie läßt sich sehr bequem und genau bewerkstelligen, weil man durch den Halbmesser den Bogen von 60°, und folglich durch eine Halbirung den von 30° leicht

leicht bestimmen kann, überdieß den Bogen von 30° nur noch fünfmal zu halbiren braucht.

Denn

$$\frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot 30° = \frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot \tfrac{1}{3}\, 90°$$
$$= \tfrac{1}{96} \text{ des Quadrantens.}$$

§. 126.

Da

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90° = 56' \, 15'';$$

So läßt sich leicht

$$\tfrac{2}{96} \cdot 90°$$
$$\tfrac{3}{96} \cdot 90°$$

und überhaupt jedes Vielfache von

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90° = 56' \, 15''$$

berechnen, und in eine Tafel bringen.

Diese würde dazu dienen, Winkel, die in 96 Theilen des Quadranten bekannt, durch Grade und Minuten ꝛc. auszudrücken.

§. 127.

Es wäre gut, wenn sich die Markscheider auf ihrem Gradbogen ꝛc. der 96. Theilung sowohl als der Gradabtheilung oder 90. Theilung zu bedienen suchten. Denn dies diente zur wechselseitigen Prüfung, und selbst zur genauen Ausmessung eines Winkels.

Wie aber beyde Eintheilungen auf dem Gradbogen ꝛc. mittelst concentrischer Kreisse anzubringen, fällt in die Augen (123).

h) Gradbogens Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 128.

Mittelst des Gradbogens einer Linie Neigung zu finden.

Aufloͤ-

Auflösung.

I. Vorausgesetzt, daß die so stark als möglich ausgespannte Schnur AB (Fig. 14) würklich in einer geraden Linie liegt, oder ohne merklichen Irthum dafür angesehen werden kann (107, III, VI):

So hänge man an sie den Gradbogen FDE;

II.) Der Perpendikel Cp wird den Bogen Dp abschneiden, der die Zahl der Grade des gesuchten Neigungswinkel enthält.

Beweis.

Eine durch AB laufende seigere Ebne, in der der Gradbogen, vermöge seiner Vorrichtung liegt, wird die durch den Anfangspunkt gehende söhlige in der söhligen Linie AG schneiden (7) und der Winkel BAG der Linie AB Neigung seyn, (28, und Geometrie, II. Theils 1ste Erklärung).

Nun ist CH, des Perpendikels Cp Richtung, eine seigere Linie (7), folglich, weil AH söhlig, das Dreyeck AHC bey H rechtwinklich (8), und

W BAG + W ACH = R, (Geom. 13. S. 2. Z.)
= W ACH + HCD, (121)

Folglich:

W BAG = W HCD
= W pCD;

Dieser Winkel enthält aber so viel Winkelgrade als Dp Bogengrade, welche von D nach F und E zu, gezählt werden.

§. 129.

Wenn des Perpendikels Faden nicht genau irgend einen Theilpunkt der ganzen, halben, oder viertel Grade deckt: So schätzt man zwischen den zween Theilstrichen, zwischen die das Loth fällt, (indem man den Raum, den

den sie einschliessen, nach dem Augenmaaße in 3 gleiche Theile theilt), fünf Minuten, die man in Freyberg mit dem Herrn Bergmeister Scheidhauer durch p (plus) oder m (minus) bezeichnet, nachdem das Perpendikel 5′ über einen Theilstrich nach 90° zu, oder so viel vor denselben nach 0° zu, deckt; d. i. nachdem die 5′ positiv oder negativ zu nehmen sind.

§. 130.

Da die ausgespannte Schnur nie in einer geraden Linie liegt (107): So ist es zwar nicht gleichgültig, an welcher Stelle der Schnur der Gradbogen zu hängen ist, um eine Neigung anzugeben, die der Neigung der geraden Linie zwischen der ausgespannten Schnur Endpunkten gleich ist; allein der Fehler wird desto kleiner seyn, je größer der Schnur Neigung, und oft viel weniger betragen, als der Gradbogen anzuzeigen im Stande ist. (a. §. III. V.).

Herr von Oppel hat darüber in seiner Markscheidekunst, §. 426. aus Betrachtungen der Kettenlinie Vorschriften herzuleiten gesucht; allein er hat nur gefunden, daß man den Gradbogen desto weiter unter der Schnur Mitte hängen müsse, je größer ihre Neigung ist.

Herr Hofrath Kästner meynt (Markscheidekunst, 3te Anmerkung, 34) daß es wohl am besten wäre, die Schnur so stark als sie verträgt zu spannen, den Gradbogen an ein paar Stellen anzuhängen, und wenn er nicht ganz merkliche Unterschiede angiebt, das Mittel dazwischen zu nehmen.

Einige Markscheider thun auch dieß, indem sie den Gradbogen einmal gegen das obere Ende der Schnur, das anderemal gegen das untere hängen und das arithmetische Mittel nehmen.

§. 131.

§. 131.

Einer schiefen Linie AB Endpunkt B liegt entweder über oder unter der durch ihren Anfangspunkt A gehenden sohligen Ebne.

Liegt B darüber: So sagt man von AB, sie steige; Ist aber B darunter: sie falle.

§. 132.

Wenn daher des Gradbogens Perpendikel sich nach dem Anfangspunkte A zu neigt: So steigt AB; geschieht dieß nach dem Endpunkte B zu: So fällt sie.

§. 133.

Die Neigung einer Linie sey positiv, wenn sie steigt; negativ aber, wenn sie fällt.

§. 134.

Also auch ihre steigende Seigerteufe bejaht und ihre fallende verneint (eb. Tr. 3te Erkl. 4. Zus.)

§. 135.

Man sagt von einer Linie AB, daß sie sich von A nach B erstrecke, wenn A ihr Anfangspunkt; von B nach A aber, also der vorigen Richtung entgegen gesetzt, wenn B ihr Anfangspunkt.

Im ersten Falle wollen wir sie mit AB, im zweyten hingegen mit BA bezeichnen, also allemal den Anfangspunkt voran setzen.

§. 136.

Wenn AB steigt: So fällt BA und umgekehrt (135).

Ist daher der Linie AB Neigung

$= \pm \alpha$:

So ist der BA Neigungswinkel

$= \mp \alpha$.

§. 137.

Fehler des Gradbogens können seyn:

1) Die unrichtige Eintheilung des Randes,

2) Die

2) Die nicht gehörige Feinheit der Theilstriche,
3) Die Verbeugung der Haken,
4) Wenn diese zu enge gebogen, daß der Gradbogen an der Schnur sich nicht gehörig in eine seigere Ebne stellen kann.
5) Wenn das Perpendikel nicht genau im Mittelpunkt des Gradbogens aufgehängt ist.

§. 138.

Die Unrichtigkeiten in des Gradbogens Abtheilungen zu bestimmen.

Auflösung.

I.) Will man blos untersuchen, ob und wo dergleichen Fehler vorhanden:

So darf man nur einen guten Stangenzirkel haben, und zwischen seinen beyden Spitzen, mit aller nur möglichen Schärfe, einen gewissen Bogen fassen;

Dann prüfen, ob diese Weite durchgehends auf der ganzen Peripherie von gleicher Länge ist.

Dergleichen Verfahren kann man erst mit dem Bogen von 90° anstellen, um zu erfahren, ob der Halbkreis gehörig in zween gleiche Theile getheilt, und also der Punkt 0° genau in des Randes Mitte sey; hierauf dieß bey dem Bogen von 45° thun, und sehen, ob diese Weite genau viermal in dem halben Umkreise enthalten; dann eben das mit dem Bogen von 30° u. s. w. vornehmen.

II.) Dieser Fehler (I) Größe zu bestimmen, sey (Fig. 15) b ein auf dem Gradbogen angegebener Theilpunkt, den man aber unrichtig befunden hätte (I), und eigentlich in m liegen müßte.

Gesetzt

Gesetzt b habe so eine Lage, daß der Bogen ab, und also auch der Winkel bca = μ Grade, (wo μ jede Zahl seyn kann), enthalten sollte. In der That ist er nicht so groß, sondern der Bogen ma, und also der Winkel mca.

Der Bogen ba also ist entweder um den Bogen mb zu klein oder zu groß, nachdem m rechter oder linker Hand b, (also zwischen b und a, oder J und b) liegt. Im ersten Falle ist mb verneint, im zweyten bejaht.

Wüßte man nun, wie viel Grade, Minuten ꝛc. der Bogen ab eigentlich enthielte: So wüßte man auch den Bogen mb.

Sucht man folglich den Winkel bca: So läßt sich sehr leichte mcb finden, und dann hat man gleich mb selbst.

Es sey daher des Gradbogens Halbmesser, oder

$$ca = a,$$

des Bogens ba Sehne, (welche man auf einem genau eingetheilten Maaßstabe mit aller nur möglichen Schärfe zu messen, und in eben dem Maaße, in dem a ausgedruckt ist, zu bestimmen hat), oder

$$ab = c:$$

So ist

$$\text{Cos. bca} = 1 - \frac{c^2}{2a^2} \text{(eb. Tr. 20 S. 33).}$$

Hätte man auf diese Art den Winkel bca = ν, in Graden und deren Theile gefunden: So wird

$$\text{W mcb} = \mu - \nu$$

seyn.

III.) Solchergestalt läßt sich allemal finden, was man bey einer unrichtig abgetheilten Hängewage (122) den Bogen ab, den das Perpendikel angiebt, noch zuzusetzen, oder davon wegzunehmen hat.

Ist

Ist dies für alle falsche Theilpunkte gefunden und in eine Tafel gebracht: So kann man auch mit einem unrichtig eingetheilten Gradbogen, messen.

IV.) Diese Methode könnte schon zureichend seyn, ihre Absicht zu erfüllen; freylich müßte man den Punkt a, wo es am besten wäre, zu nehmen suchen, welches eine kleine Ueberlegung leicht giebt.

Indessen kann auch die 96. Theilung auf dem Gradbogen angebracht, zu gleicher Prüfung dienen. Freylich muß diese Theilung richtig seyn; dies kann aber fast allemal vorausgesetzt werden, da sie mit weit weniger Schwierigkeit als die Gradabtheilung, verbunden ist.

V.) Die Prüfung mit der 96. Theilung vorzunehmen, darf man nur verschiedene Schnuren ziehen, und bemerken, wie viel Grade und deren Theile sowohl, als Theile der 96. Theilung das Loth anzeigt;

Diese letztern auf Grade reducirt, müssen mit den vom Lothe angegebenen von gleicher Anzahl seyn.

Ist dies nicht: So zeigt der Unterschied den Fehler.

VI.) Bey richtiger 96. Theilung zeigt schon das Zusammenpassen gewisser Theilstriche von ihr mit welche von der Gradabtheilung, ob Fehler in letzterer vorhanden.

VII.) Wenn man gezogener Schnuren Neigung schon weiß, kann man auch des Gradbogens Abtheilung prüfen.

Diese Neigung würde am einfachsten gefunden, wenn man von einem Punkte der Schnur ein Loth herabhängen liesse, auf dem Winkel der so entsteht, und α heissen mag, die Schenkel so scharf als möglich, überdies des Dreyecks, das sie gäben, dritte Seite, mässe, und α daraus berechnete (20. §. eb. Tr.).

Hat man solchergestalt α: So giebt $90^\circ - \alpha$ der Schnur Neigung.

§. 139.

Den Fehler in Sekunden zu bestimmen, der wegen der Theilstriche Dicke zu befürchten (137, 2)).

Auflösung.

Man schätze nach dem Augenmaaße, wie viel diese Dicke an Zehntheilen, Hunderttheilen, Tausendtheilen ꝛc. vom Zolle betragen.

Nun muß des Gradbogens Halbmesser = a gegeben seyn.

Heißt die gesuchte Anzahl Sekunden x:

So ist

$$x = \frac{b}{a} . 206264 \text{ Sekunden.}$$

Beweis.

Die halbe Peripherie eines Kreisses, dessen Halbmesser = a, ist

$$= a . 3,1415 \ldots\ldots$$

und enthält

648000 Sekunden:

Also

$$a . 3,1415 \ldots\ldots : b = 648000'' : x''.$$

Exempel.

Wäre

$$a = 5''$$
$$b = 0,01 \text{ Zoll:}$$

So erhielte man

$$x = \frac{0,01 . 206264'}{5}$$
$$= 6' 52'', 53$$

Ein

Ein Gradbogen also, bey dem der Halbmesser = 5 Zoll, alles übrige richtig und der Theilstriche Dicke = $\frac{1}{100}$ Zoll, ist in Rücksicht letzterer einem Fehler von 6′ 52″, 53 unterworfen.

Dieser vermindert sich, wenn man

$$b = 0,001''$$

macht:

Man erhält so

$$x = \frac{0,001 \cdot 206264}{5} \text{ Sekunden}$$

$$= 41'', 253$$

Aus dem allen aber sieht man, daß ausser der Gleichheit der Theile, eine der nothwendigsten Eigenschaften eines Gradbogens, wie jedes Winkelmessers, ist, die Theilstriche so zart als möglich aufzureissen, und den daher zu befürchtenden Fehler nicht ausser Acht zu lassen.

§. 140.

Wenn des Gradbogens Haken verbogen sind: So ist sein Durchmesser nicht der Schnur parallel; und man erhält einen andern Winkel, als man sucht.

Den wahren Winkel μ und den Fehler φ zu finden.

Auflösung.

I. Hier sind des Gradbogens Haken ungleich.

II. Man hänge ihn das eine Mal so an die Schnur, daß der größre Haken nach dem Endpunkte zu gekehrt ist:

III. Was in dieser Lage das Perpendikel anzeigt, sey = γ.

IV. Hierauf hänge man ihn an eben die Schnur verkehrt;

V. Die Zahl der Grade ꝛc. die das Perpendikel nun abschneidet, sey $= \delta$:

VI. So hat man

$$\mu = \tfrac{1}{2} (\gamma + \delta), \text{ und}$$
$$\varphi = \tfrac{1}{2} (\delta - \gamma).$$

VII. Behält der Gradbogen diesen Fehler ungeändert bey: So darf man, um jeder andern Schnur Neigung zu finden, ihn nur einmal anhängen, und man hat

für II

$$\mu = \gamma + \varphi$$

für IV aber

$$\mu = \delta - \varphi.$$

Beweis.

1′) Der Gradbogen habe Fig. 16 die Lage II; und KS sey der größere, HT aber der kleinere Haken:

So muß der Durchmesser KH mit der Schnur MN einen gewissen Winkel MEK machen.

2′) Dieser ist $= \varphi$:

3′) Denn das Loth CP muß auf des Gradbogens Rande einen Bogen JL $= \gamma$ (III) abschneiden, welcher der Linie KE Neigung ist; weil, wenn durch E eine horizontal Ebne gelegt wird, und UB eine in ihr durch den Punkt wo das Loth von K auf sie eintrift, und durch E gezogene Linie ist, der Winkel KEU $=$ der KE Neigung, und dieser Winkel $=$ WJCL. Aber WMEU $= \mu$ (28) und der Gradbogen giebt den Winkel KEU $= \gamma$ an.

4′) Hieraus hat man

$$\gamma = \mu - \varphi.$$

5′) Nun sey 17te Figur der Gradbogen in der Lage IIII; daß also

16. Fig.	K	H	C,	P
17. "	k	h	c	p

Folglich

Folglich der Winkel

$$\text{ken} = \text{KEN}$$
$$= \varphi$$

und

$$\text{Bogen il} = \delta \text{ (V, Aufl.)}$$
$$= \text{W icl}$$
$$= \text{der hk Neigung } (3').$$

7') Also

$$\delta = \mu + \varphi \text{ (Geom. 13. Satz, 1. Zus.)}.$$

8') Folglich

$$\gamma + \delta = (\mu - \varphi) + (\mu + \varphi), [7', 4'].$$
$$= 2\,\mu,$$

woraus man μ in VI hat.

9') Nun ist

$$\varphi = \mu - \gamma \ (4')$$
$$= \tfrac{1}{2}(\gamma + \delta) - \gamma, \ (8')$$

welches φ wie in VI giebt.

10') Endlich lassen sich aus 4' und 7' die Formeln in VII der Auflösung herleiten.

§. 141.

Wenn man μ anderswoher, (etwa durch ein ähnliches Verfahren, wie in 138, VII, oder durch einen andern, aber richtig befundenen Gradbogen und dergleichen,) wüßte: So dürfte man nur mit dem fehlerhaften Gradbogen γ suchen, und man würde

$$\varphi = \mu - \gamma$$

haben (140, 4').

§. 142.

Herr Hofrath Kästner hat das Verfahren (140, 141) zuerst in seiner Markscheidekunst 4te Anmerkung gezeigt. Wir haben darnach das bisherige mit einiger Aendrung vorgetragen.

Es dient auch, wenn die Haken nicht verbogen, aber doch von dem Mechaniko ungleich gemacht oder

so angebracht worden, daß des Gradbogens Durchmesser nicht mit der Schnur parallel läuft.

§. 143.

Die Markscheider beugen gewöhnlich die Haken so lange, bis das Perpendikel des Gradbogens, indem man diesen an die Schnur einmal auf die eine Seite, das andremal auf die andere, aber verwand anhängt, genau einerley giebt.

Dies Verfahren ist nicht von Brauchbarkeit.

§. 144.

Zu finden, ob das Perpendikel genau in des Gradbogens Mittelpunkte aufgehängt ist.

Auflösung.

Vorausgesetzt, daß die Theilung auf des Gradbogens Rande richtig ist, ziehe man durch die Theilpunkte 90° eine gerade Linie:

Diese muß durch des Gradbogens Mittelpunkt, und also durch des Perpendikels Anfangspunkt gehen (121).

§. 145.

Wenn das Perpendikel nicht im Mittelpunkte aufgehängt ist:

So fasse man auf des Gradbogens Rande mit aller möglichen Genauigkeit, mittelst des Stangenzirkels, die Weite der Endpunkte des Bogens von 60°, und trage solche von einem Theilpunkte 90° auf die durch diese Theilpunkte gehende Linie (144):

Dies giebt des Gradbogens Mittelpunkt.

h) Herrn Siegels*) Vorschläge zur Verbesserung des Gradbogens (121).

§. 146.

*) Kayserl. Königl. Markscheider und Probierer zu Schladming in Steyermark.

§. 146.

I. Weil das Perpendikel (oder, wie man es auch nennt, der Senkel) lange spielt, ehe er an seine gehörige Stelle zur Ruhe kommt, auch leicht gehindert werden kann, den gehörigen Bogen abzuschneiden: So hat Herr Siegel, diesen Unbequemlichkeiten auszuweichen, den Gradbogen folgendermaaßen abgeändert *).

II. Das Blech U (Fig. 18), worinnen des Gradbogens Mittelpunkt liegt, und welches den Rand afb zusammenhält, ist etwas höher gegen die Haken a, b, fest gemacht, und in der Mitte nach des Gradbogens Rande kreisförmig zu gerundet.

III. In dieser Stelle des Bleches U liegt der Mittelpunkt oder des Perpendikels Anhängepunkt c.

IV. Nun ist, statt des gewöhnlichen Perpendikels, folgende Vorrichtung, so Herr Siegel einen Schwungsenkel nennt, angebracht.

V. Ein messingenes Blech W (Fig. 18 und 20) kann sich bey d, mittelst eines Kappeneisens auf zween in c (III) gehenden stählernen Zäpfgen c. c (Fig. 20), frey und ungehindert bey der geringsten Verbeugung hin und wieder schwingen.

Unten, statt der Kugel, ist eine Rahme E (Fig. 19 und 18) von Messing, wodurch der Rand afb frey gehen kann.

VI. Den ganzen Schwungsenkel stellt die 19 und 20ste Figur im Durchschnitte vor. Die 21ste Figur aber die Rahme E einzeln.

VII. In letzterer Figur ist ik der Rahme vordere Theil, dessen beyde Ende etwas zugespitzt und bey x,

*) Die Beschreibung davon findet sich in den Abhandlungen einer Privatgesellschaft in Böhmen ꝛc., 1sten Bande, 160 u. f. S.; die 18, 19, 20, 21ste Figur sind der dortigen VIten Tafel I, II, III, IVten Figur.

x, Figur 19, etwas einwärts gebogen sind, um dem Rand afb eine Lüftung zu verschaffen, damit selbiger im Schwunge die Rahme nicht berühre.

In der Mitte dieses Vordertheils ik ist ein Stift f aus Stahl, (Fig. 18 und 21) um die Grade 2c. anzuzeigen, befestiget.

Dieser ist dergestalt eingeheftet, daß, wenn der Gradbogen an einer söhligen Schnur hängt, er bey richtiger Eintheilung des Randes durch 0° und verlängert durch den Mittelpunkt c genau gehen muß.

Im der Rahme hintere Theil, ist wie der vordere, doch ohne Stift.

Bey n werden die Theile zusammengeniethet, und vor qq streicht der Rand vorbey.

Diese beyden Theile machen die Rahme aus, wenn sie unten bey h mit einer Schraube, die in die Schraubenmutter g paßt, zusammengezogen werden.

VIII. o, p, (Fig. 20) sind stählerne am Bleche U angebrachte Federn, woran die Zapfen c, c, (V).

Nach Erforderniß kann die Schraubenmutter g abgenommen, die Federn cb zusammengedrückt, der Schwungsenkel aus den Zapfen c, c, ausgehangen, und in einem besondern Futterale zum nöthigen Gebrauche aufbewahret werden.

§. 147.

I. Durch den Schwungsenkel kann leicht der Gradbogen zu schwer gemacht werden, welches aber nach §. 107 nicht seyn darf; doch kann man sich bey den Blechen U, W (146, II, V), der Rahme E u. s. w. helfen, wenn man diesen nur die nöthigste **Breite und Dicke** giebt.

II. Nun komt die Hauptsache darauf an: daß erstlich die Zäpfgen c, c, (Fig. 20) mit ihren Federn o, p so angebracht sind, daß allemal, welche Lage auch der Schwungsenkel nimmt, die Axe dieser cylindrischen

Zapfen

Zapfen genau durch des Gradbogens Mittelpunkt geht; zweytens der Stift f wie VII vorigen § es erfodert, eingeheftet ist; und drittens das Blech W mit dem Bleche U und dem Rande in einer Ebne liegen.

III. Ist dies alles (I, II): So dürfte mit dem Schwungsenkel die Absicht (146, I) erreicht werden.

Auch könnte man an ihm einen Vernier anbringen.

i) Gebrauch des Vernier bey Kreisbogen und Winkel.

§. 148.

AB (Fig. 22) sey ein aus C mit CU gezogener Kreisbogen, der in lauter gleiche Theile, z. E. Grade, getheilt ist;

Das Stück OU des Bogens AB enthalte r solcher Theile,

Und der OU am Mittelpunkte C zugehörige Winkel UCO heisse α.

Nun sey γD ein mit CD $<$ CU, und mit AB concentrisch beschriebener Kreisbogen, zwischen des Winkels α Schenkeln.

Und in $r - 1$ gleiche Theile getheilt:

Man verlangt die Differenz d zwischen einem Theile von UO, und einem von γD.

Auflösung.

Jeder der r gleichen Theile von UO sey $= b$; So ist

$$d = \frac{b}{r-1}$$

Beweis.

Wenn man durch des Bogens OU Theilpunkte nach C gerade Linien zieht: So wird dadurch α in r

gleiche Theile getheilt, aber in $r-1$, wenn durch des γD Theilpunkte nach C gerade Linien gezogen werden.

Also gehört am Mittelpunkte C einem Theile von AB ein Winkel $= \frac{\alpha}{r} = b$, und einem Theile von γD einer $= \frac{\alpha}{r-1}$, zu.

Jener ist kleiner als dieser:

Also hat man

$$d = \frac{\alpha}{r-1} - \frac{\alpha}{r}$$
$$= \frac{r.\alpha - (r-1)\alpha}{r(r-1)}$$
$$= \frac{b}{r-1}.$$

§. 149.

Um einen Winkel $= d$ übertrift ein Theil von γD einen von AB (148).

§. 150.

Dem nten Theilstriche von UO gehört am Mittelpunkte ein Winkel $= \frac{n}{r}\alpha = nb$, und dem nten von γD einer $= \frac{n}{r-1}\alpha$ zu (148).

Der Unterschied

$$\frac{n\alpha}{r-1} - \frac{n\alpha}{r} = \frac{n\alpha}{r(r-1)}$$
$$= n\frac{b}{r-1}.$$

Folglich

Folglich steht der nte Theilstrich von γD von dem nten des Bogens UO um den Winkel $\frac{n\,b}{r-1} = nd$ ab (149).

§. 151.

Man sieht, daß man den Bogen γD als einen Vernier betrachten kann, und sich hier ebenfalls vorstellen muß: der Bogen γD könne längst den Theilpunkten von AB, als einem eingetheilten Rande, fortgeschoben werden, so aber, daß γD beständig mit AB parallel bleibe.

§. 152.

Mittelst des Vernier γD, eines kleinen Bogen Ow oder Winkels OCw Größe zu finden.

Auflösung.

Man schiebe den Vernier γD von der linken Hand gegen die rechte fort, bis dessen Anfangsstrich D genau in den Halbmesser Cw zu liegen kommt;

Untersuche alsdann, welcher Theilstrich des Vernier mit einem gewissen Theilstriche von AB in eine gerade Linie fällt:

So hat man den kleinen Winkel OCw um den D rechter Hand von dem nächsten Theilstriche O auf AB, absteht (150, 92).

Träfe kein Theilstrich des Vernier mit einem von AB zusammen, so wird man sich schon aus §. 95 zu helfen wissen.

§. 153.

Exempel.

Wäre $b = 1^\circ$, und $\alpha = 31^\circ$:

So würde $r = 31$, und folglich $\frac{b}{r-1} = \frac{1}{30} = 2'$ seyn.

Also

Also können bey dieser Einrichtung des Vernier die Winkel in 2′ angegeben werden.

Träfe daher in §. 152 der 12te Theilstrich des Vernier mit einem des Randes zusammen: So würde OCw = 12. 2′ = 24′ seyn.

Hätte man auf AB von A bis O dreyzehn Grade: So wäre der Bogen AOw, oder der ihm zugehörige Winkel ACw = 13° 24′.

§. 154.

Es ist d (148) gegeben:
Man soll r (a. O.) finden.

Auflösung.

$$r = 1 + \frac{b}{d}.$$

Beweis.

Aus §. 148 hat man

$$\frac{b}{d} = r - 1.$$

Exempel.

Ist

$$b = 5'$$
$$= 300'';$$
$$d = 15'':$$

So hat man

$$r = 1 + \frac{300}{15}$$
$$= 21.$$

Das heißt: die Länge des Vernier muß 21 Theilen von AB gleichgesetzt, und solche alsdann in 20 gleiche Theile getheilt werden.

k) Herrn

k) Herrn Hofrath Kästners Gradbogen.

§. 155.

Die im 121. § beschriebene Einrichtung des Gradbogens ist die gewöhnliche; und man kann durch ihn einer Linie Neigung nicht ganz genau bis auf 5′ angeben.

Ein solcher Fehler aber hat in die Bestimmung der unbekannten Stücke keinen unbeträchtlichen Einfluß: Daher hat Herr Hofrath Kästner in seinen vortreflichen Anmerkungen zur Markscheidekunst (6te Anmerk. 45 u. f. S.) einen Gradbogen vorgeschlagen, durch den sich der Neigungswinkel einer Linie bis auf 1 und 2 Minuten genau bestimmen läßt.

§. 156.

Seine Einrichtung ist folgende:

LM (Figur 23) ist ein Quadrant, dessen Mittelpunkt K.

Um diesen Punkt dreht sich eine Regel, die den Vernier NO (151) mit sich herumführt.

In dem verlängerten Halbmesser LK ist ein Punkt G, von dem ein Perpendikel GP herabhängt, das einen Punkt H berührt, der wo, etwa im fortgezogenen Quadranten bezeichnet seyn muß, wenn LK horizontal und KM vertikal ist.

Der Winkel LKM muß genau also ein rechter, und GH genau mit KM parallel seyn, welches offenbar leicht zu erhalten und auch zu prüfen ist, zumal bey einem Werkzeuge, das nicht groß zu seyn braucht.

Bey L ist der Anfang der Grade, und zählen sich nach M zu fort.

An die Regel bringe man solche Haken S und T an, wie am gewöhnlichen Gradbogen (121).

Die Haken aber können sich entweder innerhalb des Quadranten an der Regel befinden, und nach einer Seite

Seite des Werkzeugs, z. E. nach der Rückseite desselben gebogen werden; (in diesem Falle wäre die ganze Last des Gradbogens auf einer Seite der Schnur rc.), oder (Fig. 24) ausserhalb des Quadranten, indem man die Regel über K und N gleich weit hinaus verlängerte, dergestalt, daß diese Verlängerung und die Regel KN zusammen einen Durchmesser betrügen, und dann die Haken an dieses Durchmessers Enden so anbrächte, daß sie, wie beym Gradbogen (121), sowohl nach des Werkzeugs Vorderseite als Rückseite gebogen wären.

Uebrigens muß am Ende der Regel, etwa bey N eine Schraube dergestalt angebracht werden, daß damit der Rand des Quadranten festgeschraubet, und er dadurch in seine gehörige Stelle (157, II) gelassen werden kann.

§. 157.

Mit dem Kästnerischen Gradbogen einer geraden Linie AB Neigung zu finden.

Auflösung.

Man hänge an die Schnur, so AB vorstellt, den Quadranten;

Drehe ihn so um seinen Mittelpunkt in einer Vertikalfläche, daß das Perpendikel GP genau auf H herabhängt,

Und ziehe die Schraube bey N dergestalt an, daß sich die Regel KN nicht weiter bewegen kann:

So wird der Bogen Ln der Schnur Neigung geben, und zwar mittelst des Vernier bis auf zwo Minuten, oder sogar bis auf eine.

Beweis.

Da die Regel mit der Schnur Richtung parallel, und, wenn GP auf H herabhängt, GL horizontal

zontal ist (156): So ist ∠ AbG der AB Neigung (28).

Aber

∠ AbG = LbB (Geom. 8. S. 4. Z.)
= Bogen Ln (G. 22. S. 7. Z.).

Wegen des Vernier erhellet die Sache aus 152 und 153.

§. 158.

Der Kästnerische Gradbogen dürfte in der Ausübung von vielen Nutzen seyn. Er ist nicht zusammengesetzt, und man kann durch ihn leicht die Neigungswinkel von 2′ zu 2′, oder gar von 1′ zu 1′ angeben (157), welche Genauigkeit bey wichtigen Markscheider Angaben wahrhaftig erfodert wird. Ein geschickter Mechanikus kann ihn leicht wohl gar mit einigen Verbesserungen fertigen. Er ist auch nicht schwerer, ehe leichter, als der gewöhnliche Gradbogen, wenn man auch die Haken an die Regel ausserhalb des Quadranten anbrächte *), zu der sichern Stellung des Vernier wegen noch an dessen anderes Ende O eine Regel von K aus befestigte, daß der Vernier gleichsam einen Kreisausschnitt darstellte.

Kästners Markscheidekunst, 6te Anmerk. 14. §.

§. 159.

Die Prüfung dieses Gradbogens (156) anlangend, so findet zwar bey ihm nicht statt, daß man ihn, in Rücksicht fehlerhafter Haken, so leicht wie den gewöhnlichen Gradbogen prüfen, und selbst bey diesem Fehler der Schnur Neigung durch zweymaliges Anhängen finden kann (140); allein man kann auch hierzu leicht Mittel ausdenken.

Gesetzt

*) Diese Stelle der Haken scheint mir besser, als die innerhalb des Quadrantens.

Gesetzt alles, ausser die Haken, wäre richtig: So wird KN mit AB einen kleinen Winkel machen. Dieser aber muß unveränderlich seyn, so lange die Haken sich nicht verbeugen, und also der Quadrant allemal einen und denselben Fehler β geben, welche Donlege auch die Schnur haben mag.

β nun zu finden, ziehe man über Tage eine Schnur in bekannter Donlege, und hänge daran den Quadranten. Der Unterschied zwischen der Donlege, die er angiebt, und der bekannten zeigt seinen Fehler. Sich davon mehr zu versichern, kann man verschiedene solche Schnuren ziehen, und ihn an jede bringen.

Das einfachste Mittel aber, einer Schnur Donlege über Tage zu erforschen, ist schon im 138, VII. angegeben.

Nach itzt genannten § lassen sich leicht auch die Abtheilungen des Vernier und Randes prüfen.

Uebrigens sehe man vorigen § a. B. 6te Anm. 7... 13ter Absatz.

Anmerkung.

159b.

Man hat auch Gradbogen, die zugleich Sohle und Seigerteufe angeben. Wer diese zu kennen verlangt, lese in Herrn von **Oppels** Markscheidekunst den 428, 429, 430sten §, und dazu des Herrn Hofrath **Kästners** gleich angeführten Buchs 5te Anmerkung.

Sie sind von keinem Gebrauche.

l) Erfahrungen vom Magnet.

§. 160.

Wenn man einen Magnet in Eisenfeilspäne legt: So hängen sich diese am häufigsten an zween Punkte, und der übrige Feilstaub bildet gleichsam Flüsse oder Reihen, die fast alle nach diesen beyden Punkten zugehen.

Ein

Ein Magnet hat also zween Punkte, die gegen das Eisen am stärksten anziehende Kraft äußern.

Diese Punkte heissen die **Pole** des Magnets.

Jedes der Stücken, worein ein Magnet zertheilt wird, behält zween Pole.

Es giebt auch zusammengesetzte oder **anomalische Magnete**, mit mehr als zween Polen.

§. 161.

Jeder Pol eines Magnets findet an einem andern Magnete einen Pol, den er anzieht, und einen, den er zurückstößt.

Die einander anziehenden Pole heissen **freundschaftliche**, und die einander zurückstoßende, **feindliche**.

§. 162.

I. Ein Stück Eisen, noch mehr aber harter Stahl, das eine Zeitlang an einem Magnete gehangen hat, wird dadurch selbst **magnetisch**, d. h. es zieht nun anderes Eisen an, und seine Pole zeigen Freundschaft und Feindschaft gegen die Pole eines andern Magnets.

II. Dies erfolgt auch, wenn es mit einem andern Magnete bestrichen wird.

III. Das Streichen kann so verrichtet werden:

Man setze einen Pol des Magnets, welchen man will, auf die Mitte eines stählernen Stabes, und führe ihn bis zu einem Ende des Stabes hin.

Diese Arbeit kann man einigemal wiederholen, nur darf man nicht in entgegengesetzter Richtung streichen, oder dazwischen die Pole verwechseln.

Die andere Hälfte kann man auf ähnliche Art mit des Magnets anderm Pole streichen.

IV. Die Hälfte des Stabs wird mit des Magnets Pole, mit dem man sie gestrichen hat, freundschaftlich (161). Und der zum Streichen gebrauchte Magnet verliert, auch bey oft wiederholtem Gebrauche, nichts von seiner Kraft.

§. 163.

Streicht man auf diese Art (162, III) eine dünne stählerne Nadel: So erhält man eine **Magnetnadel.**

Diese so eingerichtet, daß sie sich frey drehen kann, nimmt allemal eine Richtung, daß das eine Ende von ihr, in die nördliche Gegend, wie das andere in die südliche sieht.

Jenes mag das **nördliche,** dieses das **südliche Ende** heissen.

§. 164.

Eine seigere Ebne in der Magnetnadel Richtung (163) wollen wir die **Magnetebne,** und jede söhlige Linie in ihr, die **Magnetlinie** nennen.

§. 165.

Die Magnetebne schneidet meistens die Mittagsfläche (36) unter einen Winkel, der die **Abweichung der Magnetnadel,** oder kurz: die **Magnetabweichung,** heißt.

§. 166.

Sie ist periodisch veränderlich, und findet sich manchmal auf der Westseite, zuweilen aber auf der Ostseite der Mittagsfläche.

Im ersten Falle heißt sie **westlich,** im zweyten aber **östlich.**

Es giebt auch Gegenden, wo manchmal gar keine ist.

§. 167.

Die Magnetabweichung kann ohne merklichen Irrthum auf sehr kurze Zeit, und bey nicht gar weit von einander entlegenen Oertern, z. E. 10 und mehr Meilen, für einerley angenommen werden.

§. 168.

In den meisten nördlichen Gegenden der Erde ist der Magnetnadel nördliches Ende schwerer und ihr südliches

liches leichter; umgekehrt verhält es sich in südlichen Gegenden.

Sie macht also meist mit einer söhligen Ebne einen Winkel.

Dieser heißt ihre **Neigung** oder **Inklination.**

Sie ist auch periodisch veränderlich.

§. 169.

Ueber den Magnet ist den Markscheidern zum Nachlesen zu empfehlen:

Erxlebens und **Karstens** Anfangsgründe der Physik;

Bergmanns physikalische Geographie, zwote Auflage;

Und viele andere.

m) Compasses Einrichtung.

§. 170.

Eine seigere Ebne kann man sich, so groß man will, denken, und daher annehmen, daß jede die Magnetebne und Mittagsfläche schneide.

Dies kann auch von jeder söhligen Linie mit der Magnet- oder Mittagslinie geschehen.

§. 171.

Hierdurch geschieht aber, daß eine seigere Ebne die Magnetebne sowohl als die Mittagsfläche, in zween Theile, den **nördlichen** und **südlichen**, theilet, sie hingegen selbst in den **östlichen** und **westlichen** getheilt wird.

Eben das geschieht auch von einer söhlichen Linie mit der Mittags- und Magnetlinie.

§. 172.

Es ist klar, daß die Lage einer seigern Ebne, oder jeder Linie in ihr, gegen die Mittagsfläche völlig bestimmt ist, durch den Winkel, der entweder ihr östli-

cher Theil mit dem nördlichen, oder ihr westlicher mit dem südlichen der Mittagsebne macht (171).

§. 173.

Dieser Winkel sowohl als jener giebt die Streichung (42).

§. 174.

Was 172 enthält, findet auch mit der Magnetebne statt, so lange ihre Lage für beständig angenommen werden kann (167, 171).

§. 175.

I. Der Winkel, den einer seigern Ebne östliche Theil mit dem nördlichen, oder ihr westlicher mit dem südlichen der Magnetebne macht, heisse die observirte Streichung dieser seigern Ebne und jeder Linie in ihr.

II. In dieser Rücksicht könnte man auch den Winkel in 173 wegen der Erinnerung 43 am Ende, die reducirte Streichung nennen.

III. Das Wort: Streichen, kann daher allgemein reducirte und observirte Streichung bedeuten.

§. 176.

Der Compaß ist ein Kreis, der in 2×12 gleiche Theile oder Stunden, jede Stunde in acht gleiche Theile oder Achtel, und jedes Achtel meist wieder in 2 gleiche Theile getheilt ist, und wodurch man, mittelst der Magnetnadel, die observirte Streichung finden kann.

§. 177.

$$1 \text{ Stunde} = \frac{360^\circ}{24}$$

$$= 15^\circ$$

$$\tfrac{1}{8} \text{ Stunde} = 1^\circ\ 52'\ 30''$$

$$\tfrac{1}{4} \text{ Achtelst.} = \tfrac{1}{32} \text{ St.} = 28'\ 7''\ 5.$$

u. s. w.

§. 178.

§. 178.

Die nähere Einrichtung des Compasses überhaupt, ist folgende:

I. An eines hohlen messingenen, 4 und weniger Zoll im Durchmesser habenden, und ohngefähr 1 Zoll hohen Cylinders untere Grundfläche ist eine messingene Platte angelöthet, wo im besagter Grundfläche Mittelpunkte (so des **Compasses Mittelpunkt** heissen mag), sich senkrecht ein spitziger Stift erhebt, damit auf ihm die Magnetnadel, die in der Mitte mit einem sogenannten **Hütgen** vom Messing, Glas rc. versehen ist und deren beyde Enden sich etwas von einander unterscheidend gemacht sind, frey drehen kann.

II. Die Nadel, wenn sie gut und brauchbar seyn soll, muß sich auf dem Stifte sehr sanft und gleichförmig bewegen, das heißt: nicht faul seyn.

III. An des holen Cylinders innere Seitenfläche wird in einiger Entfernung vom Boden, oder der gedachten messingenen Platte ('), parallel mit dessen Ebne ein Ring, der der **Stundenring** heißt, befestiget, auf dem sich die im 176sten § bemerkten Abtheilungen befinden, und mit der Magnetnadel in einer Ebne liegt.

IV. Ueber diesen Cylinder befindet sich ein Glasdeckel, um die Nadel vor Wind und dergleichen zu sichern.

V. Die Stunden werden auf dem Ringe so verzeichnet:

Auf dem Boden sind zween Durchmesser winkelrecht gezogen; den einen nimmt man für die Richtung der Magnetnadel an, bezeichnet daher seinen einen Endpunkt mit SE, seinen andern mit ME, und heißt ihn die Zwölftestundenlinie; des andern Durchmessers einen Endpunkt hingegen wird mit OR, und der andere mit OCC bezeichnet, weil eine der Magnetlinie

 winkel-

winkelrechte Linie die östliche und westliche Gegend am Horizont anzeigt; diesen nun nennt man die Sechstestundenlinie.

VI. Senkrecht über dem Punkte SE und ME schreibt man auf dem Stundenringe jedesmal 12, und läßt die Stunden von dem Punkte 12, (oder eigentlich 0) bey SE, (den man für der Stunden Anfangspunkt annimmt) durch OR bis ME, und eben so von 12 bey ME durch OCC bis 12 bey SE, wachsen.

VII. An vielen Compassen ist ein messingener Hebel angebracht, dessen Ruhepunkt nahe bey des Compasses Rand, und durch diesen etwas hervorsteht, wenn er von aussen niedergedruckt wird; an seinem andern Ende befindet sich ein Ring, durch den der Stift (I) geht, und mittelst diesem Ringe die Nadel in ihrer Mitte an das Glas (IV) festgedruckt, auch wieder losgemacht werden kann, ohne das Glas aufzuheben, und der Nadel den geringsten Schaden zuzufügen.

Man nennt diese Vorrichtung eine Arretirung.

Sie dient also, daß beym hin= und hertragen des Compasses die Nadel sich nicht auf ihrem Stifte reibet, und denselben stumpf stößet.

§. 179.

Es geht jeder Durchmesser, den man sich durch den Mittelpunkt des Stundenringes denkt, mit seinen beyden Enden durch einerley Stunde, (178, VI.)

Z. E. Der Durchmesser, der mit der Zwölftenstundenlinie einen Winkel von 30° von Nord nach Ost macht, macht eben den Winkel von Süd gegen West, und hat an diesen seinen entgegengesetzten Enden die Stunde 2.

§. 180.

Den Stundenring so genau als möglich einzutheilen.

Aufló-

Auflösung.

Man lasse sich zwo messingene Platten, wie A, B (§. 123, I.) fertigen.

Auf A werde der Stundenring, und auf B die Eintheilungen gemacht.

Auf beyden Platten beschreibe man, mittelst des Stangenzirkels, einen Kreis, dessen Halbmesser genau der des Stundenringes ist;

Diesen Halbmesser trage man in jedem Kreisse 6mal herum:

So erhält man dadurch Bogen von 60° = 4 Stunden (Geom. 22. S. 5. Z. und §. 177).

Nun halbire man, mittelst des Federzirkels, auf der Platte B genau einen solchen Bogen, auf ähnliche Art, wie in 123, VII mit dem Stangenzirkel.

Hiedurch erhält man einen Bogen von 30° = 2 Stunden.

Durch diesen halbire man jeden Bogen von 4 Stunden auf dem Kreisse A, und gleichfalls damit die übrigen bey B.

Auf gleiche Weise bestimme man bey B und A die Bogen von 15° = 1 Stunde.

Und so kann man auf B ferner durch bloße Halbirungen die Bogen von $\frac{1}{8}$ Stunde, $\frac{1}{32}$ Stunde, finden.

Diese werden auf ähnliche Art, wie 123, XIII. auf A getragen.

Was sonst noch zu beobachten, läßt sich leicht aus angeführtem und vorigem Paragraph ersehen.

§. 181.

Der Winkel, den einer söhligen Linie östlicher Theil mit dem nördlichen, oder ihr westlicher mit dem südlichen der Mittagslinie oder Magnetlinie macht, ist gleich dem Winkel, unter welchen der östliche oder westliche

 Theil,

Theil, der durch diese söhlige Linie gehenden seigern Ebne, im ersten Falle den nördlichen, im zweiten den südlichen der Mittagsfläche oder Magnetebne schneidet: Folglich ißt genannten seigern Ebne und jeder andern Linie in ihr reducirten oder observirten Streichung gleich, nachdem man auf die Mittagsfläche oder Magnetebne Rücksicht nimmt, (Geom. 48. S. und das. 2. Theil 2. Erklär.).

Hieraus wird begreiflich, wie man mit dem Compaß die observirte Streichung jeder Linie finden kann.

§. 182.

Durch der Linie AB (Fig. 25) Anfangspunkt A, gehe die Magnet= oder Mittagsebne; desgleichen auch durch der Linie BA Anfangspunkt B:

So wird zwar der Linie AB observirte oder reducirte Streichung gleich der BA seyn, (175, und Geom. 47. S. 6. Z.), aber, wenn AB auf der östlichen Seite der Magnetebne oder Mittagsfläche liegt, wird BA auf der westlichen liegen, und umgekehrt (135).

§. 183.

Liegt AB auf der östlichen Seite der durch ihren Anfangspunkt A laufenden Magnetebne oder Mittagsfläche:

So heißt ihre observirte oder reducirte Streichung östlich, sonst westlich.

§. 184.

Hat eine Linie AB östliche observirte oder reducirte Streichung: So hat die ihr entgegengesetzte BA westliche, und umgekehrt, (182).

§. 185.

Oestliche reducirte oder observirte Streichung sey positiv, also westliche negativ.

§. 186.

§. 186.

Nennt man die Stunden des Compasses in dem Halbkreise, wo OR steht, östlich, und die im andern westlich:

So läßt sich die östliche observirte Streichung durch östliche Compaßstunden, die westliche durch westliche, messen (178, 183).

§. 187.

Durch dergleichen Maaß kann man auch die reducirte Streichung angeben, die sich sogleich aus der observirten finden läßt, wenn man die Magnetabweichung weiß.

§. 188.

Anzuzeigen, daß die in Stunden oder sonstigem Maaße ausgedruckte observirte oder reducirte Streichung östlich oder westlich ist, kann durch Vorsetzung des Worts: **Ost**, oder blos O, im ersten Falle; **West**, oder nur W, im zweyten Falle, geschehen.

Man könnte dies auch mit OR und OCC thun; aber jene Bezeichnung ist kürzer, und die Anfangsbuchstaben sind nicht leicht zu verwechseln.

Aus eben der Ursache bedienen sich auch einige Markscheider der Bezeichnung mit Sept. und Mer. welche aber leicht zu Verwirrung Anlaß geben kann, und der Sache gar nicht angemessen ist, ausser wenn bey der observirten Streichung die seigere Ebne mit der Magnetebne einerley Lage hat; d. h. wenn erst genannte Ebne, oder jede Linie in ihr, entweder Sept. 12 oder Mer. 12 streicht. Jenes ist nach unserer Bezeichnung Ost 0, dieses aber Ost 12, oder West 0.

In diesem Falle nur kann man, wenn man will, sich der Bezeichnung mit Sept. und Mer. bedienen.

§. 189.

Exempel.

Man setze, einer seigern Ebne Streichen sey 4 Stunden und 2 Achtel, welches kurz so angezeigt wird:

$4^h\ 2$,

Das heißt aber: Der Winkel, den der östliche Theil der seigern Ebne mit dem nördlichen, oder ihr westlicher mit dem südlichen der Magnetebne oder Mittagsfläche macht, enthalte

4 Stunden und 2 Achttheile einer Stunde;

Das sind

$$= 4 \times 15^\circ + 2 \cdot \frac{15^\circ}{8}, \ (177)$$
$$= 63^\circ\ 45'.$$

Ist nun das Streichen östlich: So ist die Bezeichnung:

Ost $4^h\ 2$

oder nur

O $4^h\ 2$;

bey einigen Markscheidern

OR 4 2

auch

Sept. 4 2.

Ist es hingegen westlich: So bezeichnet man dasselbe durch

West $4^h\ 2$

oder nur

W. $4^h\ 2$;

einige durch

OCC 4 2

oder

Mer 4 2.

§. 190.

I. Es sey (Fig. 26) C des Compasses Mittelpunkt, und aus ihm mit CB auf einer söhligen Ebne ein Kreis NBSA beschrieben;

CN sey der nördliche Theil der durch C gehenden Magnetlinie SN, und AB die Zwölftestundenlinie, wo B der Punkt SE 12 seyn mag:

So ist der Winkel NCB, = SCA die observirte Streichung der durch A gehenden seigern Ebne und jeder Linie in ihr (181, 44).

II. Nach der Figur liegt CB auf der Ostseite von SN, und der Winkel BCN wäre daher die östliche observirte Streichung von AB, oder der durch sie laufenden seigern Ebne und jeder andern Linie in derselben (44, 181, 183).

III. Man drehe den Kreis (I) herum, bis B in A, wie Figur 27, zu liegen kommt:

So behält SN ihre Lage, AB (Fig. 27) aber kommt in die Lage BA (Fig. 26), und hat nun westliche observirte Streichung BCS (Fig. 27), die aber so groß ist, wie die östliche observirte der AB in II, [182].

IV. Da

W BCS = NCA, (Fig. 27):

So kann der AB (in III) westliche observirte Streichung auch nach dem Winkel NCA, den CN mit CA, dem Theile der Zwölftenstundenlinie macht, dessen Endpunkt A, der Punkt ME 12, oder West 0 ist (I und 178 VI), schätzen, so wie der Linie AB (in II) östliche observirte Streichung nach dem Winkel, unter welchen CN den Theil CB der Zwölftenstundenlinie schneidet, dessen Endpunkt B der Punkt Sept 12, oder Ost 0 ist.

V. Zählt man nun (Fig. 26) die Stunden von B nach N zu: So wird in N die Zahl der Stunden kommen, die NCB (II) enthält, und die Stunden selbst

müssen

müssen östlich seyn (I, 186): Folglich der Punkt OR linker Hand B liegen.

Zählt man hingegen (Fig. 27) die Stunden von A nach N: So wird gleichfalls bey N die Zahl der Stunden zu stehen kommen, die der Winkel ACN enthält, die Stunden selbst aber werden westlich seyn (II und 185): Folglich muß B linker Hand A, d. i. rechter Hand B stehen.

VI. Bey einem auf diese Art eingerichteten Compaß wird man allezeit, mittelst dem nördlichen Theile der Magnetnadel, die observirte Streichung jeder Linie, und ob es östlich oder westlich, finden, wenn die Zwölftestundenlinie in die durch diese Linie laufende seigere Ebne so gebracht ist, daß der Punkt SE 12 nach besagter Linie Endpunkt zugekehrt ist (IV, V).

§. 191.

Der Compaß in 178. nach vorigem § eingerichtet, giebt den Grubencompaß.

§. 192.

I. In dem auf einer söhligen Ebne (Fig. 28) verzeichneten Kreisse AaB sey C dessen und des Compasses Mittelpunkt;

ab die Zwölftestundenlinie;
a der Punkt SE 12, und
SN, die Magnetlinie, liege in ab:

So ist der Winkel NCB = ACS, der Linie AB observirte Streichung.

II. Nach der Figur ist aCB der AB östliche observirte Streichung.

III. Man drehe den Kreis (I) herum: So daß AB in die Lage BA, und ab in die ba, (wie Fig. 29) kommt:

So wird der Winkel aCB der Linie AB (Fig. 29), oder BA (Fig. 28) westliche observirte Streichung.

IV. Gehen

IV. Gehen die Stunden (Fig. 28, 29) von a nach B: So kommt in B die Zahl der Stunden, die aCB enthält.

Diese müssen in der 28sten Figur östlich, in der 29sten aber westlich seyn (II, und 186):

Folglich muß von a weg rechter Hand OR und linker Hand OCC stehen.

V. Hierauf beruht die Einrichtung des sogenannten **Setzcompasses**, von dem man die Beschreibungen in allen Markscheidebüchern findet.

Er ist unbequem, und daher wenig oder gar nicht mehr im Gebrauche.

§. 193.

Die observirte Streichung einer donlegigten Linie zu finden, braucht der Markscheider den sogenannten **Hängecompaß**.

Dieser ist nichts anders als ein Grubencompaß (191) in einem runden Kasten, in dessen Umkreisse, in der Ebne der Sechstenstundenlinie zween kleine runde Zapfen hervorstehen, und im Durchmesser eines schmalen Ringes von messingenem Bleche beweglich sind.

An diesem ist ein anderer, ebenfalls messingener, aber etwas breiterer Ring dergestalt befestiget, daß seine Ebne in der Ebne der Zwölftenstundenlinie liegt.

An ihm sind in seiner Ebne in gleicher Weit, von dem Orte des Zusammenstossens beyder Ring, zween Haken, wie bey den Gradbogen, angebracht.

Beyde Ringe mit einander verbunden, geben das **Hängeinstrument**.

Uebrigens ist die Einrichtung aller Theile dieses Werkzeugs so, daß, wenn es mit itztgenannten Haken an eine straff ausgespannte Schnur gehangen wird, vermöge der eignen Schwere die Ebne des breitern Ringes, und also der Zwölftenstundenlinie in die durch

die Schnur laufende seigere Ebne fällt, der Compaß selbst aber in eine söhlige Stellung tritt.

Die 30ste Figur stellt einen im Umrisse dar.

§. 194.

Das **Zuleginstrument** bestehet aus einem Grubencompasse in kreisrunder Form, der in ein ofnes Gehäuse oder Gestelle einpasset, das auf einer Platte befestiget ist, die die Figur eines Rechtecks hat, und dessen längsten einander gleichlaufenden Seiten die Stelle eines Linials vertreten, nach welchen gerade Linien gezogen werden können.

§. 195.

Durch dieses Werkzeug läßt sich jede Linie, deren Streichen gegeben ist, so verzeichnen, daß diese daselbst in eben der Stunde streicht.

Man braucht es daher besonders zur Verfertigung söhliger Risse.

Wir werden unten eine andere weit zuverläßigere Methode dies zu bewerkstelligen zeigen, wodurch dann dieses Werkzeug ganz entbehrlich gemacht wird, ausser, man müßte es zur Findung der Magnetabweichung mittelst der Mittagslinie nehmen, wozu Herr **von Oppel** das Zuleginstrument, wie seine 16te Figur zeigt, angegeben hat; indessen könnte man hiezu einen bloßen Grubencompaß brauchen, der aber in Grade und Minuten getheilt seyn müßte.

§. 196.

Uebrigens will ich von diesem Werkzeuge (194.) noch folgendes beybringen:

Gewöhnlich nehmen die Markscheider bey seinem Gebrauche den Compaß aus dem Hängeinstrument, und setzen ihn in das Zuleginstrument; viele deswegen, weil sie glauben, daß sie bey einem andern Compasse im Zuleginstrumente nicht richtig verfahren, da man doch blos diesen andern Compaß erspahrt; denn alle

gute

gute Compasse geben bey einerley Magnetabweichung einerley Streichung an.

Gemeiniglich sind an dem Zuleginstrumente **Dioptern** oder **Absehen**; sie sind aber ganz entbehrlich, wie Herr **von Oppel** (478) mit Recht erinnert. Für diese könnte man sich eher ein **Diopterlinial** fertigen lassen und nach Gefallen auf das Werkzeug aufschrauben; dann könnte man sich dieses Instruments als einer Boussole bedienen, dazu man aber ein Stativ haben müßte. Doch ist auch diese Vorrichtung entbehrlich, weil es das ganze Werkzeug ist (195).

Indessen lese man mehreres in Herrn **von Oppels** Markscheidekunst, §. 477 bis 486.

Anmerkung.

§. 197.

Die Schweden theilen ihren Compaß in viermal 90°, und schreiben auf die Linie, von welcher alle vier Quadranten ihre Grade zu zählen anfangen, Nord und Süd, überdies setzen sie zwischen jede der zwo Hauptweltgegenden noch drey andere, daß also zwischen Nord und Ost, die: Nord-Nord-Ost, Nord-Ost, Ost-Nord-Ost, fallen.

Herr von Oppel, §. 593.

§. 198.

Die **Ungarn** theilen den Compaß zwar auch in 24 Stunden, und zählen sie von Sept. durch OR, aber sie fangen nicht, wie wir, bey Mer wieder von vorne an zu zählen, sondern gehen in der Ordnung fort, daß wo im westlichen Halbkreisse unsers Compasses 1, 2, 3 ꝛc. steht, bey ihnen sich 13, 14, 15 ꝛc. findet.

Delius Anleitung zu der Bergbaukunst ꝛc. (Wien 1773, 4.) §. 23, erste Anmerkung.

Indessen läßt sichs leicht zeigen, daß unsre Art besser ist. Sie wird auch von den meisten Markscheidern gebraucht.

§. 199.

§. 199.

Der Gebrauch der Magnetnadel ist den Schiffern seit dem Ende des 13ten Jahrhunderts bekannt; und es ist glaubwürdig, daß die Bergleute nach der Mitte des 14. Säkulums angefangen haben, sich des Setzcompasses zu bedienen, und das bis gegen die Mitte des 17ten Jahrhunderts, zu welcher Zeit **Balthasar Rößler** den Grubencompaß erfand.

Warum die Eintheilung in Stunden (176, 178, VI) beliebt worden, weiß man nicht; und wenn man es auch wüßte: so befriedigte es doch nur unsre Neugierde.

Herr **von Oppel** (§. 284) muthmaßet, daß damals die Gradeintheilung nicht bekannt gewesen wäre, und es kommt ihm wahrscheinlich vor, daß man dabey mit auf die Werfung des Schattens eines Baums zu einer gewissen Stunde des Tages parallel mit dem Streichen eines Ganges gesehen habe.

Dawider macht Herr Hofrath **Kästner** (Markscheidekunst, 1ste Anmerk. I, V ꝛc.) gegründete Zweifel, und seine Meynung, daß vielleicht die Erfinder der Compaßeintheilung die in 24, wegen der Bequemlichkeit, die sie vor der Gradabtheilung hat, erwählt haben, zumal da ihnen die Vortheile, den Kreiß in Grade abzutheilen, welche etwa die Trigonometrie darbietet, anfangs wenigstens nicht so bekannt gewesen seyn mag. So bald sie aber die Eintheilung in 24, aus welcher Ursache es auch war, annahmen, so war es natürlich, dabey auf Stunden zu fallen, da schon die vier Weltgegenden mit den vier Hauptabtheilungen des Tages einerley Benennung hatten.

n) Com-

n) Compasses Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 200.

Einer Linie AB observirte Streichung und deren Beschaffenheit, (d. i. ob sie östlich oder westlich,) mit dem Grubencompaß anzugeben.

Auflösung.

Man bringe die Zwölftestundenlinie in die Lage der durch AB gehenden seigern Ebne, oder in eine mit ihr gleichlaufenden, dergestalt, daß SE 12 nach der Linie Endpunkte B hinsieht:

So zeigt der Nadel nordliche Ende unmittelbar die Zahl der Stunden an, die der AB observirten Streichung zukommen, d. h. die Stunde, in der AB streicht, (190 VI, und Geom. 47. S. 6. Z.).

Geschiehet dies nun im östlichen Halbkreisse: So ist der AB observirte Streichung östlich; Geschieht es aber im westlichen: So ist sie westlich (186).

§. 101.

Mit dem Hängecompaß einer schiefen Linie AB observirte Streichung und deren Beschaffenheit zu finden.

Auflösung.

Dies ist nur ein besonderer Fall vorigen Paragraphs, da vermöge des Werkzeugs Einrichtung die Zwölftestundenlinie in der durch AB gehenden seigern Ebne allemal zu liegen kommt, wie es nach 190 VI seyn soll, wenn man den Hängecompaß, an die die Linie AB vorstellende Schnur hängt, daß SE 12 nach der Linie Endpunkt B zusieht.

Das nordliche Ende der Magnetnadel also wird, wie im vorigem § der AB observirte Streichung und deren Beschaffenheit anzeigen.

§. 202.

Wenn das nordliche Ende der Magnetnadel, (welches wir, der Kürze wegen, allemal blos das nördliche Ende heissen wollen,) nicht genau auf einen Theilstrich des Stundenringes weist: So schätzt man nach dem Augenmaaße auch Viertel von Achtelstunden, oder zwey und dreyßig Theile der ganzen Stunde; von jedem solchem Theile aber kann man noch Drittheile (d. h. 96 Theile der ganzen Stunde) schätzen, und ein solches Drittheil mit dem Herrn **Bergmeister Scheidhauer** durch p (plus) oder m (minus) bezeichnen, nachdem es für bejaht oder verneint zu nehmen.

§. 203.

Exempel.

I. Gesetzt, das nördliche Ende hätte im östlichen Halbkreisse inne gestanden, zwischen den zween Theilstrichen, davon der eine von dem Punkte SE 12, (welchen Punkt wir durch 0^h so, wie Mer 12 durch 12^h bezeichnen wollen) um 6^h 4, und der zweyte um 6^h 5 absteht: So würde man diesen Abstand des nördlichen Ende durch die im vorigem § gedachten kleinen Theile der Stunde, mittelst Schätzung nach dem Augenmaaße, zu bestimmen suchen.

Hätte man nun gefunden, daß das nördliche Ende von dem Theilstriche der von 0^h um 6^h 4 entfernt ist, etwas über $\frac{3}{4}$ Achtelstunde abstünde, das ohngefähr $\frac{1}{3}$ der Viertelsachtelstunde, also ohngefähr $= \frac{1}{96}$ Stunde betrüge: So würde der Linie AB (200, 201) östliche observirte Streichung.

$$= 6 \text{ St.} + 4\tfrac{3}{4} \text{ Achtelst.} + \tfrac{1}{96} \text{ St.}$$
$$= 99^\circ\, 3'\, 45'' \;(177)$$

enthalten.

Dieser Ausdruck läßt sich verkürzt so schreiben:
$6^h\, 4\frac{3}{4}$ p;

Und

Und da diese Streichung östlich genommen, setzt man Ost oder O vor, wie folget:

Ost 6^h $4\frac{3}{4}$ p
O 6^h $4\frac{3}{4}$ p,

welches alles mit 188 und 189 übereinkommt.

II. Käme also, zum fernern Beyspiele, der Ausdruck:

West 2^h $3\frac{1}{4}$ m, oder
W 2^h $3\frac{1}{4}$ m

vor: So bedeutet er westliches Streichen, das

$$= 2 \text{ St.} + 3\tfrac{1}{4} \text{ Achtelst.} - \tfrac{1}{96} \text{ St.}$$

§. 204.

Nach 178 VI gehen die westlichen Stunden von 12^h durch OCC bis 0^h. Man kann aber auch mit dem Herrn Bergmeister Scheidhauer die westlichen Stunden von 0^h durch OCC bis 12^h zählen, sie als verneinte Stunden ansehen, und also dadurch das westliche Streichen angeben.

Man kann also unter, z. E.

W 0^h oder 12^h,	-0^h
W 0^h 7,	-0^h 1
W 0^h 3	-0^h 5
W 11^h	-1^h
W 9^h 6	-3^h 2

u. s. w.

verstehen.

Ueberhaupt also

$$W\ \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$
$$= -\gamma^h \text{ (wenn } 12^h - \beta^h = \gamma^h)$$

setzen:

Folglich können wir

Ost 0^h 3 z. E. mit	$+0^h$ 3
„ 9^h	$+9^h$
„ 4^h	$+4^h$ 3

u. s. w.

also überhaupt

$$\text{Ost } \beta^h \text{ mit } + \beta^h$$

bezeichnen.

Es könnte dies auch blos mit β^h geschehen; allein β^h kann die Stunden der östlichen observirten und reducirten Streichung sowohl als westlichen anzeigen.

Wenn wir daher sagen: Eine Linie streicht z. E. 4^h: So kann es östlich sowohl als westlich seyn.

§. 205.

Ein bloßer Buchstabe kann ganz allgemein observirte und reducirte Streichung andeuten.

Wenn wir nun dies z. E. durch β thun: So kann β in Stunden oder Grade ausgedruckte östliche oder westliche observirte oder reducirte Streichung seyn.

Die östliche werden wir in dieser Rücksicht durch $+\beta$ und dergleichen, die westliche durch $-\beta$ und dergleichen, anzeigen.

Z. B. Wäre einer Linie AB Streichung östlich also $+\beta$: So wäre der Linie BA ihre westlich: folglich $-\beta$ (184, 185); aber $-\beta$ in Stunden angegeben, würde

$$W\ \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$

so wie $+\beta$ in Stunden

$$= +\beta^h = \text{Ost } \beta^h$$

seyn, (vorig. §).

§. 206.

Winkel durch Stunden ausgedruckt, hat der Markscheider oft zu trigonometrischen Rechnungen nöthig.

Man muß daher die Stunden zuvor in Grade verwandeln.

Diese Verwandlung aber sich zu erleichtern, darf man nur eine Tafel berechnen.

Dieß kann man leicht:

Denn

$$1\ \text{St.} = 15^\circ\ (177)$$

Also

Also

$$2 \text{ St.} = 2 . 15^{\circ}$$
$$= 30^{\circ}$$
u. s. w.

Ferner

$$\tfrac{1}{8} \text{ St.} = 10^{\circ} 52' 30'' \text{ (a. O).}$$

Also

$$\tfrac{2}{8} \text{ St.} = 2 (10^{\circ} 52' 30'')$$
$$= 3^{\circ} 45'$$
u. s. w.

In Herrn Hofrath Kästners Markscheidekunst, 7te Seite, findet man eine solche Tafel, wo das kleinste Glied $\frac{1}{32}$ Stunde = $\frac{1}{4}$ Achtelstunde; für $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{128}$ der Achtelstunde steht eine auf der dasigen 9ten Seite. Diese letztere blos zur Vergleichung mit der gewöhnlichen Art Winkel zu messen.

Herr Cammerrath Cancrinus giebt im 950 § des 6ten Theils der ersten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde auch eine, wo das kleinste Glied $\frac{1}{4}$ Achtelstunde, woben er erinnert, daß die Theilung in so weit scharf genug sey; indessen bedient man sich mit Vortheil schärferer Eintheilung.

Wie dergleichen Tafeln zu gebrauchen ist gleich einzusehen. Man findet aber auch an a. Orten deshalb Beyspiele.

§. 207.

Fehler beym Compaße können seyn, wenn

1) des Stundenringes Abtheilung unrichtig,
2) die Theilstriche nicht die gehörige Feinheit haben,
3) die Magnetnadel nicht gehörig spielt,
4) beym Hängecompaße der Zwölftenstundenlinie Ebne nicht mit des breiten Rings seine in der durch die Schnur laufenden Vertikalfläche liegt.

§. 208.

Was 1) (207) anbelangt, so hat eine genaue Abtheilung des Stundenringes keine Schwierigkeit, weil man alles durch Halbirungen bewerkstelligen kann; aber Stundenringe mittelst der Theilscheibe getheilt, werden fast allemal fehlerhaft seyn.

Diese Abtheilungen nun zu prüfen, läßt sich auf ähnliche Art, wie 138 I, II, III verfahren, wobey man die Stunden auf Grade zu reduciren nicht vergessen darf.

Wüßte man nicht des Stundenringes Halbmesser, so nehme man die Sehne von $60° = 6^h$, und messe die so scharf als möglich auf einen genau eingetheilten Zollstabe aus. Was man erhält = des Stundenringes Halbmesser (G. 23. S. 5te Z.).

§. 209.

Den Fehler 2) (207) schätzt man auf ähnliche Art wie §. 139.

Ist des Stundenringes Halbmesser = a, die Dicke eines Theilstriches = b, und die Anzahl der Sekunden, die er auf dem Stundenringe einnimmt = x:

So ist

$$x = \frac{b}{a} . 206264.$$

Exempel.

Wäre

$b = 0{,}001$ Zoll:
$a = 2$ Zoll:

So erhält man

$$x = \frac{0{,}001 . 206264}{2}$$
$$= 1' 43'', 134.$$

Für

Für

$$b = 0,01 \text{ Zoll}$$

bekommt man

$$x = 17' \; 11'' \; 34$$

Hieraus sieht man, daß die Theilstriche so fein als möglich zu reißen sind, da schon auf einem Stundenringe von 4 Zoll im Durchmesser ein Theilstrich, dessen Dicke = 0, 01 Zoll, einen Bogen von 17′ 11″, 34 einnimmt.

Nun ist eben nicht allemal ein Theilstrich so fein, und des Stundenringes Durchmesser 4 Zoll: daher ist in solchen Fällen der Compaß wegen der Theilstriche Dicke einem noch größern Fehler unterworfen, und man darf also diesen gar nicht ausser Acht lassen.

§. 210.

Was den Fehler 3) (207) betrift, so ist eine Magnetnadel faul, wenn

1) ihr nicht die magnetische Kraft gehörig mitgetheilt, oder ihr selbige entzogen, worden.

2) der Stift, worauf die Nadel ruhet, stumpf 2c. ist,

3) des Hütgens innere Hölung nicht sehr glatt poliret ist; oder nicht gehörig conisch in eine sehr kleine Kugelfläche zuläuft; oder sich Unreinigkeiten in dem Hütgen gesammlet haben.

von Oppels Markscheidekunst §. 433 u. f.
Mayers praktische Geometrie 120 §.

§. 211.

I. Wenn der Hängekompaß an die Schnur gehangen wird: So muß die seigere Ebne durch sie mit der der Zwölftenstundenlinie zusammenfallen. Geschieht dies nicht: So können die Haken verbogen, oder der breite Ring, woran sich die Haken befinden, nicht gehörig angebracht seyn, und man erhält da allemal ein anderes Streichen.

II. Um nur zu zeigen, daß ein solcher Fehler eben nicht ausser Acht zu lassen ist, will ich annehmen, die seigere Ebne der Schnur gehe durch des Kompasses Mittelpunkt C (Fig. 31), und schneide also die söhlige Ebne NaSbN des Stundenringes, in der durch C gehenden Linie ba. Es sey NS die Zwölftestundenlinie: so ist W NCa, = W bCS, der Winkel, den der Schnur seigere Ebne mit der der Zwölftenstundenlinie macht, (Geom. II. Th. 2te Erklärung) oder um dem erstere Ebne von letzterer abweicht.

Dieser Winkel muß also gesucht werden. Er heisse α.

Nun wird wohl Na nicht so beträchtlich groß seyn, und daher als gerade, und das Dreyeck NCa als gleichschenklicht angenommen werden können.

In dieser Voraussetzung hat man, wenn man des Stundenringes Halbmesser, oder

$$Ca = a,$$

und

$$Na = c$$

setzt,

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a}:$$

Und, weil α klein, also $\frac{1}{2}\alpha$ noch kleiner: So erhält man ohne merklichen Irthum

$$\tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a};$$

also

$$\alpha = \frac{c}{a}$$

in Decimaltheilen des Halbmessers = 1.

III. Will

III. Will man α in Sekunden haben, so überlege man, daß eines Kreisses halbe Peripherie

$$180.60.60 = 648000''$$

enthält.

Nun heisse die gesuchte Anzahl Sekunden x: so hat man

$$3,1415 \ldots : \alpha = 648000'' : x'',$$

Folglich

$$x = \frac{648000}{3,1415 \ldots} . \alpha \text{ Sekunden}$$
$$= \alpha . 206264 \text{ Sekunden.}$$

IV. Also α in Sekunden

$$= \frac{c}{a} . 206264.$$

Exempel.

Es sey

$$c = 0,01 \text{ Zoll}$$
$$b = 2 \text{ Zoll;}$$

So ist

$$\alpha = \frac{0,01}{2} . 206264''$$
$$= 0,01 . 103132''$$
$$= 17', 11'', 32.$$

Für

$$c = 0,1 \text{ Zoll}$$

bekommt man

$$\alpha = 2^\circ 51' 53'', 2.$$

Im letztern Falle giebt also die Nadel allemal einen Winkel an, der um 2° 52′ 53″, 2 zu groß oder zu klein ist, nachdem die Zwölftestundenlinie und das nordliche Ende auf verschiedenen Seiten der Schnur seigere Ebne, oder auf einer liegen.

§. 212.

Wenn der Winkel, den eines solchen fehlerhaften Hängecompasses Nadel angiebt $= \beta^h$: So ist die wahre observirte Streichung

$$= \beta^h \pm \alpha^h,$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn nördliches Ende und Zwölfteſtundenlinie auf einer Seite der Schnur liegen, das untere aber, wenn sie sich auf verschiedenen befinden.

o) Eisenscheibe.

§. 213.

Da bekanntlich das Eisen die Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Richtung bringt, und deshalb bey ihrem Gebrauche nichts von Eisen in der Nähe herum seyn darf: So ist der Compaß an den Orten, wo Eisenerze brechen, nicht zu gebrauchen, wiewohl einige auf die Magnetnadel keine so starke Würkung äussern.

§. 214.

Dafür nun hat man die **Eisenscheibe**, die von andern auch Stundenscheibe genennt wird, erfunden.

Ihre wesentliche Einrichtung wird folgende seyn:

Eine kreisförmig messingene Scheibe ist in Stunden rc. eingetheilt (178, VI.) und mit den Weltgegenden, wie der Setzcompaß (192, IV) bezeichnet. In ihrer Ebne läßt sich um ihren Mittelpunkt eine Regel drehen, die am Ende etwa mit einem Oehre versehen ist, um eine Schnur daran zu binden, und nach der Richtung der Regel, also nach einer Linie aus dem Mittelpunkte, anziehen zu können.

§. 215.

Den Gebrauch der Eisenscheibe (214) zu zeigen.

Auflö-

Auflösung.

A) Bey söhligen Linien.

I. AB, BE, EF (Fig. 32) seyen söhlige Linien, und zwar liege AB da, wo man noch mit dem Compaß ihre observirte Streichung finden, d. h. die Stunde, in der AB streicht, abnehmen kann; hingegen bey BE, EF gehe dies wegen den Eisenerzen nicht an (213).

II. Man finde also die observirte Streichung der AB (200, 201);

III. Bringe die Scheibe (213) in B, (welche in der Figur der Kreis SCMaS vorstellen mag,) und stelle sie daselbst söhlig, so daß in B ihr Mittelpunkt kommt, S ohngefähr nach der nördlichen Gegend, und M nach der südlichen hinsieht.

IV. Verlängere AB in C, daß daselbst BC der Scheibe Umkreis schneidet;

V. Nehme zwischen S und C so viel Stunden, als nach II für der AB observirte Streichung gefunden worden.

VI. Nun ziehe man die Schnur an der Regel an den Punkt E hin:

VII. So stellt sich die Regel nach Be, daß e in BE liegt, und also Be die Stunden der BE observirten Streichung und deren Beschaffenheit angiebt.

VIII. Den Fortgang dieser Arbeit zu übersehen, sey in E eine andere der in B vollkommen ähnliche Scheibe ſſmbſ söhlig gestellt, daß auch in E ihr Mittelpunkt ſ ohngefähr nach Norden, und m nach Süden liegt;

IX. Ihr Umkreis werde von BE in b geschnitten.

X. Nun mache man, daß zwischen m und b so viel Stunden sind, als zwischen S und e; oder zwischen ſ und b so viel, als zwischen M und e.

XI. Ziehe

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF observirten Streichung und deren Beschaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ stelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP sey ihr nördlicher Theil, AQ ihr südlicher:

So ist, W PAB der AB observirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): also MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE observirte Streichung (175, 178);

Also VII. bewiesen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So ist mf der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Ef (164 und X);

Folglich W fEf = der EF observirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewiesen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine söhlige Linie BA so, daß man ihre observirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun stelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V befielt.

XVIII. Hierauf lasse man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das so lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trift:

XIX. So

XIX. So werden zwischen S und e so viel Stunden seyn, als der Linie BK observirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzusetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII fodert;

XXI. Lasse hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieses Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwischen ihm und dem Punkte M er so viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art, wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. ist die Zwölftestundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der seigern Ebne durch BK, und mit BS in der söhligen Ebne der Scheibe:

Also ist SBe der BK observirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XXII, XXIII, wird die Scheibe so gestellt, daß die Zwölftestundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch diesen und K geht eine Linie, die in der seigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenstundenlinie in der söhligen Ebne der Scheibe liegt:

Also erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug seyn, einen Begrif von der Eisenscheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markscheidebüchern eines **von Oppels**, **Cancrinus**, **Beyers**,

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF observirten Streichung und deren Beschaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ stelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP sey ihr nördlicher Theil, AQ ihr südlicher:

So ist, W PAB der AB observirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): also MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE observirte Streichung (175, 178);

Also VII. bewiesen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So ist mf der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Ef (164 und X);

Folglich W fEf = der EF observirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewiesen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine söhlige Linie BA so, daß man ihre observirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun stelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V besielt.

XVIII. Hierauf lasse man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das so lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trift:

XIX. So

XIX. So werden zwischen S und e so viel Stunden seyn, als der Linie BK observirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzusetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII fodert;

XXI. Lasse hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieses Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwischen ihm und dem Punkte Mer so viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art, wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. ist die Zwölftestundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der seigern Ebne durch BK, und mit BS in der söhligen Ebne der Scheibe:

Also ist SBe der BK observirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XVII, XXIII, wird die Scheibe so gestellt, daß die Zwölftestundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch diesen und K geht eine Linie, die in der seigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenstundenlinie in der söhligen Ebne der Scheibe liegt:

Also erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug seyn, einen Begrif von der Eisenscheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markscheidebüchern eines **von Oppels**, **Cancrinus**, **Beyers**, **Voig-**

Voigtels ꝛc. aber blos die Regeln des Verfahrens. Die vollständige Theorie hievon giebt Herr Hofrath **Kästner** im 4 bis 39sten §, s. 8te Anmerkung über die Markscheidekunst.

II. Das ganze Verfahren mit der Eisenscheibe, besonders für den Fall B) zeigt, daß es sehr mühsam, und die Gefahr zu fehlen sehr ausgesetzt ist, indem die söhlige Stellung ihrer Ebne, und richtige Findung der observirten Streichung donlegiger Linien sehr vielen Schwierigkeiten unterworfen.

Diesen einigermaaßen zu entgehen hat man verschiedene Mittel vorgeschlagen.

Was **Voigtel** deshalb anräth, wird man bey ihm S. 156 u. f. (der zweyten Auflage von 1713) nachlesen, oder in der Kürze in vorhin angeführten 8ten Anmerkung 34 u. f. Absatze.

Beyers Vorschläge (P. VI. Prop. 30) zur Verbesserung der Eisenscheibe heben nicht die Schwierigkeiten wegen donlegiger Linien, wie Herr Hofrath **Kästner** (a. a. O. §. 40) mit Recht erinnert.

Auch nicht **Malern** seine. M. s. dessen Geometrie 212, 213te S.

Am besten dazu ist Herrn **von Oppels** zweyte Eisenscheibe. Er beschreibt sie in seiner Markscheidekunst §. 495, und giebt die Regeln ihres Gebrauches §. 497 und 653, aber ohne Beweis. Auch Herr Cammerrath **Cancrinus** im 6ten Theil der ersten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde §. 923, 1015, 1027, giebt davon nach Herrn **von Oppels** Markscheidekunst Unterricht.

Die Theorie davon, nebst andern vortreflichen Erinnerungen, findet sich in Herrn Hofrath **Kästners** 43 bis 72sten § der 8ten Anmerkung über die Markscheidekunst.

III. Wir

III. Ich werde weiter unten eine andere Methode, durch die man eben so leicht die Absicht der Eisenscheibe erreichen kann, und welche weit zuverläßiger ist.

Man kann daher die Eisenscheibe wie das Zuleginstrument gänzlich entbehren, deshalb ich hier davon nichts weiter habe wollen beybringen.

p) Stundentransporteur.

§. 217.

Ist ein Kreis von Messing in Stunden, wie der Setzkompaß, getheilt, und um den Mittelpunkt ausgeschnitten, so daß eine Spitze genau im Centrum liegt.

§. 218.

Beyer giebt davon P. II, cap. 13 Nachricht, und stellt ihn auf der ersten Kupfertafel in der 10ten Figur auf. Herr **Cancrinus** beschreibt selbigen §. 925, und bildet ihn Tab. XII. Fig. 30 ab. **Voigtel** gedenkt so etwas unter dem Namen des **runden Transporteur mit dem zugespitzten Centro** auf der 153sten Seite seiner Markscheidekunst.

§. 219.

Man hat ihn gebraucht, Linien in Grundriß zu verzeichnen, deren observirte Streichung durch die Eisenscheiben gefunden worden.

Es fällt in die Augen, daß er auch als Zuleginstrument dienen kann.

§. 220.

Ein solcher Stundentransporteur ist leicht einzutheilen, indem Alles durch Halbirungen der Bogen geschieht.

Man könnte ihn daher zur Fertigung solcher Grundrisse gebrauchen, von denen keine so große Genauigkeit

nauigkeit gefodert wird. Indessen läßt sich leicht zeigen, daß man mit ihm richtiger und bequemer arbeiten kann als mit dem Zuleginstrument.

§. 221.

Man kann auch geradlinichte Stundentransporteur auf ähnliche Art, wie geradlinichte Gradtransporteur (eb. Tr. 9. S. 4. Z. und der Erklär.) machen.

Sturm hat dazu in seiner Markscheidekunst 13. §, (die er seinem kurzen Begriffe der gesammten Mathesis beygefügt) für alle ganze Stunden die Sehnen berechnet. Seine Tafel aber ist nicht brauchbar: Sie würde es seyn, wenn sie für Achttheile, oder besser, für noch kleinere Abtheilungen von Stunden berechnet wäre.

Indessen ist die Fertigung eines geradlinichten Stundentransporteurs überflüßig, wenn man einen in Graden rc. hat. Und hätte man auch von letzterm keinen, und wollte sich doch eines geradlinichten Transporteurs bedienen: so würde ich mir lieber einen in Graden fertigen, und dazu für alle einzelne Grade die Sehnen nach der Formel $\frac{2. \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000}$ für den Halbmesser $= 10000$ berechnen, und beym Gebrauch die Stunden auf Grade reduciren.

q) Winkelweiser.

§. 222.

Dieser besteht aus einem, ohngefähr 14 Zoll langen Richtscheide AB (Fig. 34), welches um einen Stift an einem Klötzgen C auf und niederwärts beweglich ist.

An des Stifts Ende, wo er über dem Richtscheide hervorragt, sind Schraubengänge, woran eine Mutter

ter D, mit der man das Richtscheid nach Befinden an das Klötzgen C festschrauben kann.

Durch genanntes Klötzgen ist niederwärts ein Loch, nahe an D, gebohrt, wodurch der Winkelweiser, mittelst einer Pfrieme E, auf einen festgeschlagnen Pfahl, oder eine andere unbewegliche Fläche geschraubet wird.

Auf der Ebne des Richtscheids einer Seitenfläche de sind senkrecht zwo messingene Platten, längst denen man nach einem gewissen Gegenstande hinaus visiren kann. Sie heissen **Absehen** oder **Dioptern**.

Die eine H, wohinter das Auge zu liegen kommt, und daher **Okulardiopter** genennt wird, hat in der Mitte ein sehr kleines Löchelgen, durch welches das Auge zielet, und der **Visirpunkt** heissen mag.

Die andere J, die **Objektivdiopter**, hat hingegen eine etwas weitere Oefnung, worein zween zarte Silberfäden oder Pferdehaar ausgespannt sind, die einander rechtwinklicht schneiden. Den Punkt ihres Durchschnitts wollen wir den **Deckpunkt** nennen.

Beyde Dioptern können bey f f um Gelenke beweglich seyn, sie auf das Richtscheid niederlegen zu können.

Eine seigere Ebne durch den Deckpunkt und Visirpunkt heisse die **Diopterebne**, und eine grade Linie durch diese beyden Punkte, die **Ziellinie**, welche also in der Diopterebne liegt.

Die gerade Linie de, in der die Diopterebne vorhin genannte Ebne des Richtscheides schneidet, muß auf dem Richtscheide angegeben seyn, wie die Figur zeigt.

Unterhalb des Richtscheides in den fortgesetzten Diopterplatten, sind zwey Löcher G, J, durch die eine seidne Schnur geht, welche am Stifte L befestiget ist, und mit der Schraube K scharf angezogen werden kann.

Diese Schnur FG aber muß genau in der Diopterebne liegen und der Ziellinie parallel seyn.

§. 223.

Aus einem gegebenen Punkte über Tage eine gerade Linie zu bestimmen, welche eine gegebene observirte Streichung und Neigung hat.

Auflösung.

I. Man schraube den Winkelweiser auf eine durch den gegebenen Punkt laufende söhlige Fläche, daß die Diopterebne genau durch genannten Punkt läuft, und der Winkelweiser um die Schraube E gemächlich gedrehet werden kann:

II. Ziehe die Schraubenmutter D an, daß das Richtscheid ungefähr eine söhlige Lage bekommt;

III. Hänge den Hängecompaß an die Schnur FG, daß der Punkt SE nach G sieht;

IV. Und drehe den Winkelweiser um die Pfrime E, bis das nördliche Ende die Zahl von Stunden und deren Theile zeigt, die der gegebenen observirten Streichung zu kommen.

V. Nun schraube man E so fest ein, daß da herum der Winkelweiser sich nicht weiter drehen läßt;

VI. Hänge den Compaß aus, und dafür den Gradbogen ein.

VII. Lüfte hierauf ein wenig die Schraubenmutter D;

VIII. Bewege das Richtscheid so lange auf und ab, bis des Gradbogens Perpendikel die gehörigen Grade abschneidet,

XI. Und schraube, mittelst der Schraube bey D, das Richtscheid so fest an, daß man es nicht hin und her rücken kann.

X. Alsdann visire man durch die Okulardiopter nach einem Pfahl, den man von einem Gehülfen ohngefähr

Jan.	Z. d. E.	Feb.	Z. d. E.	Merz	Z. d. E.
1	5 U. 57' Ab.	10	3 U. 10' Ab.	2	1 U. 53' Ab
11	5 14	20	2 31	12	1 16
21	4 31			22	0 40
31	3 50				
Jul.		Aug.		Sept.	
10	5 29 M.	9	3 31	8	1 40 M
20	4 49	19	2 53	18	1 5
30	4 10	29	2 16	28	0 29

gefähr 8 bis 10 Lachter dermaßen seiger einschlagen läßt, daß man durch die Objektivdiopter entweder seine oberste Spitze, oder vielmehr ein an ihn gemachtes Kennzeichen zu sehen bekommt, und dieses oder jene durch den Deckpunkt genau gedeckt wird.

XI. Von diesem so gefundenen Puukte nehme man am Pfahle seiger herabwärts eine Länge, die so groß ist, wie die vertikale Entfernung des gegebenen Punktes von der Ziellinie:

XII. So erhält man einen Punkt, der nebst dem gegebenen die verlangte Linie bestimmt.

Beweis.

XIII. Nach IV. erhält die Diopterebne eine observirte Streichung = der gegebenen, folglich auch jede Linie in ihr (44).

XIV. Durch X. bestimmt man einen Punkt, der mit der Ziellinie in einer geraden Linie liegt, die sich folglich in der Diopterebne befindet, und deren Neigung = der gegebenen ist (VIII, 222; und Geometrie 47: S. 8. Z.).

XV. Mittelst XI. erhält man einen Punkt, der nebst dem gegebenen eine Linie bestimmt, die mit der in XIV. parallel ist (Geom. 12te S.):

Sie hat folglich die gegebene Neigung (Geom. 47ste S. 8te Z.).

Und weil sie in der Diopterebne liegt (I):

So ist ihre observirte Streichung gleich der gegebenen (XIII, und 44).

Andere Auflösung.

XVI. Man befestige die Schnur in dem gegebenen Punkte:

XVII. Ziehe sie in einer Länge von 8 bis 10 Lachter an einen Stab aus;

XVIII. Rücke mit diesem Stabe allmählig so lange hin und her, bis der an die Schnur gehängte Compaß die verlangte Streichung giebt.

XIX. Hänge hierauf den Gradbogen an,

XX. Und fahre mit der Schnur so lange am Stabe auf- und abwärts, bis des Gradbogens Perpendikel die verlangte Anzahl Grade abschneidet.

Beweis.

Die Sache erhellet aus dem Verfahren selbst.

§. 224.

Zu sehen, ob nach der ersten Auflösung richtig verfahren worden: So ziehe man aus den gegebenen Punkt in den nach XI gefundenen eine Schnur, und hänge daran Gradbogen und dann Compaß.

Dies Ausziehen der gefundenen Linie mit der Schnur dient auch, daß man sie zu seiner Nachricht ausmessen, oder nach Befinden ihr eine gewisse Länge B geben kann.

Letzteres geschieht für die gezogene Schnur länger als B, wenn man an ihr so viel als B beträgt, abmißt, und also der B Endpunkt an der Schnur findet; aber für die gezogene Schnur kürzer als B, muß man der Schnur Länge, die = A seyn mag, merken, und von ihrem Endpunkte Linien ziehen, die mit der Schnur gleiche Lage haben (223), und an denen man, von genannten Endpunkte aus, B — A abmessen kann.

In diesem letztern Falle kann man auch nach Art der Feldmesser die schon bestimmte Linie (224) leicht weiter verlängern.

§. 225.

Wenn das Klötzgen C nicht söhlig aufgeschraubet worden: So bewegt sich das Richtscheid auch nicht in einer seigern Ebne auf und nieder, und man erhält alsdann nicht die gehörige Lage der Linie.

Ist

Ist man also nicht völlig versichert, ob C sölig ist: So thut man wohl, wenn man Gradbogen und Compaß so lange abwechselnd an die Schnur FG hängt, bis sie in der gehörigen Lage gefunden wird.

§. 226.

Gemeiniglich übergeht man beym Gebrauche des Winkelweisers, was 223 XI verlangt.

Nähme man den nach angeführtem §. X gefundenen Punkt für den wahren an: So geht durch ihn und den gegebenen eine Linie, deren Neigung größer ist als die gegebene, wenn sie steigt, aber kleiner, wenn sie fällt.

Wie viel dies beträgt, findet sich so:

A (Fig. 35) sey der gegebene Punkt, B der nach 223 X gefundene; BB die durch den Visirpunkt J und Deckpunkt H gehende Linie, oder die Ziellinie, welche mit der durch A laufenden Horizontalebne GK, den Winkel BCE $= \alpha =$ der gegebenen Neigung (223) macht.

Zieht man nun durch A und B eine Linie: So liegt diese zwar in der Diopterebne JBE, aber ihre Neigung BAE > BCE (Geom. 9te S.).

Man ziehe AF parallel mit BB: So ist BAF der Winkel, den man sucht.

Nun sey AD die vertikale Entfernung des Punkts A von BB (223, XI), und $= p$, überdem BE vertikal: So ist

$$BL = p \text{ (Geom. 12. S. 3. Z.)}$$
$$W\ BLA = W\ BDA \text{ (G. 12. S. 6. Z.)}$$
$$= 90^\circ + \alpha \text{ (Geom. 9. S.)},$$

Und da man AB messen kann: So ist sie bekannt und mag

$$= e \text{ seyn.}$$

Aber nach eb. Trig. 10ten Satze hat man

$$e : p = \sin(90^\circ + \alpha) : \sin BAF$$
$$= \text{sinus}\ \alpha : \sin BAF.$$

Folglich

$$\sin BAF = \frac{p. \sin \alpha}{e}.$$

Exempel.

$p = 2$ Lrzoll
$e = 800$ Lrzoll
$\alpha = 30^\circ$.

Also

$$\sin BAF = \frac{2. 5000000}{800}$$
$$= 12500.$$

Folglich

$$BAF = 4' + ;$$

Etwas genauer,

$$= 4' 14''.$$

§. 227.

Wenn man die Schraube E (222) in den gegebenen Punkt A (Fig. 36) selbst einschraubet, und verfährt übrigens mit Findung des verlangten Punktes (223 X) wie es gemeiniglich geschieht (226): So hat eine Linie durch A und B nicht die gehörige Lage.

Denn DB sey die Ziellinie, BC der vertikale Pfahl, D, A, C in der durch A laufenden söhligen Ebne, und SN, sn Magnetlinien durch D und A, wo ND, nA ihre nördlichen Theile: So ist NDC der DB observirte Streichung, und nAC der AB ihre.

Man ziehe EF mit DC parallel: So ist NEF = NDC und CEF der Winkel, um den der AB observirte Streichung von der der AB verschieden ist. Ist AF mit DB parallel: So ist der DB Neigung um den Winkel GDB von der der AB unterschieden.

Daß

Daß beyder Unterschied nicht ausser Acht zu lassen, und also genau wie §. 223 erste Auflösung vorschreibt, zu verfahren, kann man sich am kürzesten a posteriori überzeugen, wenn man aus A in B eine Schnur zieht, und mittelst Gradbogen und Hängecompaß ihre Neigung und observirte Streichung sucht, welche man alsdann mit der für DB mittelst des Winkelweisers gefundene (223) vergleichen kann.

§. 228.

Wenn die Schnur FG (222) und die Ziellinie zwar in der Diopternebne liegen, aber jene ist dieser nicht parallel: So erhält man zwar durch den Winkelweiser die gehörige observirte Streichung (223, 44), aber nicht die gehörige Neigung, sondern eine, die um den Winkel verschieden ist, unter welchen FG verlängert die Ziellinie schneidet.

Denn (Fig. 37, 38) sey CF die Ziellinie, CD, GE Durchschnitte der durch C und G laufenden söhligen Ebnen mit der Diopternebne: So ist FCD der CB und FGE der FG Neigung. Ist nun GB der CF parallel: So ist FGB der Winkel, um den beyde Neigungen differiren.

§. 229.

Wenn der GF und CF Durchschnittspunkt über die Objektivdiopter hinausliegt (Fig. 37): So ist, wenn EF steigt, der GF, oder die gefundene Neigung um den Winkel FGB zu groß, zu klein aber, wenn CF fällt.

Geschieht der Durchschnitt vor der Okulardiopter (in H, Fig. 38): So ist bey steigender CF die gefundene Neigung um BGF zu klein, hingegen zu groß bey fallender CF.

§. 230.

Wenn einer von den Punkten F, G der Schnur FG (222) in der Diopternebne, der andere aber ausserhalb derselben lieget, so, daß wenn der Winkelweiser

söhlig gestellt ist, und man durch F oder G eine söhlige Ebne legt, sich FG ganz in dieser befindet: So erhält man zwar nach 223 die gehörige Neigung, aber eine observirte Streichung, die um den Winkel fehlerhaft ist, den die seigere Ebne durch FG mit der Diopternebne macht.

Ist FG nicht in der söhligen Ebne durch F oder G: So erhält man weder die gehörige Neigung noch Streichung.

Um wie viel jene fehlerhaft, kann man nach vorigem § schätzen, aber um wie viel diese, nach dem, wie gleich da gewesen.

§. 231.

Einer söhligen Linie Länge und observirte Streichung nebst ihren Anfangspunkt A über Tage, ist gegeben:

Man soll ihren Endpunkt finden.

Auflösung.

I) Man bestimme nach 223 einen Punkt, der mit dem gegebenen in einer söhligen Ebne liegt, und die Linie durch diese Punkte die gegebene Streichung hat;

II) Ziehe aus dem einen in den andern eine Schnur (103), und

III) Messe sie (a. O.).

IV) Ist nun die gegebene Länge nicht größer als die gefundene (III):

So messe man jene an der Schnur von A aus ab:

V) Dadurch erhält man den verlangten Punkt an der Schnur.

VI) An diesen schlage man einen Pfahl seiger ein, daß ihn die Schnur berührt:

So kann man daran den verlangten Punkt bestimmen.

VII) Ist die gegebene Länge größer als was III giebt:

So

So schlage man mehrere, ohngefähr 10 Lachter von einander, seigere Pfähle ein, dergestalt, daß wenn man durch des Winkelweisers Okulardiopter visiret, die Pfähle alle von dem in VI bedeckt werden.

Die eingeschlagnen Pfähle aber können so viele seyn, daß ihre Abstände ohngefähr die gegebene Länge ausmachen.

VIII) Man ziehe von dem einen Pfahl bis zum andern söhlige Linien, die in der gegebenen Stunde streichen.

IX) Messe ihre Längen.

X) Die Summe davon ist entweder um etwas größer oder kleiner als die gegebene Länge.

XI) Im ersten Falle messe man so viel zurück, im zweyten aber so viel vorwärts.

XII) In beyden Fällen erhält man einen Punkt, den man nach VI) an einem Pfahle anmerken kann.

§. 232.

Von vorstehender Aufgabe werden wir weiter unten (§. 276) eine brauchbarere Auflösung geben, zumal da sie häufiger vorkommt als die im 223 §, und das Verfahren, nach dieser eine Linie zu ziehen, oft durch des Gebürges Neigung gegen den Horizont sehr erschwert wird.

§. 233.

Einen abgeänderten Winkelweiser theilt **Leupold** im Suppl. Theat. mach. Fol. 62, u. Tab. XIX. Fig. 2 mit.

r) Anmerkung.

§. 234.

Ausser den bisher beschriebenen Werkzeugen braucht der Markscheider noch ein gutes Reiszeug, oder wenigstens ein gutgearbeitetes mathematisches Bestecke, Liniale, Reisbreth nebst einer Reisschiene, einen künstlichen Magnet u. d.

Einige ihm noch nöthige Instrumente, z. E. beym Nivelliren, werden wir an seinem Orte angeben.

§. 235.

§. 235.

Der Bequemlichkeit beym Ausmessen der markscheidrischen Größen (55) wegen, führt man die dazu nöthigen Werkzeuge in einer eignen **Markscheidertasche** mit sich.

Sie ist in verschiedne Fächer eingetheilt. In deren einem befindet sich der Gradbogen, in einem andern der Hängecompaß, in einem dritten die Pfrimen u. s. w.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§. 236.

Eine Mittagslinie zu ziehen.

I. Mittelst des Sonnenschattens.

Auflösung.

Auf einer genau söhlig gestellten Ebne beschreibe man aus C (Fig. 39) einen Kreis,

Und richte durch C einen Stift senkrecht auf.

Vorausgesetzt nun, daß erwähnter Kreis von der Sonne beschienen werden kann: So gebe man Acht, wenn Vormittags des Stifts Schatten sich in des Kreises Peripherie bey a endiget,

Und bemerke diesen Punkt.

Gleichergestalt bemerke man bey b, wenn sich Nachmittags des Stifts Schatten abermal in dem Umkreisse endiget.

Hierauf halbire man bey h den Bogen ahb, und ziehe durch C und h die gerade Linie Ch:

So wird diese die Mittagslinie seyn, und zwar desto richtiger, je näher die Zeit der Beobachtung dem 20sten des Brachmonats war.

Genauer kann die Mittagslinie gefunden werden, wenn man aus C eine ganze Reihe concentrischer Kreisse zieht;

Bemerkt,

April	Z. d. E.	May	Z. d. E.	Jun.	Z. d. E.
1	0 U. 3' Ab.	1	10 U. 12' M.	10	7 U. 34' M.
11	11 27 M.	11	9 34	20	6 52
		21	8 55	30	6 10
21	10 50	31	8 15		
Oct.		Nov.		Dec.	
8	11 49 Ab.	7	9 55 Ab.	7	7 49 Ab.
18	11 12	17	9 14	17	7 5
28	10 34	27	8 32	27	6 20

Sie

Bemerkt, wo in jedem Umkreise Vor= und Nachmittags sich des Stifts Schatten endigt,

Und dann jeden der hiedurch bestimmten Bogen halbirt.

Wegen des Halbschattens muß die Beobachtung nicht zu weit von der Zeit des Mittags entfernt seyn.

II. Mittelst des Gnomons.

Erste Auflösung.

Man beschwere einen Faden mit einem unten zugespitztem Lothe,

Und lasse ihn etwa von einem Loche, durch das Sonnenstrahlen gehen, herabhängen.

Hiedurch stellt sich der Faden selbst vertikal, und begränzt so des Schattens Länge.

Des Loths Spitze muß sich genau in des Fadens Linie befinden, und auf den Punkt des Bodens, von dem der Schatten ausgeht, treffen.

Aus diesem Punkte nun werden auf den Boden concentrische Kreisse beschrieben, und übrigens eben das Verfahren, wie bey I, beobachtet.

Zweyte Auflösung.

Man nehme eine Platte P (Fig. 41) von ohngefähr 3 Zollen, durch welche ein kleines Loch T mit einer Nadel geschlagen ist, damit ein Sonnenstrahl durchgehen kann.

Diese mache man an ein 7 bis 8 Zoll hohes Fußgestelle AB, das auf einer andern Platte, worauf der Sonnenstrahl fällt, aufsteht.

Statt DB kann auch eine genau horizontal gestellte Tafel seyn.

Nun beschreibe man darauf aus dem Punkte C der senkrecht unter dem Loche T ist, und durch das Loth CT angegeben wird, etliche concentrische Kreisse;

Bemerke auf jedem von diesem den hellen Lichtpunkt K des Vormittags, und den L des Nachmittags;

Ziehe

Sie ist aus der IIten Tafel Herrn Bodens Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels (Berlin und Leipzig 1778) gezogen.

Man sieht aus ihr, zu welcher Zeit der Polarstern in jedem 10ten Tage des Monats nach jedes Orts Uhr auf der Nordseite des Horizonts culminiret, und also zu dieser Zeit über dem Pol, folglich in 11 Stunden 58 Minuten unter demselben ist.

Auch für jeden gegebenen andern Tag kann man aus dieser Tafel die Culminationszeit leicht finden, wie aus folgendem Beyspiele erhellen wird:

Um welche Zeit culminirt der Polarstern am 10 September?

Nach der Tafel geschiehet dies am 8ten um 11 Uhr 44′ Abends; aber am 18ten um 11 Uhr 8′: Folglich um 11 Uhr 44′ — 11 Uhr 8′ = 36′ früher. Mithin jeden Tag dieser 10 Tage um $\frac{36'}{10} = 3', 6$, und also in 2 Tagen, bis zum 10ten September, um $2 . 3', 6 = 7' 2$: Folglich ist die Culminationszeit am 10ten September = 11 Uhr 44′ — 7′, 2 = 11 Uhr 36′, 8 Abends.

Diese und jede gefundene Zeit der Culmination anzugeben, ist in der Markscheidekunst eine gute Taschenuhr schon hinlänglich.

§. 238.

Methoden, eine Mittagslinie zu ziehen, findet man eigentlich in astronomischen Büchern, z. E. in *de la Lande* Astron. Bodens Anleitung zu den astronomischen Wissenschaften, 2ten Theile; Rosts astronomischem Handbuche; Cassini Abhandlung von der Figur der Erde ꝛc.

Da aber die meisten Markscheider die Astronomie kaum dem Namen nach kennen: So war es wegen 43 nöthig, davon hier einige Vorschriften mitzutheilen.

§. 239.

Eine gezogene Mittagslinie, deren Richtigkeit zum Gebrauche in der Markscheidekunst nicht zuverläßig genug wäre, zu prüfen.

Auflösung.

I. Man nehme den Winkelmesser und visire, wenn man daran den Gradbogen gehängt hat, durch die Okulardiopter nach einem Stern:

So wird des Gradbogens Perpendikel, wenn die Ziellinie auf den Stern eintrift, die Grade rc, angeben, die der senkrechte Bogen von diesem Stern auf den Horizont enthält, d. i. des Sterns Höhe.

II. Man beobachte also in einer Nacht zwo gleich große Höhen eines Sterns; die erste, wenn er sich zwischen seinem Anfangspunkte und Mittagspunkte; die andre aber, wenn er sich zwischen dieser Ebne und dem Untergangspunkte befindet.

Man heißt solche Höhen **übereinstimmende** oder **zusammengehörige**.

III. Nun merke man, nach einer guten Taschenuhr, (welche, wie schon gedacht, in der Markscheidekunst zu solchem Gebrauche hinlänglich ist,) die Zeit, welche bey jeder dieser Höhen die Uhr angiebt.

IV. Die Zeit für die erste Höhe (II) heisse t, die für die zweyte t', die Culmination dieses Sterns aber T:

So erhält man T, wenn man zu t die Hälfte des Unterschieds von t' und t addirt.

V. Man errichte nun über die Mittagslinie eine Vertikalfläche auf, indem man auf diese Linie etwa zween lothrechte Fäden herab hängen liesse,

VI. Und gebe Acht, wenn der Stern (II) durch diese Fadenfläche (V) geht.

VII. Soll sie genau die Mittagsfläche seyn: So muß die Uhr zu der Zeit, da der Stern eintrift, genau die Zeit T zeigen.

VIII. Ist

VIII. Ist dies nicht: So kann man doch sehen, um wieviel eher oder später der Eintritt geschieht, und die gezogene Mittagslinie darnach verbessern.

IX. Hat man Tafeln, wo die Culminationszeit der vornehmsten Sterne angegeben sind, dergleichen die 11te in dem im 237 § angeführten Buche: So braucht man nicht zu thun, was (II) besielt.

VII.

Findung der Magnetabweichung.

---

§. 240.

Mittelst der Mittagslinie die Magnetabweichung anzugeben.

Auflösung.

Man nehme einen in Grade ꝛc. eingetheilten Grubencompaß;

Bringe die Zwölftestundenlinie in die Lage der Mittagslinie oder in einer ihr parallelen, dergestalt, daß der Punkt SB nach Norden sieht:

So wird das nördliche Ende in dem östlichen Halbkreisse d Grade anzeigen, wenn die Abweichung westlich; ist sie aber östlich: so giebt es im westlichen Halbkreisse $= 2R - d$ an.

Beweis.

Es sey CN der nördliche, und CS der südliche Theil der Mittagslinie, W'O' die Aequatorslinie, und die Zwölftestundenlinie liege in SN, daß SE nach N sieht:

So ist NCn westliche, und NCn' östliche Magnetabweichung.

Aber jene giebt der Compaß pOCW durch den Bogen pq im östlichen Halbkreisse an, und diesen durch den fWm im westlichen.

§. 241.

Erklärungen und Lehnsätze aus der Astronomie.

Der Himmel stellt sich unsern Augen als eine hole Kugel dar, die sich um eine Axe drehet, die durch der Erde Mittelpunkt geht, und die **Weltaxe** heißt.

Die zween Punkte, wo sie die scheinbare Himmelskugel schneidet, heissen die **Weltpole**, oder schlechtweg die Pole; der eine der **nördliche**, der andere der **südliche**. Jener steht in der Gegend des kleinen Bärs am Himmel.

Der größte Kreiß, der von den Polen gleich weit absteht, ist der **Himmelsäquator**.

Ein größter Kreis durch die Pole steht auf dem Aequator senkrecht, und heißt ein **Abweichungskreiß**, **Deklinationskreiß**. Der Bogen eines solchen Kreisses zwischen dem Aequator und einem Weltkörper wird dessen **Abweichung**, **Deklination**, genennt.

Diese ist **nördlich** oder **südlich**, nachdem der Weltkörper zwischen dem Aequator und dem Nordpol, oder jenem und dem Südpol steht.

Nicht jeder Weltkörper geht in dem wahren **Ost-** oder **Westpunkt**, d. i. wo sich Aequator und Horizont schneiden, auf. Der Bogen des Horizonts nun zwischen dem Ost- oder Westpunkte, und eines Weltkörpers Auf- oder Untergangspunkte, heißt dessen **Amplitude**; der zwischen dem Ostpunkte und Aufgangspunkte die **Aufgangsamplitude**, **Morgenweite**; zwischen dem Westpunkte und Untergangspunkte, die **Untergangsamplitude**, **Abendweite**.

Beyde sind nördlich oder südlich, nachdem es die Abweichung ist.

§. 242.

Wie die Amplitude berechnet wird, lernt man in der Astronomie.

Schon berechnete enthält unter andern die IIte Tafel Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunst, wo auch deutliche Anweisung zu ihrem Gebrauche gegeben wird.

§. 243.

Mittelst der Amplitude der Sonne oder eines Sterns (242) die Magnetabweichung d und ihre Beschaffenheit, d. h. ob sie östlich oder westlich, zu finden.

Auflösung.

I'. Für die Morgenweite = m.

I.) Man nehme den Winkelweiser, und hänge daran den Compaß, daß SE nach der Objektivdiopter zusieht;

Man visire nach dem Weltkörper dessen Morgenweite = m, sobald man ihn aufgehen sieht:

So wird der Compaß, indem die Visirlinie auf den Weltkörper trift, β Stunden anzeigen;

II.) Und man hat

$$d^h = (6^h \mp m^h) - \beta^h,$$

wo das obere Zeichen für nördliche Morgenweite, und das untere für südliche, gilt.

III.) Für $\beta^h < (6^h \mp m^h)$ ist d östlich, aber für $\beta^h > (6^h \mp m^h)$ westlich.

Beweis.

IV.) Es sey (Fig. 42) N, S, O, W, die wahren Nord- Süd- Ost- und Westpunkte;

CN', CN'' die nördlichen Theile der durch des Compasses n'nf Mittelpunkt C gehenden Magnetlinien;

Om die nordliche Morgenweite und Om' die südliche des in m oder m' aufgehenden Weltkörpers:

 V.) So

V.) So ist, für östliche Abweichung, NCN′, dieser Winkel

$$= NCm - N'Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich, hingegen

$$= NCm' - N'Cm',$$

wenn sie südlich.

Aber

$$NCm = R - mCO$$
$$NCm' = R + m'CO$$

und

N′Cm sowohl als N′Cm′ was der Compaß angab, und kleiner als NCm oder NCm′.

VI.) Für westliche Abweichung N″CN hat man genannten Winkel

$$= NCm - N''Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich; hingegen wenn sie südlich

$$= NCm' - N''Cm'.$$

Aber N″Cm und N″Cm′ gab der Compaß an, und ist größer als NCm oder NCm′.

II′. Für die Abendweite = a.

VII.) Wenn man thut was I) verlangt: so erhält man β^h.

VIII.) Man hat alsdann

$$d^h = (6^h \pm a^h) - \beta^h$$

wo das obere Zeichen für nördliche Abendweite, und das untere für südliche, gilt.

IX.) Wenn d negativ herauskommt: So ist es westlich, sonst östlich.

Beweis.

X.) Es sey Wa′ die nördliche Abendweite, und Wa die südliche.

Nun ist die westliche Abweichung N″CN

$$= NCs' - N''Cs'$$

wenn die Abendweite nördlich.

Aber

Aber

$$NCs' = R + OCs',$$

und

$$OCs' = WCa';$$

Ueberdies ist

$N''Cs' > NCs'$, und was der Compaß angab, indem SE in n' lag.

Ist die Abendweite südlich: So ist

$$\begin{aligned} N''CN &= SCS'' \\ &= SCW - S''CW \\ &= R - (S''Ca + aCW) \\ &= R - S''Ca - aCW \\ &= R - aCW - S''Ca \\ &= (R - aCW) - N''Cn \end{aligned}$$

negativ, und $N''Cn$ was der Compaß angab, da der Punkt SE in s lag; aber aCW = der Abendweite.

XI.) Für östliche Abweichung NCN' hat man genannte Winkel

$$= NCs' - N'Cs',$$

wenn die Untergangsamplitude nördlich; ist sie aber südlich: so ist

$$\begin{aligned} NCN' &= SCS' \\ &= SCW - S'CW \\ &= R - (S'Ca + aCW) \\ &= R - aCW - N'Cn. \end{aligned}$$

§. 244.

Mittelst zusammengehörigen Höhen eines Sterns die Magnetabweichung d und dessen Beschaffenheit zu finden.

Auflösung.

I. Wenn der Stern auf der Morgenseite des Meridians eine gewisse Höhe erreicht hat: So beobachte man die observirte Streichung der seigern Ebne, die durch den Ort des Beobachters und des Sterns geht.

Sie habe β Stunden.

II. Auf gleiche Art verfahre man, wenn der Stern eine eben so große Höhe auf der Abendseite hat.

Was man so erhält sey $= bh$.

III. So ist

$$d = 6h - \frac{bh + \beta h}{2}$$
$$= \tfrac{1}{2}(12h - bh - \beta h).$$

IV. Für ein östliches d ist $\beta h < 12h - bh$, für ein westliches aber größer.

Beweis.

V. In der 43sten Figur haben einerley Buchstaben mit den in der 42sten einerley Bedeutung; und CA, CA', seyen die Durchschnitte der Ebnen (I, II) mit dem Horizont:

So ist

$$A'CS' = bh$$
$$A'CN' = 12h - bh$$
$$N'CA = \beta h$$
$$NCN' = d:$$

Aber

$$A'CA = A'CN' + N'CA$$
$$= 12h - bh + \beta h;$$

Also

$$\tfrac{1}{2} A'CA, = A'CN = NCA,$$
$$= 6h - \frac{bh}{2} + \frac{\beta h}{2},$$
$$= dh + \beta h:$$

woraus die angegebene Formel folgt.

Uebrigens sieht man aus der Figur leicht was IV behauptet.

§. 245.

§. 245.

Eine gleiche Auflösung giebt auch der Herr Bergmeister Scheidhauer in der Anzeige von der Leipziger ökonomischen Societät, in der Michaelis-Messe 1772, auf der 90sten u. f. Seite, wobey er eigentlich Rücksicht auf die Sonne nimmt. Man würde die Beobachtungen I, II, mit der Sonne anstellen, und mittelst der Formel III die Magnetabweichung finden können, wenn die Sonne nicht in der Zeit zwischen den Beobachtungen ihre Abweichung veränderte, und dadurch A″CN ungleich NCA machte. Wie viel dies beträgt, und wie es mit in Anschlag zubringen, zeigt der Herr Bergmeister a. a. O., woraus man sieht, daß man in den meisten Fällen durch Sonnenbeobachtungen die Magnetabweichung nach der Formel III genau genug berechnen kann, und nur, wenn die Beobachtungen um die Zeit der Nachtgleiche geschehen, der nach III gefundene Winkel um etwas verändert werden muß, welches in der Gegend Freyberg durch Verminderung $\frac{1}{36}$ Stunde bewerkstelliget werden kann.

§. 246.

Auf übereinstimmende Sonnenhöhen gründet sich auch ein Werkzeug, die Magnetabweichung zu finden, das Herr **Wilke** im 25sten Bande der schwedischen Abhandlungen auf der 154sten u. f. Seite beschreibt, und einen **Abweichungscompaß** nennt.

Die Veränderung der Abweichung der Sonne, in der Zeit zwischen den Beobachtungen, wird dabey nicht in Betrachtung gezogen, wiewohl es gut ist, wenn man diesen Fehler beym Gebrauche des Instruments zu schätzen weiß.

§. 247.

Wie aus dem **Azimuth** die Magnetabweichung zu finden, ist leicht zu begreifen. Das Verfahren beruht mit dem im § 243 auf einerley Gründen. Man

darf nur die Beobachtung I oder II, § 244, anstellen, und das dadurch beobachtete Azimuth mit dem berechneten vergleichen.

Die Ausführung des Verfahrens selbst, findet man in Herrn **Röhls** Anleitung zur Steuermannskunst 179 u. f. Seite.

VIII.

Findung der reducirten Streichung.

§. 248.

Es ist die Magnetabweichung $= d$, und einer Linie observirte Streichung $= \beta$ bekannt: Man soll dieser Linie reducirte Streichung γ finden.

Auflösung.

1) Für östliche Abweichung.

I.) Wenn β östlich, und $< 2R - d$, ist

$$\gamma = \beta + d$$

und östlich.

II.) Ist $+\beta > 2R - d$:

So hat man

$$\gamma = d + \beta - 2R$$

und westlich.

III.) Wenn β westlich, und $< 2R - d$, hat man γ wie in I, aber westlich.

IV.) Für diese Streichung $> 2R - d$ erhält man γ wie in II, aber östlich.

Exempel.

V. Es sey

$$d = 1^h \tfrac{3}{4} = 16° \; 24' \; 22'', 5$$

östlich, und

$\beta =$

$$\beta = 11^h\, 2\tfrac{1}{4} = 169^\circ\, 13'\, 7'', 5$$

westlich: So ist

$$\beta > 2R - d,$$

oder

$$\beta^h > 12^h - d^h;$$

und daher wird γ nach IV gefunden: Also

$$\gamma = 11^h\, 2\tfrac{1}{4} + 1^h\, \tfrac{3}{4} - 12^h$$
$$= 0^h\, 3$$

östlich. In Graden findet man

$$\gamma = 16^\circ\, 24'\, 22'', 5 + 169^\circ\, 13'\, 7'', 5 - 180^\circ$$
$$= 5^\circ\, 37'\, 30''.$$

Beweis.

Für I.)

VI.) Es sey (Fig. 44) NS die Mittagslinie,
nſ die Zwölfteſtundenlinie und
CN, cn die nördlichen Theile:

So ist

$$NCn = d$$

und östlich: Folglich

$$nCS = 2R - d$$
$$= 12h - dh;$$

Ferner,

NCB der Linie CB östliche reducirte Streichung, und

nCB ihre östliche observirte (175).

So lange nun

$$nCB < nCS$$

oder

$$nCB < 2R - d;$$

so lange ist

$$NCB = NCn + nCB$$

Für II.)

Wird aber

$$nCB > nCS,$$

daß

daß also CB zwischen Cſ und CS, in CB′ zu liegen kommt:

So ist der CB östliche observirte Streichung

$$= nCB,$$

ihre reducirte hingegen

$$= B'CS,$$ und westlich (175).

Aber

$$nCB' + B'Cſ = 2\,R = 12^h,$$

und

$$B'Cſ = SCſ - B'CS = NCn - B'CS:$$

Also

$$2\,R = nCB' + NCn - B'CS$$

oder

$$2\,R + B'CS = nCB' + NCn:$$

Folglich

$$B'CS = nCB' + NCn - 2\,R.$$

Für III.) IV.)

Erhellet, wenn man mit cb, CB″ ähnliche Betrachtungen wie mit CB, CB′ anstellt.

2) Für westliche Magnetabweichung.

VII.) Wenn $+\beta < d$

Da ist

$$\gamma = 2\,R + \beta - d$$

und westlich.

VIII.) Ist es aber $> d$:

So hat man

$$\gamma = \beta - d$$

und östlich.

IX.) Für $-\beta < d$, hat man γ wie in VII, aber östlich;

X.) Hingegen für $-\beta > d$, kommt γ wie in VIII, aber westlich.

Beweis.

Beweis.

Für VII.

In der 45ten Figur haben einerley Buchstaben einerley Bedeutung mit den in der 44ten.

Es ist also

nCN = d, und westlich;

BCS der CB reducirte Streichung und westlich, aber

nCB dieser Linie observirte Streichung und östlich, und < d.

Nun ist

$$BCN + BCS = 2R,$$

und

$$BCN = nCN - nCB$$
$$= d - nCB:$$

Also

$$2R = d - nCB + BCS;$$

Folglich

$$2R + nCB - d = BCS.$$

Für VIII.)

Hier habe CB die Lage CB': So ist

NCB' der CB' östliche reducirte Streichung

NCB' " " " observirte "

und, wie vorhin,

nCN, die westliche Magnetabweichung, aber < nCB'.

Nun ist

$$NCB' = nCB' - nCN:$$

Also

$$NCB' = nCB' - d.$$

Für IX.) X.).

Erhellet auf ähnliche Art, wie für VII) und VIII.).

§. 249.

Aus γ und d, β zu finden.

Auflö-

Auflösung.

1) Für östliches d

I. Wenn γ östlich und $>$ d: So hat man

$$\beta = \gamma - d$$

und östlich.

II. Das östliche $\gamma < d$, giebt

$$\beta = 2R - d + \gamma$$

und westlich.

III. Ist γ westlich aber $>$ d: So erhält man β wie in I, aber westlich.

IV. Für westliches $\gamma < d$, kommt β wie in II, aber östlich.

Beweis.

Es sey (Fig. 50, 51, 52, 53) CN der nördliche Theil der Mittagslinie SN;

CN der der Magnetlinie nſ, und

CB die Linie, deren observirte Streichung man sucht:

So ist (Fig. 50)

$$nCB = NCB - NCn; \text{(I)}$$

und (Fig. 52)

$$ſCB = SCB - SCſ$$
$$= SCB - NCn; \text{(III)}$$

Ferner (Fig. 51):

$$ſCB = 2R - BCn$$
$$= 2R - (NCn - NCB)$$
$$= 2R - NCn + NCB; \text{(II)},$$

und (Fig. 53).

$$nCB = 2R - BCſ$$
$$= 2R - NCn + SCB; \text{(IV)}.$$

2) Für westliches d.

V. Wenn γ östlich, und $d < 2R - \gamma$, hat man

$$\beta = \gamma + d$$

und

und östlich so lange $\gamma < 2R - d$, aber westlich, wenn $\gamma > 2R - d$.

VI. Für ein solches γ und $d > 2R - \gamma$ kommt

$$\beta = \gamma - (2R - d)$$

und westlich so lange γ östlich und $> 2R - d$, aber östlich, wenn γ östlich und $< 2R - d$.

VII. Ist γ westlich und $d < 2R - \gamma$: So erhält man β wie in V aber westlich, wenn $\gamma < 2R - d$, und östlich, so bald $\gamma > 2R - d$.

VIII. Für γ westlich, und $d > 2R - \gamma$, ist β wie in VI, aber östlich, so lange γ westlich, und $> 2R - d$, hingegen westlich, sobald das westliche $\gamma < 2R - d$.

Beweis.

In den Figuren 54, 55, 56, 57, 58 haben einerley Buchstaben mit den in der 50... 53, einerley Bedeutung;

So ist (Figur 54)

$$nCB = nCN + NCB$$

östlich, und bleibt es so lange CB zwischen CN und CS liegt, $NCB < 2R - nCN$;

Fällt B (Fig. 55) zwischen S und s: So hat man

$$sCB = nCN + NCB$$

westlich, und bleibt es bis CB auf CS fällt:

V. bewiesen.

In der 57sten Figur ist

$$\begin{aligned} sCB &= nCN + NCB - 2R \\ &= NCB - 2R + nCN \\ &= NCB - (2R - nCN) \end{aligned}$$

westlich, und bleibt es so lange NCB östlich und $> NCs$; aber sCB wird östlich, wenn B zwischen N und s fällt:

Auch VI. bewiesen.

Für

Für VII hat man in der 56sten Figur

$$sCB = BCS + SCs$$
$$= BCS + nCN$$

westlich, und ist es bis B zwischen n und N fällt, da alsdann sCB östlich wird.

VIII, darzuthun, ist in der 58sten Figur

$$BCn = BCS - nCS$$
$$= BCS - (2R - nCN)$$

und östlich, so lange B auf der Morgenseite zwischen n und s liegt; ist es aber zwischen n und S, so wird β westlich.

§. 250.

Wenn man westliche Streichung allemal nach dem Winkel nimmt, den eine söhlige Linie mit dem nördlichen Theile der durch ihren Anfangspunkt gehenden Mittags- oder Magnetlinie macht, und also ebenfalls in Rücksicht der östlichen negativ betrachtet:

So läßt sich β für ein östliches d durch die Formeln

$$+ \gamma - d;$$
$$- \gamma - d$$

finden.

Wo die erste für östliche γ, und die andere für westliche, gilt; ist in der letztern $-\gamma > 2R - d$: so erhält man für β einen erhabenen Winkel, welcher von 4 R abgezogen β östlich läßt. Wenn in ersterer $-d > \gamma$: so ergiebt sich β westlich.

Für ein westliches d hat man β durch

$$+ \gamma + d$$
$$- \gamma + d$$

wo die erstere Formel für östliche, und die letztere für westliche γ gilt. In dieser erhält man β östlich, wenn $+d > -\gamma$.

IX.

Findung söhliger Winkel, oder solcher, die zwo söhlige Linien einschliessen.

§. 251.

I. Wenn zwo söhlige Linien Cb, Ca (Fig. 46, 47) die in einem Punkte C zusammentreffen, zugleich östliche oder westliche, entweder beyde reducirte oder observirte Streichung haben:

So erhält man den Winkel bCa, den beyde Linien, oder die durch sie gehenden seigern Ebnen einschliessen, wenn man die größere reducirte oder observirte Streichung von der kleinern abzieht.

II. Hat hingegen die eine beyder Linien östliche, die andere westliche, beyde aber entweder zugleich observirte oder reducirte Streichung:

So findet man bCa, wenn man zu der kleinern Streichung 12 Stunden oder 180° addirt, und von dieser Summe die größere Streichung abzieht.

Beweis.

Für I.

In der 46 und 47sten Figur sey

SN die Zwölfstestunden= oder Mittagslinie,
CN ihr nördlicher Theil:

So ist in der 46sten Figur der Cb Streichen NCb und der CA ihres NCA, östlich, aber in der 47sten Figur ist jener Streichen SCb, und dieser ihres SCa, und beyde westlich (175).

Nun ist (Fig. 46)

$NCb < NCa$;

Aber

$$bCa = NCa - NCb.$$

Ferner (Fig. 47) ist

$$SCb > SCa$$

und

$$\overline{aCb = bCS - aCS.}$$

Für II.

In der 48sten Figur haben einerley Buchstaben einerley Bedeutung mit der in der 46 oder 47sten; überdies sey WO die Sechsteſtundenlinie:

So ist NCb der Cb östliches Streichen, und SCa das westliche von Ca.

Nun sey

$$SCa > NCb:$$

So wird

$$aCN + NCb = (12^h - SCa) + NCb$$
$$= 12^h + NCb - SCa.$$

Aber

$$aCN + NCb = aCb:$$

Folglich

$$aCb = 12^h + NCb - SCa.$$

Eben so erhellet der Satz, wenn auch Cb westliches und Ca östliches Streichen hätte, auch $aCS < NCb$ wäre.

§. 252.

So lange a und b über der Sechstenstundenlinie WO, nach N zu liegen, und einer von beyden Punkten a und b auf WO, und der andere über WO liegt: So lange ist $SCa > NCb$.

So bald aber a und b unter WO nach S zu zu liegen kommt: So bald wird $SCa < NCb$.

Schon ist $SCa < NCb$, wenn a auf oder unter WO, und b über oder auf WO liegt.

§. 253.

Exempel zu §. 249, I.

Der Cb Streichen sey

$= 4^h\ 5\frac{1}{2}$ östlich;

Der Ca ihres

$= 7^h\ 2\frac{3}{4}$ östlich;

So ist

$$bCa = 7^h\ 2\frac{3}{4} - 5^h\ 5\frac{1}{2}$$
$$= 2^h\ 5\frac{1}{4}.$$

§. 254.

Exempel zu a. O. II.

Wäre der Ca Streichen

$= 7^h\ 2\frac{3}{4}$ westlich:

So hätte man

$$bCa = 12^h + 4^h\ 5\frac{1}{2} - 7^h\ 2\frac{3}{4}$$
$$= 9^h\ 2\frac{3}{4}.$$

§. 255.

I. Wenn (Fig. 47)

$aCS = n$ Stunden

$bCS = m$

(wo $m > n$ und m und n jede Zahlen seyn können):

So ist

$aCb = (m - n)$ Stunden

Aber nach §. 204 ist der Ca westliches Streichen

$= -(12^h - m^h)$,

und Cb ihres

$= -(12^h - n^h)$.

II. Nun sey

$$-(12^h - m^h) = -\mu^h$$

und

$$-(12^h - n^h) = -\nu^h;$$

So enthält μ weniger Einheiten als ν, und daher ist

$$-\mu^h > -\nu^h;$$

weil man von einem Paare verneinter Größen die für die größte schätzt, der zum Nichts am wenigsten fehlt,

 wie

wie dem Ausdrucke: daß eine verneinte Größe weniger als Nichts, (Ar. I. 95), gemäß ist.

Also ist auch

$$aCb = -\mu^h - (-\nu^h).$$

III. Ferner ist in der 48sten Figur

$$aCb = aCN + NCb;$$

Aber NCb ist der Cb östliches Streichen, und dies sey

$$= +\varphi^h;$$

überdem ist

$$NCa = -(12^h - n^h)$$
$$= -\nu^h \text{ (I, und 204):}$$

Also:

$$aCb = -\nu^h + \varphi^h$$
$$= +\varphi^h - \nu^h,$$

wo $\varphi > -\nu$, weil man ebenfalls jede negative Größe kleiner als jede positive ansehen kann (II).

Man kann aber so

$$aCb > 2R \text{ oder } 12 \text{ St.}$$

finden:

Denn wenn Ca unter bb′ in Ca′ liegt: So giebt a′CN + NCb oder $+\varphi^h - \nu^h$, den erhabenen Winkel a′Cb; Will man den Holwinkel haben: So muß man $\varphi^h - \nu^h$ von 4 R oder 24 Stunden abziehen.

Dies erfolgt allemal, wenn

$$12^h - n^h \text{ oder } \nu^h > 12^h - \varphi^h.$$

IV. Wenn also beyde Linien Ca, Cb westliche, oder die eine westliche und die andere östliche observirte oder reducirte Streichung haben:

So findet man aCb allemal, wenn man die kleinere Anzahl von Stunden von der größern abzieht, vorausgesetzt, daß man sich der Bezeichnung des 204. § bediene.

Eben das gilt auch, wenn beyde Linien östlich streichen (255, I).

V. Hiedurch nun lassen sich des vorigen § zwo Sätze in folgenden einzigen bringen:

Wenn zwoer söhliger Linien Streichen nach des 204ten §s Stundenbezeichnung gegeben sind: So erhält man den Winkel, den diese beyden Linien oder die durch sie laufenden seigern Ebnen mit einander machen, wenn man von der größern Anzahl der gegebenen Stunden die kleinere abzieht.

Käms auf diese Art ein Winkel > 12 Stunden: so wird man sich III, erinnern.

VI. Exempel.

Der einen söhligen Linie Streichen sey

$= - 5^h\ 2$

und der andern ihres

$= - 8^h\ 3$:

So bekommt man den gesuchten Winkel

$= - 5^h - (- 8^h\ 3)$

$= 3^h\ 2$, (III).

§. 256.

I. **Wenn der Winkel** bCa (46, 47ste Figur), den zwo söhlige Linien Cb, Ca einschliessen, gegeben, überdies das Streichen und dessen Beschaffenheit der einen dieser Linie Cb, die der andern Ca zur rechten liegt:

So erhält man dieser andern Linie Ca Streichen, wenn man den gegebenen Winkel zu dem gegebenen Streichen addirt.

Die Summe ist entweder kleiner oder größer als 2 R oder 12 Stunden.

Im ersten Falle ist sie selbst das gesuchte Streichen, und zwar östlich oder westlich, nachdem

dem es die gegebene ist. Im zweyten Falle muß man von ihr 2 R = 12 St. abziehen: der Rest ist das verlangte Streichen, und zwar östlich oder westlich, nachdem das gegebene Streichen westlich oder östlich ist.

II. Ist ausser bCa das Streichen und dessen Beschaffenheit derjenigen von den Linien Ca, Cb, die der andern Cb zur linken liegt, gegeben:

So findet sich das Streichen dieser andern, wenn man den gegebenen Winkel von dem gegebenen Streichen abzieht.

Die Differenz ist entweder positiv oder negativ, nachdem nämlich der gegebene Winkel kleiner oder größer als das gegebene Streichen.

Im ersten Falle ist genannter Unterschied selbst das verlangte Streichen, und zwar östlich oder westlich, nachdem es das gegebene ist; Im zweyten Falle muß man ihn von 2 R = 12 St. abziehen: Der Rest ist das gesuchte Streichen, und zwar östlich oder westlich, nachdem das gegebene westlich oder östlich ist.

Beweis.

Für I.

NCb (Fig. 46) sey der Cb östliches Streichen: So ist der Cb zur rechten liegenden Linie Ca östliches Streichen

$$NCa = NCb + bCa.$$

So lange nun bCa' > bCS, daß also Ca auf die westliche Seite von SN in Ca' fällt: So giebt NCb + bCa' den erhabenen Winkel NCa' = 2 R + SCa', wo SCa' der Ca' westliches Streichen ist: Also ist

$$NCb + bCa' = 2R + SCa';$$

folg=

folglich

$$NCb + bCa' - 2R = SCa'.$$

In der 47sten Figur ist der Ca' rechter Hand liegenden Linie Cb westliches Streichen

$$bCS = SCa + aCb.$$

Kommt Cb in die Lage Cb': So erhält sie östliches Streichen NCb': Aber

$$2R + NCb' = b'Ca + aCS:$$

Also

$$NCb' = b'Ca + aCS - 2R.$$

Für II.)

Der Ca (Fig. 46) östliches Streichen NCa sey > bCa: So ist der Ca zur Linken liegenden Cb Streichen, oder

$$NCb = NCa - bCa.$$

Kommt nun Cb in die Lage Cα: So erhält sie westliches Streichen βCS, und βCA > NCa. Aber

$$\beta CS = 2R - \beta CN,$$

und

$$\beta CN = \beta Ca - NCa:$$

Also

$$\beta CS = 2R - \beta Ca + NCa$$
$$= 2R + NCa - \beta Ca.$$

Ist (Fig. 47) der Cb westliches Streichen SCb und > aCb: So ist der Cb zur linken liegende Ca westliches Streichen, oder

$$SCa = SCb - aCb:$$

Kommt Ca in eine Lage wie Ca': So erhält sie östliches Streichen a'CN, und a'CB > SCb.

Nun ist

$$NCa' = 2R - aCS;$$

Aber

$$a'CS = a'CB - SCb:$$

Also

$$NCa' = 2R + SCb - aCb.$$

§. 257.

Exempel zu I.

bCa = 9^h 3,

der Cb Str. = 7^h 5 östlich:

Also der Cb ihres

= 9^h 3 + 7^h 5 — 12

= 7^h — 12^h

= 5^h und westlich.

§. 258.

Was im 256sten § von söhligen Linien gesagt worden, gilt auch von den durch sie laufenden seigern Ebnen, und von jeder in diesen Ebnen liegenden schiefen Linie (41).

§. 259.

Den Winkel ACB (Fig. 59) von gezogenen Schnüren CB, CA anzugeben, wenn man Stücken Ca, Cb seiner Schenkel aus dessen Spitze C messen kann.

Auflösung.

I. Man messe auf den Schnüren aus des Winkels Spitze Stücken Ca, Cb, desgleichen die Sehne ba so genau als möglich.

Auf die Art erhält man die drey Seiten eines Dreyecks aCb, wodurch man nach eb. Tr. 20. S. den Winkel C finden kann.

II. Diese Linien genau zu messen, könnte man sich des Lachterstabes bedienen, auf dem aber die ganzen oder halben Achtellachter in 1000 gleiche Theile getheilt seyn müßten.

Braucht man die Lachterkette, so muß man auf gutem Holze oder Messing ein Achtellachter, oder halbes Achtellachter in 1000 Theile getheilt, bey sich führen.

III. Da auf des Winkels C Schenkel die Stücken Ca, Cb willkührlich genommen werden können; so ist es

es vortheilhaft, jedes zehn Achtellachter lang zu machen, die Sehne auch mit Achtellachtern und Tausendtheilen des Achtellachters zu messen.

Darf man nicht so lange Stücken nehmen, so könnte man jedes fünf Achtellachter machen, und bey Abmessung der Sehne sich der ganzen und der halben Achtellachter in Tausendtheile getheilt, bedienen.

Dies räth Herr Hofrath **Kästner** (Markscheidekunst 11. Anm.).

IV. Durch jedes dieser Verfahren (III) erhält man des Dreyecks aCb gleiche Schenkel, jeden 10000, und die Grundlinie ba in Zehntausendtheilen.

V. Man findet aber ba nur in Tausendtheilen (II), wenn man jeden des Dreyecks aCb Schenkeln nicht einmal fünf Achtellachter lang nehmen darf, welches dem Markscheider oft begegnet.

VI. Wenn man Ca = Cb nimmt: so ist ab die Sehne des Winkels für den Halbmesser Ca. Also ½ ab der Sinus für genannten Halbmesser.

Hat man nun diesen = 10000 (IV); so erhält man C,

Wenn man die gemessene Sehne ab halbirt;

Diese Hälfte als einen Sinus für den Sinustotus = 10000 ansieht;

Das ist, unter den Sinussen, wie sie in den gewöhnlichen Tafeln für den Halbmesser zehn Millionen stehen, den aufsucht, dessen höchste Ziffern, die drey niedrigsten abgeschnitten, dieser Hälfte am nächsten kommen.

Der Winkel, der diesem Sinus zugehört, verdoppelt, giebt den gesuchten.

VII. Kann man das Verfahren (III) nicht anbringen: So läßt sich doch allemal Ca = Cb machen.

In diesem Falle findet sich der Winkel C nach eb. Tr. 8. S. I.

Es ist nämlich

$$\sin \tfrac{1}{2} C = \frac{r \cdot \tfrac{1}{2} ab}{Ca}.$$

VIII. Exempel, für VI. *)

Für

$$Ca = Cb = 10000,$$

sey

$$ab = 11387;$$

so ist

$$\tfrac{1}{2} ab = 5693, 5$$

Aber

$$\sin 34^\circ\ 42' = 5692795$$
$$\sin 34^\circ\ 42' = 5695186.$$

Wenn man von jeden dieser Sinusse die drey niedrigsten Ziffern abschneidet: so fällt die halbe Sehne zwischen beyde, und ziemlich nahe an der kleinern.

Man nehme also seinen Winkel für des gesuchten Hälfte an; so ist der gesuchte

$$C = 69^\circ\ 24'.$$

VIII. So lange man den halben Winkel kleiner als 75° findet, so lange hat man ihn innerhalb einer Minute, folglich den ganzen innerhalb zwo Minuten; weil (wie die trigonometrischen Tafeln zeigen) bis so weit die Sinus sich in Zehntausendtheilgen des Sinus totus ändern, indem sich die Bogen um einzelne Minuten ändern.

Ueberdies sieht man leicht, welcher der beyden Minuten, zwischen die er fällt, der halbe Winkel am nächsten liegt, und also, welcher seiner Gränzen der Ganze am nächsten seyn wird.

IX. Fände

*) Aus Kästners Markscheidekunst, 11. Anm. 18.

IX. Fände man den halben Winkel > 75°: so hätte man ihn in einer Ungewißheit von 2 und mehrere Minuten; folglich den ganzen mit doppelt so vieler.

X. Man muß daher solche Winkel so viel als möglich zu vermeiden suchen, oder den stumpfen durch eine, genau in seiner Ebne gezogene, Schnur theilen, und jeden einzeln finden.

Stumpfe Winkel, besonders große, hat man auch in alle den Fällen, zu entgehen, wo man auf des Winkels Schenkel nicht so große Stücken nehmen darf (V), wie (III) erfodert.

XI. Hätte man das ganze oder halbe Achtellachter (III) nur in Hunderttheile getheilt: so erhielte man die Sehne des ganzen Winkels, oder den Sinus des halben, nur in Tausendtheilen des Sinus totus.

Solche Sinusse finden sich aus den Tafeln, wenn man daselbst von jedem die vier niedrigsten Ziffern abschneidet (eb. Tr. 1. S.).

Man erhält aber dadurch den halben Winkel, wenn er über 10 Grad beträgt, um 2 bis 3 Minuten zu groß oder zu klein, und also den ganzen um 4 bis 6 Minuten. Allemal genauer als sich der Markscheider sonst gefallen läßt. Doch bey ziemlich stumpfen Winkeln würde man einen Fehler von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Grade begehen. Diese kann man aber vermeiden, oder theilen, oder **versuchen, ihre Nebenwinkel zu messen.**

XII. Wer eine Sehnentafel für den Halbmesser zehntausend hat, darf nur, um den ganzen Winkel gleich selbst zu finden, die gemessene Sehne (III) darinne aufsuchen, oder die, die ihr am nächsten kommt. Der dabey stehende Winkel ist der verlangte.

Eine solche Tafel liesse sich nach eb. Tr. 9. S. für Sehnen von 2 zu 2 Minuten fertigen.

XIII. Den

XIII. Den Winkel C zu bestimmen, wenn man nicht aus seiner Spitze messen kann, lernt man in Herrn Hofrath Kästners Markscheidekunst 11te Anmerkung, wonach auch meist das bisherige vorgetragen ist.

Der Markscheider zieht mit Vortheil seine Schnuren meist so, daß man aus C messen kann. Daher habe ich hier nur diesen Fall betrachtet.

§. 260.

Aus dem Winkel g, den zwo schiefe Linien einschliessen (259), und ihren Neigungen p, q, den ihnen zugehörigen söhligen Winkel h zu finden, d. i. der, den die durch diese Linien laufenden seigere Ebnen mit einander machen, oder in der Markscheidersprache, den der Schnuren Sohlen begränzen.

Auflösung.

Für den Sinus totus = r hat man

$$\sin \tfrac{1}{2} h =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sin \frac{1}{2}(g + p - q) \sin \frac{1}{2}[g - (p - q)] \cdot r^2}{\operatorname{Cos} p, \operatorname{Cos} q}\right)}.$$

Beweis.

JKH (Fig. 60) sey der gemessene Winkel g (259); Durch seine Schenkel HK, JK gehen die seigern Ebnen HKF, JKA, welche die söhlige Ebne durch K in KF, KA schneiden;

So ist

$$AKF = h;$$
$$HKF = p;$$
$$JKA = q;$$

Nun

Nun sey KE vertikal, und mit KF = KA = KJ = KH = KE = r die Bogen AJE, FHE, JH beschrieben:

So ist in dem sphärischen Dreyeck JHE bekannt

$$\left.\begin{array}{l} HE = 90^\circ - p \\ JE = 90^\circ - q \end{array}\right\} \text{(Geom. 50. S. 2. Z.)}$$

$$HJ = g,$$

und der sphärische Winkel JEH = h (Geom. 52. S. 4. Z.) wird gesucht:

Dieser läßt sich folglich vermöge sphär. Trig. 8ten Satzes 33 finden, und es ist also

dort	b	a	p	B
hier	g	$90^\circ - q$	$90^\circ - p$	h

und

$$a - p = p - q;$$

also

$$\sin \tfrac{1}{2} h =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sin \frac{1}{2}[g + (p - q)] . \sin \frac{1}{2}(g - (p - q)) . r^2}{\sin(90^\circ - q)\sin(90^\circ - p)}\right)};$$

Aber

$$\sin(90^\circ - q) = \operatorname{Cos} q$$
$$\sin(90^\circ - p) = \operatorname{Cos} p.$$

§. 261.

I. Die in der Auflösung gegebene Formel steht auch in Herrn Hofrath Kästners Markscheidekunst, 12te Anmerk. 42 rc., vorher (41) aber in Worte für den der keine sphärische Trigonometrie weiß, welches man den Markscheidern wohl nicht nachsagen kann.

II. Das Nöthige, was noch hieher gehört, werde ich aus angeführtem Buche kürzlich beybringen.

III. Exem-

III. Exempel. Es sey

$g = 75^\circ\ 30'$
$p = 50^\circ\ 30'$
$q = 23^\circ\ 30'$

so ist

$g + (p - q) = 102^\circ\ 30'$, halb, $= 50^\circ\ 15'$
$g - (p - q) = 48^\circ\ 30'$ = = $= 24^\circ\ 15'$
$\log \sin \frac{1}{2}(g + p - q) = 9,8920303$
$\log \sin \frac{1}{2}[g - (p - q)] = 9,6135446$
$\log r^2 = 2 \log r \quad = 20,$

Summe $= 39,5055749 = M$

$\log \mathrm{Cos}\ p = 9,8035105$
$\log \mathrm{Cos}\ q = 9,9623978$

Summe $19,7659083 = N$

$M - N = 19,7396666.$

Dies halb genommen, ist

$\log \sin \frac{1}{2} h = 9,8698333$, und
giebt $\frac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'$,
Also $h = 95^\circ\ 38'$

h erhält man genauer, wenn man bey $\frac{1}{2}$ h noch Sekunden durch Proportionaltheile (eb. Tr. 12te S.) sucht.

So findet Herr Hofrath Kästner (Markscheidek. a. a. O. 43)

$\frac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'\ 8''$,

und daher

$h = 95^\circ\ 38'\ 16''$

IV. Bisher ist stillschweigend angenommen worden, daß beyde Linien steigen (131).

Steigt die eine und fällt die andere: so ist jener Neigung positiv, oder sie bleibt p, dieser aber negativ (136), oder $-q$, und $-q$ kann $< p$ geschätzt werden, wenn auch $-q$ mehr Grade enthalten sollte (Ar. I, 95).

V. Exem-

V. Exempel. Der steigenden Linie Neigung sey 12 Gr. 30 Minuten, der fallenden 12 Gr. 30 Minuten, und $g = 50$ Grade:

So ist

$$p = 12^\circ\ 30'$$
$$q = -(20^\circ\ 30')$$
$$p - q = 12^\circ\ 30' - [-(20^\circ\ 30')]$$
$$= 12^\circ\ 30' + 20^\circ\ 30'$$
$$= 33^\circ$$

Also

$$g + p - q = 83^\circ,\ \text{halb} = 41^\circ\ 30'$$
$$g - (p - q) = 17^\circ,\ \text{= =}\ = 8^\circ\ 30'.$$

Uebrigens führt sich die Rechnung wie in III, wobey man sich aber erinnern muß, daß eines verneinten Winkels Cosinus, einerley mit des bejahten sonst gleichen Winkels seinen.

VI. Wenn beyde Linien fallen, so sind ihre Neigungswinkel verneint (136), wo der, $-p$, am größten geschätzt wird, der die wenigsten Grade enthält (Ar. I, 95).

VII. Exempel. Fällt also die eine Schnur

27 Gr. 30 Min.

und die andere

43 Gr. 15 Min.

so hat man in (260)

$$p = -(27^\circ\ 30')$$
$$= -(27^\circ + 30')$$
$$= -27^\circ - 30'$$

und eben so

$$q = -43^\circ - 15'$$

Also

$$p - q = +16^\circ - 15'\ (\text{Ar. I, 98})$$
$$= 15^\circ + 60' - 15'$$
$$= 15^\circ + 45'.$$

Ist

Ist nun

$$g = 50° 20';$$

so hat man

$$g + (p - q) = 66° 5', \text{ halb } 33° 2' 30''$$
$$q - (p - q) = 34° 35', \text{ - - } 17° 17' 30''.$$

Wenn man hier die Sekunden nicht weglassen will, ist es leicht, die Logarithmen der Sinusse der halben Winkel durch Proportionaltheile zu finden, weil man nur den Unterschied der beyden nächsten Logarithmen, zwischen die ein solcher Logarithme fallen muß, halbiren darf (eb. Tr. 12. S.).

Uebrigens wird die Rechnung, wie in III geführt, nur muß man sich des 4ten Zusatzes der eb. Tr. 3te Erklärung erinnern.

VIII. Steigt die eine Linie, und die andere ist söhlig: so darf man nur (in 260) dieser Neigungswinkel, $q = 0$ setzen.

IX. Fällt eine Linie z. E. 12°, und die andere ist söhlig: so ist jener Neigung negativ, und dieser $= 0$; Aber erstere ist kleiner als letztere (Ar. I, 95): Also darf man nur in (260 §), $p = 0$, und $q = -12°$ setzen: daher hat man

$$p - q = 0 - (-12°)$$
$$= + 12°$$

Uebrigens führt sich die Rechnung wie in III, wobey man sich erinnern muß, daß $\text{Cos } 0 = 1$.

X. Aus den bisherigen (IV . . . . IX) sieht man, daß in der Formel (260) fünf Fälle, alle, die bey zwo Linien in Ansehung ihrer Neigung vorkommen, enthalten sind, wenn man nur die bejahten und verneinten Größen gehörig braucht.

XI. Uebrigens ist hier noch zu erinnern, daß die Größen p, q und g so genau als möglich müssen gemessen werden, weil sonst h mit einen nicht unbeträchtlichen Fehler gefunden wird.

X.

X.

Sohlen und Seigerteufen.

§. 262.

Die Seigerteufe einer Linie AB, oder deren Endpunkt B, wollen wir durch

Sg. AB. oder Sg. B

und ihre Sohle durch

S. AB; oder S. B

bezeichnen.

§. 263.

Die Größe der Linie AB = l und ihre Neigung = α ist gegeben:

Man verlangt ihre Seigerteufe und Sohle.

Auflösung.

Für den Sinus totus = 1 hat man

$$\left.\begin{array}{l} Sg.\ AB = l. + \sin\alpha \\ S.\ AB = l. + \operatorname{Cos}\alpha \end{array}\right\} (31)$$

oder

$$\log Sg.\ AB = \log l + \log \sin \alpha$$
$$\log S.\ AB = \log l + \log \operatorname{Cos} \alpha$$

Exempel.

Es sey (Opp. Markscheidek. §. 672)

$l = 28\frac{5}{8}$ Lr. $9\frac{1}{2}$ Zoll

$= 229,95$ Achtellr. (65)

$\alpha = 69^\circ\ 25'$.

So hat man

$\log 229,95 = 2,3616334$

$\log \sin 69^\circ\ 25' = 0,9713509 - 1$ (eb. Tr. 19. S. Vor.)

log Sg AB = 2,3329843.
Giebt Sg. AB = 215, 17 Achtlr.
= 26 Lr. 7, 27 Achtlr.
= 26 7/8 Lr. 2 Zolle 7 Pr.

Ferner:

log 229, 95 = 2, 3616334
log Cos 69° 25′ = 0, 5460110 — 1

log S. AB = 1, 9076444;
Giebt S. AB = 80, 843 Achtlr.
= 10 Lr. 843 Achtlr.
= 10 Lr. 8 Zoll 43 Pr.

Kürzer läßt sich die Rechnung so darstellen:

log 229, 95 = 2, 3616334

sin 69° 25′ = 0, 9713509 — 1

Cos 0, 5460110 — 1

Sg. = 2, 3329843; 215, 17 Achtlr. = 26 Lr. 7, 27 A.

S. = 1, 9076444; 80, 843 A. = 10 Lr. 0, 843 A.

Zu dieser Rechnung habe ich mich der größern logarithmischen Tafeln bedient. Aus den gemeinen findet man die Linien in einer Decimalziffer weniger.

§. 264.

I. Den Markscheidern hat es beschwerlich geschienen, allemal nach vorigem § Sohle und Seigerteufe für jedes gegebene l und α zu berechnen.

Es sind daher die so genannten und den Markscheidern so bekannten Sohlen- und Seigerteufentafeln verfertiget worden, deren Berechnung eigentlich auf vorigen § beruhet.

II. Aber da für ein gegebenes α, und $l = p + q + r \ldots$ die

Sg.

$$\text{Sg.} = p \sin\alpha + q \sin\alpha + r \sin\alpha + \ldots$$

und

$$\text{S.} = p \cos\alpha + q \cos\alpha + r \cos\alpha + \ldots$$

So ist es nicht nöthig, die Sohle und Seigerteufe jedes l in die Tafeln zu bringen, sondern es ist genug, solche für Theile, die l ausmachen, darinne zu finden.

Daher kommt es, daß z. E. die Oppelischen Tafeln für l von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 5 Lachterzoll; $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, 1, 2, 3, 4, 5, 10 Lachter, die Sohlen und Seigerteufen, und zwar von 5′ zu 5′ durch alle 90 Grade berechnet, enthalten.

III. Da

$$\sin(45° - \alpha) = \cos(45° + \alpha) \text{ (eb. Tr. 3. Erklär.)}$$
$$\cos(45° - \alpha) = \sin(45° + \alpha) \text{ (eb. Tr. 3. Erklär.)}$$

So ist

$$\text{l.} \sin(45° - \alpha) = \text{l.} \cos(45° + \alpha)$$
$$\text{l.} \cos(45° - \alpha) = \text{l.} \sin(45° + \alpha).$$

Daher hat man nur die Sohlen- und Seigerteufen für die ersten 45° zu berechnen gebraucht, und man hat sie dann alle gehabt.

Diesem gemäß haben die Tafeln (I) folgende Einrichtung erhalten.

IV. Linker Hand in einer schmalen Columne stehen die Neigungswinkel, welche bis 90 Grade in den meisten Tafeln durch alle viertheils, in den Oppelischen aber durch alle zwölftheils Grade, wachsen.

V) In einer schmalen Columne rechter Hand stehen Neigungswinkel, deren jeder mit dem (IIII), welcher sich mit ihm in einer Zeile befindet, 90° macht.

Diese Donlegen rechter Hand, wachsen also vom Ende bis an den Anfang der Tafeln.

VI. Zwischen diesen Columnen befinden sich welche überschrieben mit Zahlen, die Lachter und dessen Theile anzeigen.

Z. E. die Oppelische Ueberschrift ist die in (II); die Weidlerische: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, wovon die acht letzten Zahlen ganze Lachter, die ersten viere aber Theile des Lachters bedeuten.

VII. In jeder solcher Columne nun (VI) stehen für die in der Ueberschrift angezeigten wahren Abstände (18), Seigerteufen, die, den Donlegen, bey einigen Tafeln in der linken Seitencolumne, bey einigen in der rechten, zugehören; oder Sohlen, die den Neigungen, bey jenen Tafeln in der rechten Seitencolumne, bey diesen in der linken zu kommen (III).

VIII. Will man also Seigerteufen wissen, so sucht man die Donlegen linker oder rechter Hand (VII), bey Sohlen aber zur rechten oder linken (VII).

IX. Diese Sohlen und Seigerteufen sind bey einigen nur bis auf Zehntheile, bey andern aber, wie in den Oppelischen, auf 100 Theile; von Lachterzollen angegeben.

Ueberhaupt sind in den Oppelischen Tafeln die Sohlen und Seigerteufen in Zollen und deren Hunderttheilen ausgedruckt, welches bey andern bekannten nicht geschehen ist. Das Oppelische Verfahren aber ist besser, wie man leicht übersieht.

X. Dieß ist die wesentliche Einrichtung der Sohlen- und Seigerteufentafeln. Mehreres von ihnen findet man in Herrn Hofrath Kästners Markscheidekunst 10te Anmerk. u. a.

Unter den bisher bekannten Sohlen- und Seigerteufentafeln sind die Opelischen die besten.

Man

Man findet sie auch in **Böhmens Feldmeßkunst** S. 289 u. f., aber nur von 15' zu 15', und die beyden Columnen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Zoll (VI) weggelassen.

Die **Oppelischen** Tafeln werden von den, die der Herr Bergmeister **Scheidhauer** berechnet hat, weit übertroffen.

Man hat bey diesen die Sohlen und Seigerteufen für wahre, in 8 und 10 theilichtes Lachtermaaß ausgedruckte Abstände neben einander beysammen; sie sind für letztere auf fünf Decimalstellen des Lachters, für erstere aber auf viere gerechnet.

XI. Den Gebrauch solcher Tafeln nach den **Oppelischen** zu zeigen, (oder VIII) zu erweitern) mag das Exempel im 263. § dienen.

XII. Um nach genannten Tafeln also die Seigerteufe für $28\frac{5}{8}$ Lachter $9\frac{1}{2}$ Zoll und 69° 25' zu finden, sucht man darinne die gegebenen 69° 25' in der Columne (IV, V) auf, wo Seigerteufe beygeschrieben steht, und merket, auf welche Zeile sich diese finden.

XIII. Hierauf zerlegt man die gegebenen $28\frac{5}{8}$ Lachter $9\frac{1}{2}$ Zoll in solche Theile, deren Seigerteufen in den Tafeln stehen (II); Das ist in $(10 + 10 + 4 + 4 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8})$ Lachter $+ (5 + 4 + \frac{2}{4})$ Zoll.

XIV. Nun nimmt man für diese Theile aus der gefundenen Zeile (XII) die einzelne Seigerteufe, und macht ihre Summe.

Die Rechnung ist folgende

Lachter	10	geben	748,93	Zolle
	10	=	748,93	=
	4	=	299,57	=
	4	=	299,57	=
	$\frac{4}{8}$	=	37,44	=
	$\frac{1}{8}$	=	9,36	=

Zolle	5 geben	4, 68	Zolle
	4 =	3, 74	
	$\frac{2}{4}$ =	0, 47	

Seigert. 2152, 69 Zolle
= 26 $\frac{7}{8}$ Lachter 2, 69 Zoll.

Im Exempel des 263sten §s ist 26 $\frac{7}{8}$ Lachter 2, 7 Zoll gefunden worden.

XV. Man sieht, daß die Rechnung im 263sten § eben so kurz, wo nicht kürzer, ist. Dies wird man allemal so finden. Zum Beispiele mag noch folgendes dienen.

Für 13 $\frac{5}{8}$ Lachter und 34° die Seigerteufe zu suchen.

XVI. Nach den Oppelischen Tafeln:

Lachter	10 geben	447, 35	Zoll
	3 =	134, 21	
	$\frac{4}{8}$ =	22, 37	
	$\frac{1}{8}$ =	5, 59	

Sgt. 609, 52 Zolle
= 60, 952 Achtellr.

XVII. Nach dem 263 §.

log 109 = 2, 0374265
= sin 34° = 0, 7475617 — 1

1, 7849882

Giebt Sg. = 60, 952. Achtellr.

XVIII. Auch die Rechnung in XVII ist eben so kurz, als die in XVI; wiewohl daselbst die Seigerteufe nur aus 4 Gliedern zusammengesetzt wurde.

XIX. Nach der Rechnung in XVI, XIV, findet man allemal die Seigerteufe gleich selbst, und mittelst des Herrn Bergmeister Scheidhauers Tafeln in zehn= und hunderttausendtheile des Lachters; Nach der Rechnung, wie in XVII, aber den Logarithmen, den man

erst

erst aufsuchen muß. Nach jener Rechnung braucht man zwar nur einmal die Größe aufzusuchen, die man braucht; Nach dieser hingegen muß dies durch dreymaliches Aufsuchen geschehen.

Indessen werden doch diese Exempel, die sich auch in Kästners Markscheidekunst a. O. befinden, Anfängern zeigen, daß sie, wenn sie z. E. die Schulzische Sammlung mathematischer Tafeln besitzen, auch bequem und genau Sohlen und Seigerteufen berechnen können, wenn sie nur mit diesen Tafeln gehörig umzugehen wissen; welches aber nicht von jedem Markscheider verlangt werden kann.

§. 265.

Einer steigenden Linie Seigerteufe heißt steigend, einer fallenden aber fallend.

§. 266.

Nach §. 135 und eb. Tr. 3. Erkl. 4. Zusatze sind die steigenden Seigerteufen bejaht, die fallenden aber verneint.

Jene werden wir daher mit + diese mit − bezeichnen.

§. 267.

Wenn der Linie AB Seigerteufe

$$\pm S$$

ist; so ist der Linie AB ihre

$$\mp S$$

(266, 136).

§. 268.

Aus der gegebenen Sohle und Seigerteufe einer Linie AB, ihre Größe l, und Neigung α zu finden.

Auflösung.

$$1)\ l = \sqrt{[(\text{Sg. AB})^2 + (\text{S. AB})^2]}$$

$$2)\ \text{Tang}\ \alpha = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{S. AB}}$$

Beweis.

Für 1)
erhellet die Sache aus dem 29sten §, und Geometrie, 15te S.; für

2) aber, daß (nach 263)

$$\frac{Sg.\ AB}{Soh.\ AB} = \frac{l\ \sin\alpha}{l\ \mathrm{Cos}\,\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\mathrm{Cos}\,\alpha}$$

§. 269.

Die im vorigen § gefundene Tangente ist, wenn die Seigerteufe fallend, negativ (266) und gehört in so ferne einem stumpfen Winkel zu (eb. Tr. 4te Erkl. 1ste Z.); Sein spitziger Nebenwinkel ist aber der, den der Gradbogen für der Linie AB negativen Neigung geben wird.

§. 270.

Wenn von den 4 Größen im 263 § oder 268 § zwo bekannt sind, so kann man daraus die übrigen finden.

Daher hat man noch folgende in der Markscheidekunst brauchbare Formeln

1) $S.\ AB = \sqrt{(l^2 - (Sg.\ AB)^2)}$

2) $\sin\alpha = \frac{Sg.\ AB}{l}$

3) $Sg.\ AB = \sqrt{(l^2 - (S.\ AB)^2)}$

4) $\mathrm{Cos}\,\alpha = \frac{S.\ AB}{l}$

5) $l = \frac{Sg.\ AB}{\sin\alpha}$
$= Sg.\ AB\ \mathrm{Cosec}\,\alpha$

6. Soh.

6) $\text{Soh. AB} = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{Tg } \alpha}$

$= \text{Sg. Ab} \times \text{Cot } \alpha$

7) $l = \frac{\text{Soh. AB}}{\text{Cos } \alpha}$

$= \text{S. AB} \times \text{sec } \alpha$

8) $\text{Sg. AB} = \frac{\text{S. AB}}{\text{Cot } \alpha}$

$= \text{S. AB} \times \text{Tg } \alpha.$

§. 271.

Es seyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, von denen der einen AB Endpunkt B mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden ist.

Man ziehe den Anfangspunkt A der ersten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zusammen:

So ist die Summe der Seigerteufen dieser Linien AB, BC, = der Seigerteufe von AC, und die Summe jener Linien Sohlen, = der Sohle der Linie AC.

Beweis.

Man lege durch A, B, söhlige Ebnen, fälle auf sie von B, C die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE:

So ist

BD = Seig. AB	AD = S. AB
CF = Sg. BC	BF = S. BC
CE = Sg. AC	AE = S. AC

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde steigend, oder
2) beyde fallend, oder
3) die eine steigend, und die andere fallend seyn.

 Für

Für 1) ist (Fig. 61)

$$CE = CF + FB$$

aber

$$FE = BD \text{ (G. 12. S. 3. Z.)}$$

also

$$CE = CF + BD.$$

Ueberdies ist

$$AE = AD + DE$$
$$= AD + BF \text{ (G. a. O.)}$$

Für 2) ist CF und BD verneint: also

$$CE = (-BD) + (-CF)$$

und AE bleibt wie für 1).

Für 3) habe AB (62 Fig.) die steigende Seigerteufe, und BC die fallende:

So ist

$$CE = FE - CF$$
$$= BD - CF \text{ (G. a. O.)}$$
$$= BD + (-CF) \text{ (Ar. I, 96)};$$

AE bleibt wie vorhin.

§. 272.

Aus der Linien AB, AC Seigerteufen die der Linie BC zu finden.

Auflösung.

Da

$$\text{Sg. } AB + \text{Sg. } BC = \text{Sg. } AC \text{ (vor. §.)}$$

So ist

$$\text{Sg. } BC = \text{Sg. } AC - \text{Sg. } AB.$$

Oder, weil

$$\text{Sg. } AB = -\text{Sg. } BA \text{ (114)}$$

also

$$-\text{Sg. } AB = +\text{Sg. } BA;$$

so ist auch

$$\text{Sg. } BC = \text{Sg. } AC + \text{Sg. } BA$$

wie

wie es auch nach vorigen § seyn muß, wenn man die Richtung von B nach A und denn nach C nimmt.

§. 273.

Es seyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF Linien, davon der Endpunkt B der ersten AB mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden, diese wieder so mit der dritten u. s. w.

Zieht man nun den Anfangspunkt A der ersten Linie AB, und den Endpunkt F der letzten Linie EF durch eine gerade Linie AF zusammen:

So ist die Summe der Seigerteufen aller dieser Linien AB, BC ...... EF, = der Seigerteufe von AF, und die Summe ihrer Sohlen = der Sohle von AF; (271).

§. 274.

Bey Summirung der Seigerteufen wird man schon das positive und negative in Acht zu nehmen wissen.

§. 275.

Ausser den Gradbogen, wie 159^b erwähnt, hat man noch andre Werkzeuge, durch die man mechanisch Sohle und Seigerteufe finden kann. Sie sind aber auch nicht von Gebrauch. Wer Theorie versteht, kann sich dergleichen selbst erfinden. Indessen sind welche in Voigtels Markscheidekunst, Part. 24, 25; auch in Malers Geometrie, angegeben.

§. 276.

Anmerkung.

I. Nun können wir (mittelst 263, 273) zu einer andern Auflösung der Aufgabe in 231, (welche sich auch so ausdrücken läßt: Eine Linie zu bestimmen, die eine gegebene observirte Streichung und Sohle hat), folgendes beybringen:

II. Man

II. Man schraube den Winkelweiser auf, wie §. 223 I, erfodert, und bringe ihn in die Lage, daß der daran gehängte Compaß die gegebene Stunde anzeigt.

III. Nehme einen Pfahl, und mache in seinen obern Theil eine kleine Spalte, um ein dünnes Bretgen senkrecht hinein zu stecken.

IV. Hierauf lasse man diesen Pfahl einen Gehülfen in einer Weite von ohngefähr 10 Lachter bringen, und ihn so lange hin und her rücken, bis die Visirlinie die scharfe Kannte des Bretgens (III) trift:

So liegt dieses und die Diopternebne in einer seigern Ebne, die in der vorgegebenen Stunde streicht.

V. Man nehme nun dieses Bretgen weg und schlage den Pfahl seiger ein.

VI. Schraubt man alsdann in diese kleine Spalte eine Pfrieme, und zieht von dem gegebenen Punkte bis dahin eine Schnur;

So ist der ihre observirte Streichung gleich der gegebenen.

VII. Man suche dieser Schnur Neigung (128);

VIII. Und daraus, und aus ihrer Länge, ihre Sohle (263).

IX. Ist diese größer als die gegebene: So findet man das, was an der Schnur zurücke gemessen werden muß, auf folgende Art:

X. Es sey AC die gefundene Sohle, AB die gegebene, AF die Schnur VI.

Man ziehe durch B und C senkrechte Linien in der durch AF laufenden seigern Ebne: So schneiden diese Linien die AF in D und F;

Nun ziehe man DE mit AC parallel:

So ist

BC = DE, um wie viel AC zu groß;

DF, was man zurücke messen muß, um ein AD zu finden, das der gegebenen Sohle AB zugehört.

Es

Es sind aber die Dreyecke FCA, FED ähnlich, und daher

$$AC : DE = AF : DF,$$

oder

$$AC : AC - AB = AF : FD$$

folglich

$$FD = \frac{(AC - AB). AF}{AC}$$

XI. Ist die gegebene Sohle größer als die gefundene: So ziehe man eine oder mehrere Schnuren, wie VI verlangt, und zwar so viele, daß ihre nach IX gefundenen Sohlen zusammen ohngefähr so viel als die gegebene betragen.

XII. Gesetzt, dieser Sohlen Summe betrüge etwas mehr als die gegebene Sohle:

So mache man beyder Unterschied, und suche zu der Sohle der letzten Schnur, zu genannten Unterschiede und der Länge dieser Schnur die vierte geometrische Proportionalzahl: So erhält man, was man an gleichgenannter Schnur zurückmessen muß, um einen Punkt zu finden, der mit dieser Schnur Anfangspunkt eine Linie begränzt, der eine Sohle zugehört, die die Differenz zwischen der Summe der vorhergehenden Schnuren Sohlen und der gegebenen ist.

XIII. Die Linie durch diesen Punkt und den gegebenen hat die verlangte observirte Streichung und Sohle (XII, 273).

XI.

Streichungsinus und Streichungkosinus.

---

§. 277.

Den Strichungsinus einer Linie AB wollen wir durch

Strs. AB, oder Strs. B.

Den Streichungkosinus aber durch

Strk. AB, oder durch Strk. B

bezeichnen.

§. 278.

Wer sich der observirten Streichung bediente, müßte Streichungsinus und Streichungkosinus auf die Magnetebne und Magnetäquatorsebne beziehen, und folglich diese Größen als söhlige Entfernungen einer Linie AB Endpunkt B von gleich genannten durch A laufenden Ebnen, ansehen.

§. 279.

Der Streichungsinus heißt östlich oder westlich, der Streichungkosinus aber nördlich oder südlich, nachdem im ersten Falle der Endpunkt B auf der Ost= oder Westseite der Mittagsebne liegt, d. i., nachdem AB östliche oder westliche Streichung hat; im zweyten Falle aber, nachdem der Punkt B auf der Nord= oder Südseite der Aequatorsebne sich findet.

§. 280.

Oestlichen Streichungsinus und nördlichen Streichungkosinus wollen wir als positiv, westlichen Streichungsinus und südlichen Streichungkosinus aber als negativ betrachten (51, 185).

§. 281.

Wenn also einer Linie AB Streichungsinus $\pm$ L und Streichungkosinus $\pm \lambda$:

So

So ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{Strs. } BA = \mp L \\ \text{Strk. } BA = \mp \lambda \end{array}\right\} (280, 184).$$

§. 282.

Einer Linie AB Streichung β und Sohle ist gegeben:

Man sucht ihren Streichungsinus und Streichungkosinus.

Auflösung.

Für den Sinus totus $= 1$ ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{Strs. } AB = \text{S } AB \times \sin\beta \\ \text{Strk. } AB = \text{S } AB \times \text{Cosin } \beta \end{array}\right\} (52)$$

In Logarithmen hat man

$$\log \text{Strs. } AB = \log \text{S } AB + \log \sin\beta$$
$$\log \text{Strk. } AB = \log \text{S } AB + \log \text{Cosin } \beta.$$

Exempel.

$$\beta = 4^h\ 2$$
$$= 63^\circ\ 45'$$
$$\text{S}AB = 60{,}952 \text{ Achtellr.}$$

Also

$$\log \sin 4^h\ 2 = 0{,}6533075 - 1$$
$$\log \sin 60{,}952 = 1{,}7849880$$

$$\log \text{Strs. } AB = 1{,}4382955$$

Giebt Strs. AB = 27,434 Achtellr.
= 3 Lr. 3,434 Achtellr.

Dieser gefundene Streichungsinus ist nun positiv oder negativ, nachdem es β ist (279, 280).

§. 283.

I. Wenn

$$+\beta < R;$$

so ist Strs. AB, und Strk. AB positiv; ist aber

$$+\beta > R;$$

so ist Strs. AB positiv und Strk. AB negativ.

Für

Für

$$-\beta < R$$

hat man Strſ AB negativ, und Strk AB poſitiv, aber für

$$-\beta > R,$$

Strſ AB und Strk AB negativ (282, und eb. Tr. 3te Erklärung 4te Z.).

II. $\beta = \pm 0^h$, (§. 204)

giebt

$$\text{Strſ } AB = 0$$
$$\text{Strk } AB = \pm \text{S. } AB;$$

$$\beta = \pm 6^h \text{ (§. 204)}$$
$$\text{Strſ } AB = \pm \text{S. } AB$$
$$\text{Strk } AB = 0$$

(282, und eb. Tr. 2te Erklär. 8te Z., 3te Erklär. 3te Z.).

III. Weil $\sin 45^\circ = \text{Coſ } 45^\circ$; ſo hat man nach dem 52ſten §. und eb. Tr. 3ten Erklär. 4ten Z. noch folgendes:

Wenn

$$\beta = + 3^h = + 45^\circ; \text{ (§. 94)}:$$

ſo iſt

$$\text{Strſ } AB = \text{Strk } AB;$$

Aber für

$$\beta = - 3^h = - 45^\circ \text{ (§. 95)}$$

iſt der poſitive Streichungskoſinus ſo groß wie der negative Streichungſinus.

Wäre nun

$$\beta = + 9^h = + (12^h - 3^h)$$
$$= + (180^\circ - 45^\circ);$$

ſo würde der bejahte Streichungſinus ſo groß wie der verneinte Streichungkoſinus ſeyn; hingegen für

$$\beta = - 9^h = - (12^h - 3^h)$$
$$= - (180^\circ - 45^\circ)$$

hat

hat man

Strſ AB = — Strk AB.

IV. Alles dieses erhellet auch nach §. 280, wenn man in der 65sten Figur die verschiedenen Lagen der AB betrachtet. In ihr bedeutet AN der nördliche Theil der Mittagslinie SN, und WO die Linie, die sie in A rechtwinklicht schneidet.

V. Wenn also einer Linie AB Streichung östlich, und kleiner als 6 Stunden ist: so kommt ihr ein östlicher Streichungsinus und nördlicher Streichungkosinus zu;

Ist sie aber größer: so hat sie noch östlichen Streichungsinus aber südlichen Streichungkosinus.

Streicht sie = SE 12 oder 0^h; so gehört ihr nur ein nördlicher Streichungkosinus, so groß wie ihre Sohle;

Wäre ihr Streichen = Ost 6^h; so hat sie nur einen östlichen Streichungsinus, gleich ihrer Sohle.

Ist aber der AB Streichung westlich und kleiner als 6 Stunden; so ist ihr Streichungsinus westlich und Streichungkosinus südlich;

Ist sie hingegen größer; so kommt ihr ein westlicher Streichungsinus und nordlicher Streichungkosinus zu.

Streicht sie West 12^h oder Mer 12; so hat sie nur südlichen Streichungkosinus, so groß wie ihre Sohle;

Hingegen bey der Streichung W 6^h nur westlichen Streichungsinus, ebenfalls ihrer Sohle gleich.

§. 284.

I. Da die Magnetnadel leicht zu Fehlern geneigt ist, und sonst viele Unbequemlichkeiten mit ihr verbunden sind: so war es nöthig, auf Methoden zu denken, die entweder des Compasses Gebrauch ganz oder doch zum Theil entbehrlich machten.

M II. Hiezu

II. Hiezu nun dienen die Streichungsinusse und Streichungkosinusse.

Durch diese wird man in den Stand gesetzt, nicht nur ohne Compaß Grundrisse zu fertigen, sondern auch die meisten Markscheideraufgaben blos durch Rechnung aufzulösen: also viel genauer, als in den mehresten Markscheidebüchern gelehrt und von den meisten Markscheidern noch ausgeübt wird.

III. Der Herr Oberberghauptmann von Oppel hat, in dem Anhange zu seiner Markscheidekunst, auch zu dieser Absicht eine Methode angegeben, die mit der hier (II) viel Aehnlichkeit hat, aber nicht so bequem ist.

IV. Diese hier (II) haben wir dem Herrn Bergmeister Scheidhauer, in Freyberg, nebst vielen andern Verbesserungen der Markscheidekunst zu verdanken

Sie sind zwar durch den Druck noch nicht bekannt, ausser, so viel ich weiß, zwo Abhandlungen, die sich in der Anzeige von der Leipziger ökonomischen Socierät in der Michaelismesse 1772 S. 90 u. f. finden.

Die erste ist die im 55. §. erwähnte, die andere aber eine Auflösung, durch Zeichnung und Rechnung, der Aufgabe: Das Streichen und Fallen eines Ganges aus drey auf demselben gegebenen Punkten zu bestimmen. Sie ist sehr deutlich vorgetragen, ihr aber kein Beweis beygefügt.

Ueberhaupt hat der Herr Bergmeister Scheidhauer in einem sich verfertigten Manuscripte von den mehresten Aufgaben, die in der Markscheidekunst vorkommen können, vollständigere Auflösungen, durch Rechnungen, aber meist ohne Beweis gegeben, dabey oft welche durch Zeichnungen beygefügt.

Dieses Manuscript enthält, wie gedacht, sehr schätzbare Beyträge zur Markscheidekunst, welche durch den Druck gemeinnütziger werden würden, und jedem Mark=

Markſcheider, dem es nur um eine richtige Ausübung ſeiner Kunſt zu thun iſt, nicht anders als willkommen ſeyn müſſen.

Zu deſſen Gebrauch wird weiter nichts erfordert, als daß man die nöthigen Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie wiſſe, auſſerdem die Einrichtung der Markſcheiderwerkzeuge und wie man ſich ihrer zu bedienen habe. —

V. Wer nicht allemal nach dem 282. §. Streichungſinus und Streichungkoſinus berechnen will, kann ſich (nach Art des 264. §.) Streichungſinus und Streichungkoſinus Tafeln fertigen.

Wenn nämlich

$$\text{S.}\,AB = P + Q + R \ldots\ldots;$$

ſo iſt

$$\text{Strſ}\,AB = P \sin\beta + Q \sin\beta + R \sin\beta + \ldots$$
$$\text{Strk}\,AB = P \operatorname{Cos}\beta + Q \operatorname{Cos}\beta + R \operatorname{Cos}\beta + \ldots$$

Daher dürfen ebenfalls nur die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der Theile, aus den ſich die gegebene Sohle jeder Linie AB allemal zuſammen ſetzen läßt, in die Tafeln gebracht werden.

VI. Da nun

$$\sin(3^h - \beta) = \operatorname{Cos}(3^h + \beta$$
$$\operatorname{Cos}(3^h - \beta) = \sin(3^h + \beta:$$

So iſt

$$\text{S.}\,AB \times \sin(3^h - \beta) = \text{S.}\,AB \times \operatorname{Cos}(3^h + \beta)$$
$$\text{S.}\,AB \times \operatorname{Cos}(3^h - \beta) = \text{S.}\,AB \times \sin(3^h + \beta).$$

Hat man folglich für die erſten drey Stunden die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe berechnet (V); ſo hat man ſie alle berechnet.

VII. Tafeln für die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind wirklich berechnet, wiewohl noch keinem Markſcheidebuche bey- oder ſonſt gedruckt, worden.

Dergleichen Berechnung ist unter andern von dem Herrn Bergmeister Scheidhauer geschehen. Er hat sie sehr bequem und für jedem Markscheider brauchbar, auf ähnliche Art, wie seine Sohlen- und Seigerteufentafeln (§. 264, X), eingerichtet*).

Man bedient sich ihrer seit nicht gar zu langer Zeit, vornehmlich in Freyberg, mit gutem Erfolg.

VIII. Der itzige Geschworne der Bergamtsrefier des Neustädtischen Kreises, Herr **Lindig**, dem ich die ersten Begriffe der Markscheidekunst und sonst vieles zu verdanken habe, hat auch solche Tafeln berechnet, ist aber dabey der **Oppelischen** Methode (III) gefolgt, weil ihm dazumal die des Herrn Bergmeister **Scheidhauers** nicht bekannt war.

IX. Uebrigens erstreckt sich das, was im 264. §. XIX von Berechnung der Sohlen und Seigerteufen gesagt worden, auch auf die Berechnung der Streichungsinusse und Streichungkosinusse.

§. 285.

Aus dem Streichungsinus und Streichungkosinus einer Linie AB, ihre Sohle und Streichen (42) zu finden.

Auflösung.

1) $\text{S AB} = \sqrt{[(\text{Strs AB})^2 + (\text{Strk AB})^2]}$

2) $\text{Tang } \beta = \dfrac{\text{Strs AB}}{\text{Strk AB.}}$

Beweis.

Für 1) erhellet die Sache aus Geom. 15te S., und § 57.

Für

*) Da ich diese Tafeln nicht bey der Hand habe: So kann ich von ihrer nähern Einrichtung hier nichts beybringen.

Für 2) aber so:

$$\frac{\text{Strs AB}}{\text{Strk AB}} = \frac{\text{S AB} \times \sin\beta}{\text{S AB} \times \text{Cos}\,\beta} \quad (282)$$

$$= \frac{\sin\beta}{\text{Cos}\,\beta}$$

§. 286.

I. Aus positiven Streichungsinus und Streichungkosinus findet sich

$+\beta$ und $< R$;

Positiven Streichungsinus und negativen Streichungkosinus

$+\beta$ und $> R$;

Negativen Streichungsinus und Streichungkosinus

$-\beta$ und $< R$;

Negativen Streichungsinus und positiven Streichungkosinus

$-\beta$, aber $> R$.

(285, 279, und eb. Trig. 4te Erklär. 1. Zus.).

II. Wenn also östlicher Streichungsinus und nördlicher Streichungkosinus gegeben: So erhält man der Linie AB Streichen östlich und < 6 Stunden, aber größer aus östlichem Streichungsinus und südlichem Streichungkosinus.

Ist südlicher Streichungkosinus und westlicher Streichungsinus gegeben: So erhält man das Streichen westlich und kleiner als 6 Stunden, aber größer bey nordlichen Streichungkosinus und westlichen Streichungsinus.

III. Aus Strs AB = 0, und positiven Streichungkosinus, erhält man

$\beta = 0$,

aber

$\beta =$

$$\beta = -6^h \text{ (204)}$$

wenn der Streichungkosinus negativ.

Ist der Streichungkosinus $= 0$, und der Streichungsinus positiv: So ergiebt sich

$$\beta = 0^h$$

und

$$\beta = -0^h, \text{ (204)}$$

wenn der Streichungsinus negativ.

Hat man

$$+ \text{Strs AB} = + \text{Strk AB}:$$

So findet sich

$$\beta = + 45^\circ$$
$$= + 3^h,$$

hingegen

$$\beta = -3^h \text{ (204)}$$

wenn der negative Streichungsinus so groß wie der positive Streichungkosinus gegeben.

Aus dem negativen Streichungkosinus und positiven Streichungsinus, beyde gleich groß, ergiebt sich

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ$$
$$= + 12^h - 3^h$$
$$= + 9^h;$$

Aber aus

$$- \text{Strk AB} = - \text{Strs AB}$$

erhält man

$$\beta = -(180^\circ - 45^\circ)$$
$$= -(12^h - 3^h)$$
$$= -9^h,$$

(283, 285).

§. 287.

Wenn von den vier Größen in 285 oder 282, zwo gegeben sind: So lassen sich daraus die übrigen finden.

Man hat daher noch folgende brauchbare Formeln:

1) sin

1) $\sin \beta = \frac{\text{Strs AB}}{\text{S AB}}$

2) $\text{Strk AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strs AB})^2]}$

3) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strs AB}}{\sin \beta}$

$= \text{Strs AB} \times \text{Cosec } \beta$

4) $\text{Strk AB} = \text{Strs AB. Cot } \beta$

5) $\text{Cos } \beta = \frac{\text{Strk AB}}{\text{S. AB}}$

6) $\text{Strs AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strk AB})^2]}$

7) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strk AB}}{\text{Cos } \beta}$

$= \text{Strs AB. sec } \beta$

8) $\text{Strs AB} = \text{Strk AB. tang } \beta.$

§. 288.

Es seyen AB, BC, AC (Fig. 66) **Linien wie** §. 271:

So ist die Summe der Streichungsinusse von AB, BC, = dem Streichungsinus von AC, und die Summe der Streichungcosinusse von AB, BC, = dem Streichungkosinus von AC.

Beweis.

Die Sohlen von AB, BC, AC, seyen (Fig. 66, 67) Ab, bc, Ac;

Durch A und b gehe die Mittagslinie NS, und die diese rechtwinklicht schneidende WO.

Man fälle von b, c auf NS die Lothe bf, cd, ce und von c auf WO die Perpendikel cp, cg:

So hat man

bf = Strs AB	bq = Strk AB
cd = Strs BC	cp = Strk BC
ce = Strs AC	cg = Strk AC.

 Nun

Nun ist, (Fig. 66)

$$ce = cd + de,$$

aber

$$cd = bf,$$ (Geom. 12aten S. 3te Z.):

Folglich

$$ce = cd + bf.$$

Ferner:

$$cg = cp + pg$$

und

$$pq = pq:$$

Folglich

$$cg = bq + cp.$$

Die 66ste Figur ist nur für den Fall gezeichnet, wenn alles positiv ist. Es können aber der Linien AB, BC Streichungsinusse und Streichungkosinusse alle negativ, oder theils verneint und theils bejaht seyn. Für alle Fälle aber läßt sich der Beweis auf ähnliche Art führen.

Z. B. sey (Fig. 67) der Linie BC Streichungsinus negativ, ihr Streichungkosinus aber positiv, und der Streichungsinus und Streichungkosinus von AB sey, wie vorhin: So ist

$$\begin{aligned} ce &= de - cd \\ &= bf - cd \\ &= bf + (-cd) \end{aligned}$$

und

$$cg = cp + bq.$$

§. 289.

Aus der Linien AB, AC Streichungsinus und Streichungkosinus genannte Größen von BC zu finden.

Auflösung.

Da

$$\text{Strf. AB} + \text{Strf. BC} = \text{Strf. AC}:$$

So

So ist

$$\text{Strs } BC = \text{Strs } AC - \text{Strs } AB.$$

Oder, weil

$$\text{Strs } AB = - \text{Strs } BA$$

also

$$- \text{Strs } AB = \text{Strs } BA:$$

so ist auch

$$\text{Strs } BC = \text{Strs } AC + \text{Strs } BA$$

dem vorigen § gemäß, wenn man von B nach A, und dann nach C geht.

Ferner:

$$\text{Strk } AB + \text{Strk } BC = \text{Strk } AC:$$

Also:

$$\text{Strk } BC = \text{Strk } AC - \text{Strk } AB$$
$$= \text{Strk } AC + \text{Strk } BA$$

(288, 281).

§. 290.

Es seyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF, und AF Linien, wie § 273:

So giebt die Summe der Streichungsinusse dieser Linien AB, BC ..... EF, den Streichungsinus von AF, und die Summe jener Linien Streichungkosinusse, dieser Linie Streichungkosinus, (288).

XII.

Einige allgemeine Kenntnisse zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

---

§. 291.

Die Neigung einer Ebne A ist der Winkel, den sie mit einer söhligen Ebne macht.

Gewöhnlich nennt man ihn ihr **Fallen**.

§. 292.

Der Winkel, den beyder Ebnen (291) Durchschnitt mit der Mittagslinie macht, heißt der Ebne A Streichung, auch reducirte Streichung.

Sie ist gleich dem Winkel, den eine seigere Ebne durch diesen Durchschnitt mit der Mittagsfläche begränzt.

§. 293.

Schätzt man der Ebne A Streichen nach dem Winkel den dieser Durchschnitt (292) mit der Magnetlinie einschließt: So nimmt man auf ihre observirte Streichung Rücksicht.

§. 294.

Streichen und Fallen bestimmen einer Ebne Lage.

§. 295.

Was von der reducirten und observirten Streichung einer Linie oder der durch sie gehenden seigern Ebne gesagt worden, gilt auch von jeder andern Ebne.

§. 296.

Der Durchschnitt der Ebne A mit einer seigern heißt die **Linie des Fallens**; kürzer, die **Fallinie**; die seigere Ebne selbst die **Ebne des Fallens**, die **Fallebne**.

§. 297.

Genannte Linie hat also mit der ihr zugehörigen Ebne A einerley Neigung (291 und Geom. 2 Th. 1, 2te Erklärung); Aber eine observirte und reducirte Streichung, die von der der Ebne um 6 Stunden unterschieden ist.

Ein solches Streichen hat auch die Fallebne (45).

§. 298.

Nimmt man auf einer Linie einen Punkt an, und alle Punkte liegen über dem angenommenen gegen Morgen, unter ihm aber gegen Abend:

So

So heißt sie rechtfallend, sonst widersinnig-fallend.

§. 299.

Einer rechtfallenden Linie Neigung wollen wir mit dem Herrn Bergm. Scheidhauer durch den spitzigen Winkel, den sie mit der durch ihren Anfangspunkt gehenden söhligen Ebne macht, ausdrücken, durch den stumpfen und jenen zu 180° ergänzenden aber, wenn sie widersinnig fällt.

§. 300.

Eine Ebne heißt recht- oder widersinnigfallend, nachdem es ihre Fallinie ist.

§. 301.

Der 299 §. findet auch beym vorigen seine Anwendung.

§. 302.

Unter allen geraden Linien, die in einer schiefen oder seigern Ebne gezogen werden, macht keine mit einer söhligen Ebne einen größern Winkel, als ihre Fallinie.

Beweis.

In der Ebne AB, welche die söhlige CB in GB schneidet, sey nach Gefallen die Linie DG gezogen und bis an den Durchschnitt GB verlängert; aus einem beliebigen Punkte D der DG aber das Loth DF auf GB gefällt:

So ist DF der AB Falllinie (296).

Nun fälle man von D auf CB das Loth DE;

Ziehe GE, FE:

So ist DFE der Winkel den DF, und DGE der den DG mit der söhligen Ebne CB macht.

Weil EG > EF (Geom. 9ten S. 10te Z.): So nehme man auf EG das Stück EH = EF, und ziehe DH:

So

So sind die bey E rechtwinklichten Dreyecke DEF, DEH, gleich, (Geom. 2te S.):

Also

W DHE = W DFE;

Aber

DHE > DGE, (Geom. 9te S.):

Folglich

DGE < DFE.

§. 303.

Ebnen streichen parallel, wenn sie einerley observirte oder reducirte Streichung haben; oder ihre Durchschnitte mit einer söhligen Ebne parallel sind.

§. 304.

Zwoer solcher Ebnen Fallinien liegen in einer und derselben Fallebne, oder in parallelen (296, 303).

§. 305.

Die Durchschnitte zwoer nicht parallel streichenden Ebnen mit einer söhligen, machen eben den Winkel, den dieser Fallebnen begränzen.

Beweis.

Diese Durchschnitte seyen BC, BD (Fig. 69) und CA, DA die der Fallebnen:

So sind BCA, BDA rechte Winkel;

Und da a = b:

So ist CBD = CAD = dem Winkel der Fallebne.

§. 306.

Diesen kann man also allemal aus den Streichen der Ebnen nach dem 252. § finden.

§. 307.

Wenn zwo Ebnen parallel streichen, dabey aber verschiedene Neigungen haben:

So schneiden sie einander in einer söhligen Linie.

Beweis.

Beweis.

Geschähe es nicht: So denke man sich durch einen Punkt dieses Durchschnittes eine söhlige Ebne.

Die Durchschnitte mit dieser müssen parallel seyn (Bed. und 303).

Also schnitten parallel Linien einander. Dies kann nicht seyn, (Geom. 9te Erklärung).

§. 308.

Man stelle sich durch das Gebürge, oder einen Theil desselben, zwo parallele Ebnen gesetzt vor, die die über einander liegenden Schichten der Gebürgsmasse, die **Gebürgslager**, durchschneiden.

Wenn man sich nun den Raum zwischen diesen Ebnen entweder leer, oder mit einer Masse, die von der der Gebürgslager unterschieden ist, ausgefüllt, denket: So hat man im ersten Falle eine **Kluft**, im zweyten einen **Gang**, wie der Berggeometer sich diese Dinge, um ihre Lage zu bestimmen, vorstellen muß.

§. 309.

Haben diese Ebnen einerley Lage mit den Gebürgslagern, und ihr Raum ist gleichfalls mit einer von der Gebürgsmasse unterschiedenen Materie ausgefüllt: So stellen sie ein **Flötz**, den Begriffen der Markscheidekunst gemäß, dar.

§. 310.

Genannte Ebnen aber sieht man als die äussersten Flächen an, die einen Gang oder ein Flötz begränzen und seine Dicke oder **Mächtigkeit** bestimmen.

Sie heissen bey Gängen **Saalbänder**; und zwar die eine, die mit dem zwischen ihr und der andern Ebne enthaltenen Theile einer söhligen Ebne einen spitzigen Winkel macht, das **Hangende**, auch das **hangende Saalband**, die andere Ebne aber, die mit diesem Theile einen

einen stumpfen Winkel einschließt, das liegende, auch das liegende Saalband.

Bey Flötzen nennt man die obere Ebne das Dach (Tectum), die untere die Sohle (Fundamentum).

§. 311.

Wenn man die Lage einer von den parallelen Ebnen (308, 309) bestimmt hat (294):

So ist dadurch auch zugleich die Lage des Ganges (308) oder Flötzes (309) bestimmt, (Geometrie, 47. S. 6. Z.).

§. 312.

Diese Ebne (311) wollen wir, für Gänge des Gangesebne, für Flötze aber, des Flötzesebne, nennen.

§. 313.

Was in diesem Abschnitte von Ebnen gesagt worden, gilt auch von Klüften, Gängen und Flötzen.

§. 314.

I. Ein Gang ist oft, ausser andern Veränderungen, auch welchen in seiner Lage unterworfen: daher findet die einfachste geometrische Vorstellung (308) nicht allemal in der Natur statt.

Doch kommt es hiebey nur darauf an, ob die verschiedenen Lagen eines Ganges beträchtlich von einander abweichen oder nicht.

Im letztern Falle findet allemal der 308 § seine Anwendung; im erstern hingegen nur bey Theilen eines Ganges, wovon jeder eine und dieselbe Lage hat, oder gleichfalls auch verschiedene aber nicht beträchtlich von einander abweichende Lagen.

II. Wenn man also die verschiedenen Lagen eines Ganges, seine special Lagen, in Anschlag zu bringen hat:

So

So muß man die Lage der Ebne jedes Theils suchen.

§. 315.

Der vorige § ist auch bey Flötzen anwendbar.

XIII.

Findung der observirten Streichung der im vorigen Abschnitte erwähnten Lagerstätte; auch deren Neigung mittelst Gradbogen und dergleichen.

---

§. 316.

Wenn man die observirte Streichung eines Ganges oder Flötzes mißt: So heißt dies das Streichen abnehmen;

Beym Messen der Neigung dieser Lagerstätte, das Fallen abnehmen.

§. 317.

Eines Ganges Streichen abzunehmen.

Auflösung.

1.) Wenn der Gang aufgefahren.

I. In diesem Falle kann man die Richtung seiner Saalbänder wahrnehmen.

II. Man halte daher den Grubencompaß söhlig an das Hangende oder Liegende, daß die Zwölfstestundenlinie mit jeder auf dem Saalbande gezogenen söhligen Linie parallel läuft:

So zeigt das nördliche Ende, des Ganges observirte Streichung.

III. Hier braucht man mit Vortheil Grubencompasse, die auf einer Platte befestiget sind, welche die Gestalt

Gestalt eines Rechtecks hat, woran das eine Paar gegenüber stehender Seiten genau mit der Zwölftenstundenlinie parallel läuft.

Einen solchen Compaß darf man nur mit einer genannter Seiten an das Saalband bringen, dergestalt, daß die Enden der Magnetnadel in der Ebne des Stundenringes liegen.

IV. Will man sich des Hängecompasses bedienen:

So muß man eine söhlige Schnur parallel mit söhligen Linien auf den Saalbändern, ziehen.

Dies genau zu bewerkstelligen ist vielen Schwierigkeiten unterworfen: daher das Verfahren III diesem vorzuziehen.

2.) Wenn der Gang überfahren.

V. Da kann man sich vorstellen, als wenn der Gang mit zwo Ebnen AC, EG, (Fig. 70) senkrecht oder schief durchschnitten worden.

Wäre dieser Ebnen Durchschnitte mit des Ganges Hangenden, BC, FG, und mit seinem Liegenden, AD, EH:

So ziehe man von einem Punkte in BC oder FG bis in einen in FG oder BC; oder von einem in AD oder EH bis in einen in EH oder AD, eine Schnur:

An dieser läßt sich mit dem Hängecompasse das verlangte Streichen abnehmen.

§. 318.

Wenn man in beyden Fällen den Compaß nicht brauchen darf: So wird man sich schon mit den Eisenscheiben zu helfen wissen.

Doch kann man es auch ohne diese mittelst des 256 und 260sten §s.

§. 319.

Eines Ganges Fallen abzunehmen.

1) Wenn

1.) Wenn man nicht sein Streichen weiß.

Auflösung.

Erster Fall: Da das Hangende entblößt ist.

I. Wenn man daran den Gradbogen bringt, daß seine Haken dieses Saalband berühren und der Perpendikel am Rande sanfte hin und her schwingen kann: So wird dieser, wenn er in Ruhe kommt, der Neigung Grade anzeigen.

II. Man befestige an einem Punkte des Hangenden eine Schnur, daß sie sich um denselben in dieser Ebne als eines Kreisses Halbmesser drehen läßt;

Hänge daran den Gradbogen,

Und führe die Schnur so lange herum, bis des Gradbogens Perpendikel die mehrsten Grade abschneidet:

Diese geben die zu suchende Neigung (302).

III. Die Lage der Schnur kann von der, in welcher sie die größte Neigung hat, beträchtlich abweichen, wenn gleich sie in jener Lage eine Neigung hat, die von der größten nur sehr wenig unterschieden ist; wie aus den Gesetzen, nach welchen sich eine veränderliche Größe um ihre größten oder kleinsten Werthe herum ändert, folgt.

Man kann also des Ganges Fallen nach II ohne großen Irthum finden: aber nicht so sicher der Schnur Lage, welche mit der der Falllinie übereinkömmt.

Zweiter Fall: Wenn man nur an des Ganges Liegende kommen kann.

IV. Gewöhnlich treibt man da senkrecht ein paar Spreitzen an; nimmt darauf gleich große Stücke und zieht durch deren Endpunkte eine Schnur, welche mit der Fallinie parallel seyn wird.

Bey diesem Verfahren hat man nicht viel Genauigkeit zu erwarten.

V. Herr Hofr. **Kästner** schlägt (Markscheidekunst, 177. Seite) eine Setzwage vor, die aber genauer eingetheilt und größere Winkel anzugeben vorgerichtet seyn müßte, als man gewöhnlich findet. Diese würde allemal die Lage einer schiefen Ebne bequem angeben, auf der man sie setzte.

VI. Man könnte auch (nach Herrn Hofr. **Kästner**) an einen Faden eine schwere Kugel binden;

Diesen an einen Punkt des Liegenden anhalten, und sich auf dieser Ebne so stellen lassen, wie ihn der Kugel Gewicht stellt.

Sie bringt ihn in die Lage der Fallinie (296 und Statik 95).

Dieser Neigung findet man, wenn man eine Setzwage (V) an sie bringt;

Oder, auf sie ein Loth herabhängen läßt. Der Winkel, den es mit ihr macht, ist die Ergänzung ihrer Neigung, welche man unter andern nach § 259 finden kann.

VII. Bey diesem Verfahren wird vorausgesetzt, daß man das Liegende **eben** annehmen darf. Dies kann man nicht allemal.

2.) Wenn des Ganges Streichen bekannt.

VIII. Da befestige man in sein Hangendes oder Liegendes eine Schnur, und führe sie so lange herum, bis der daran gehängte Compaß ein Streichen zeigt, das von des Ganges seinem um 6 Stunden verschieden ist:

Die Schnur ist alsdann in der Lage der Fallinie (297).

IX. Gegründete Erinnerungen wider dieses Verfahren, macht Herr Hofr. **Kästner**, Markscheidekunst, 26. Anmerk. 5. §.

§. 320.

Die Lage eines Ganges so genau als möglich zu finden, sind die bisherigen Verfahren nicht hinreichend.

Wir werden unten ein weit besseres lehren.

§. 321.

Da ein Gang seine Lage oft ändert: So muß man selbige an mehreren Stellen zu erforschen suchen.

§. 322.

Was bisher (317... 321) von Gängen gesagt worden, ist auch auf Klüfte und Flötze, mit einiger Aenderung, die leicht in die Augen fällt, anwendbar.

XIV.

Abziehen (demetatio).

---

§. 323.

Einer jeden vorgegebenen geraden Linie AB Größe und Lage; oder, welches eben das, den wahren Abstand des Punktes B von A, und seine Lage gegen A, zu finden.

Auflösung.

1.) Wenn des Compasses Gebrauch verstattet.

I. Man messe die vorgegebene Linie mit der Lachterkette oder dem Lachterstabe;

II. Suche die Grade ihrer Neigung, und bemerke dabey, ob sie steige oder falle;

III. Ferner ihre observirte Streichung,

Und daraus, und der Magnetabweichung dieser Linie reducirte Streichung:

So ist geschehen, was man verlangt, (54).

2.) Wenn 1) nicht statt findet.

IV. Da nehmen die Markscheider die Eisenscheiben zu Hülfe, und verfahren nach § 215.

V. Statt ihrer kann man sich folgender Methode mit weit mehrerer Zuverläßigkeit bedienen:

1.) Man ziehe (Fig. 70) eine Linie BC so, daß man mit dem Compasse ihre observirte Streichung und deren Beschaffenheit, und daraus und der Magnetabweichung ihre reducirte Streichung, erfahren kann;

2) Merke, ob sie von B aus, der AB zur rechten oder linken liege;

3) Messe auf BA, BC, gleich große Stücken, wie § 259 III erfodert; überdies noch die Sehne AC;

4) Suche hierauf der Linien BA, BC Neigungen;

5) Dann den Winkel ABC, (259).

6) Und aus diesem und den in 4) gefundenen Größen, den AB, BC zugehörigen söhligen Winkel, (nach 260).

7) Aus diesem endlich und dem in 1) gefundenen Streichen (175 III) der Linie BC auch der in 2) gemachten Bemerkung, das Streichen der BA, (256).

8) Ist nun dieses $\pm \beta$: So ist der AB ihres $\mp \beta$, (204).

9) Hätte man der BC observirte Streichung nicht durch den Compaß finden können: So hätte man von C oder B aus, eine oder mehrere andere Schnuren ziehen müssen, bis der letztern ihre observirte Streichung mit dem Compasse gesucht werden konnte; daraus hätte man (nach V) der nächsten Linie CB oder BC ihr Streichen, und aus dem der AB ihres (nach 256) zu finden gehabt.

§. 324.

§. 324.

Einer Linie Größe und Lage finden, heißt sie abziehen, und die abgezogene Linie selbst, ein **Markscheiderwinkel**.

§. 325.

Letzterer Benennung werden wir uns nicht bedienen, weil sie zu Irrungen leicht Anlaß geben kann, und der Sache gar nicht angemessen ist.

§. 326.

Mehrere abgezogene Linien machen einen **Markscheiderzug**, kurz: einen Zug aus.

§. 327.

Man verrichtet daher einen **Markscheiderzug**, wenn man die Lage und Größe mehrere gleichsam in einer Reihe nach einander folgende Linien sucht: Also die Lage und wahren Abstände der Punkte, zwischen den diese Linien gezogen sind, oder sich ziehen lassen.

§. 328.

Die Punkte A, B, C, D, E, ... F (Fig 63) abzuziehen, d. h. ihre Lage zu bestimmen, oder von A bis F einen Zug zu verrichten, (327).

Auflösung.

I. Man nehme einen von diesen Punkten, A, zum Anfangs= oder Anhaltepunkt an;

Ziehe von diesem auf einem andern B, mittelst der Schnur die gerade Linie A B;

Und bestimme ihre Größe und Lage, (nach 323).

II.) Nun ziehe man von B auf einen dritten Punkt C, eine gerade Linie BC;

Und bestimme gleichfalls ihre Größe und Lage.

III. So verfahre man mit allen übrigen Linien, die sich von C nach D; dann nach E, u. s. w. ziehen lassen.

IV. Kann man nicht, (welches sich fast allemal zuträgt), von einem Hauptpunkte, B, zum andern C un=

C unmittelbar mit der Schnur eine gerade Linie ziehen:

So erwähle man schickliche Zwischenpunkte, und bestimme deren Lage, wie vorhin; wodurch denn auch die Lage der Hauptpunkte C, B, bestimmt wird, (54).

§. 329.

Vorstehende Aufgabe setzt voraus:

I. Daß an alle den Punkten, die man nach einander in einer gewissen Zeit abzieht, einerley Magnetabweichung ist; welche so, wie die Erfahrung lehrt, bey nicht gar weit von einander entlegenen Oertern, z. E. 10 und mehrere Meilen, ohne merklichen Irthum angenommen werden kann.

II. Den Parallelismus der Richtungen der Mittagslinien in diesen Punkten. Genau genommen, sind sie nicht gleichlaufend; doch werden sie unter folgenden Umständen der parallelen Lage sehr nahe kommen.

1) Wenn die Punkte nahe am Aequator liegen;

2) Und nicht weit von einander entfernt sind.

Dieser zweyte Umstand reicht schon in den meisten Fällen zu.

III. Die parallele Lage aller Vertikallinien; welche man ohne merklichen Irthum nur bey nicht weit von einander entlegenen Oertern annehmen kann.

§. 330.

I. Aus vor. §. I, II. folgt, daß man bey Oertern die ziemlich nahe an einander liegen, ihre Mittagslinien und Magnetlinien als parallel ansehen kann.

Aber die Abweichung der Mittagslinien von der parallelen Lage wird schon merklich, wenn ihr Abstand einige Meilen beträgt.

Ist nun an zween Oertern A, D, (Fig. 71) die Magnetabweichung einerley: So weichen die dadurch gehenden Magnetlinien von der parallelen Lage um einen

einen so großen Winkel ab, als dieser Oerter Mittagslinien.

Dieser Winkel giebt den Fehler, den man wegen der Annahme der parallelen Lage (vorigen §, II) begeht.

Ihn also schätzen zu lernen, dient folgendes:

II. Auf die durch A gehende Mittagslinie δa ziehe man eine rechtwinklichte Linie $D\delta$, und durch A parallel AL mit $D\delta$: So sind $D\delta$, AL Stücken von Parallelkreissen, in den A, D liegen, und $A\delta$ ist der Abstand dieser Parallelkreisse, mithin der Unterschied der Breiten von A, D.

Es sey $A\delta = b$, $D\delta = a$.

Diese Größen lassen sich finden, wenn man A, D in Grundriß verzeichnet, und durch A eine Magnetlinie zieht; Hierauf aus der Magnetabweichung in Aa die Mittagslinie δa durch A bestimmt, und auf diese von D ein Loth $D\delta$ fällt; da man alsdann $D\delta$, $A\delta$ mit dem gebrauchten verjüngten Maasstabe finden kann.

Heißt nun des Orts A Breite λ: So ist des Orts D seine $= \lambda - b$; wo man b in einen Bogen verwandeln muß, indem man schließt, 57107,5 par. Toisen: b in Toisen = 60 Minuten: der gesuchten Anzahl von Minuten die auf b gehen.

Nennt man ferner den zu suchenden Winkel φ: So hat man

$$\tan \varphi = \frac{a}{b} \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{Cos} \lambda}{\operatorname{Cos} (\lambda - b)}\right).$$

III. Hier ist noch zu erinnern, daß, wenn die Breite des Orts A nicht sonst woher bekannt ist, man selbige aus einer guten Landkarte nehmen muß.

Wäre auf dieser auch D: So wüßte man auch daher dieses Orts Breite, und folglich hätte man so

Aδ in Bogen, ohne es zu berechnen; auch liesse sich daselbst Aδ, Dδ in Längenmaase finden.

§. 331.

Sind A und D zween Punkte des Zugs, C der Mittelpunkt der Erdkugel: So kann man AC für die Lage des Gradbogens Perpendikel im Punkte A, und DC für die im Punkte D, annehmen.

Ist nun DE mit AC parallel: So zeigt der Gradbogen im Punkte D eine Neigung, die um EDC = DCA fehlerhaft, (330, III).

Für AD = 1 geographische Meile beträgt DCA = 4 Minuten.

§. 332.

I. Der Markscheider hat die Lage von Punkten, die ihm zu seinen Angaben nöthig sind, sowohl über Tage als in der Grube zu bestimmen.

Jene Bestimmung geschieht durch den **Tagezug**, diese durch den **Grubenzug**.

II. Bey jedem Zuge aber pflegt man in dem Anhaltepunkte ein Merkmal, entweder in das feste Gestein einzuhauen, oder in ein befestigtes Grubenzimmer einzuschneiden, oder auch über Tage durch einen Pfahl anzugeben.

Ein solches Merkmal heißt ein **Markscheiderzeichen**.

III. Dergleichen in den Hauptpunkten anzugeben, darf nicht ausser Acht gelassen werden; weil dadurch bey Wiederholung eines Zugs, die erste Schnur allemal in einerley Punkt, wie gehörig, angehalten werden kann.

IV. Solche Zeichen auch bey Zwischenpunkten anzubringen, ist nicht nur zu gleicher Absicht dienlich, sondern, es können dadurch auch die Fehler, die beym

Abziehen

Abziehen etwa vorgefallen sind, durch des Zugs Wiederholung, desto eher entdeckt werden.

V. Ueberdies ist die Bemerkung solcher Zeichen nothwendig, wenn ein Zug nicht auf einmal beendiget werden kann, sondern zu verschiedenen Zeiten nach zu bringen hat; oder wenn von einem Punkte aus, nach verschiedenen Gegenden gezogen werden muß.

VI. Bey allen Zügen muß man sich die Linien nach ihrer Größe und Lage in der Ordnung aufschreiben, oder einschreiben, in der sie abgezogen worden.

Zu dieser Absicht macht man sich in die Schreibtafel folgende Columnen:

Wahrer Abstand										
Lachter	Achtel	Zolle	Steig.	Fall	Grade	Minuten	Weltgegend	Stunden	Achtelst.	Anmerkungen.

Die an einer Linie gemessenen Größen nun werden allmal in eine Zeile nach der Ordnung, wie der Columnen Ueberschriften zeigen, geschrieben.

In der letzten Columne, wird alles das gebracht, was zu der Bestimmung des Orts Gegend gehört, wo man zieht. Es sind also daselbst die angebrachten Markscheiderzeichen genau anzumerken, überdies noch viele andere Umstände, die die Absicht eines Zugs erfodert. So kann z. B. darinne angezeigt werden: wo ganz Ort ansteht; wo Schächte und Gesenke vorhanden; die Lage und Entfernung von Tageschächten u. s. w.

VII. Bey jedesmaligen Abziehen muß man die Magnetabweichung zu erforschen suchen und sich dieselbe nebst der Zeit der Beobachtung und des Abziehens anmerken, um allemal bey Fertigung des Grundrisses und dergleichen sich der reducirten Streichung bedienen zu können, welches besonders bey Zügen nöthig, deren Theile zu verschiedenen Zeiten verrichtet worden.

VIII. Uebrigens ist über das Abziehen das dritte Hauptstück des Herrn von Oppels Markscheidekunst nachzulesen; Auch Herrn Cancrinus Markscheidekunst 1027 ... 1038 §; Voigtels und Bayers Markscheidebücher.

§. 333.

A und F (Fig. 63) seyen zween Punkte, von den man von einem zum andern unmittelbar durch die Schnur keine gerade Linie ziehen kann: Man soll ihren söhligen- und seigern, auch wahren Abstand, und ihre Lage; oder, der Linie AF Größe, Sohle und Seigerteufe, Neigung und Streichen, finden.

Auflö-

Auflösung.

1) Zwischen A und F nehme man Zwischenpunkte B, C, D, E, an, um von A bis F abziehen zu können.

2) Man verrichte diesen Zug (328):

3) So findet man dadurch der AB, BC, CD, DE, EF, Größe, Neigungswinkel und Streichen. Aus diesen läßt sich deren Sohlen und Seigerteufen, und dann deren Streichungsinusse und Streichungkosinusse berechnen, (263, 264; 282, 284).

4) Die Summe der Seigerteufen und Sohlen, giebt der AF Sg. und Sohle, (273).

5) Aus $\sqrt{[(\text{Sg. AF})^2 + (\text{S. AF})^2]}$ erhält man AF, (268).

6) Der Seigerteufen Summe dividirt durch der Sohlen Summe, giebt der Linie AF Neigung, und ob sie steigt oder fällt, (268, 269).

7) Auch erhält man durch die Division der Summe der berechneten Streichungkosinusse in die Summe der gefundenen Streichungsinusse, dieser Linie AF Streichen und dessen Beschaffenheit (285, 286). Dieses aber ist observirte oder reducirte Streichung, nachdem es der abgezogenen Linien ist.

8) Hätte man von einem andern Punkte C nach A und F gezogen: So nehme man das entgegengesetzte der Seigerteufen, Streichungsinusse und Streichungkosinusse der Linien entweder zwischen C und A, oder C und F; und verfahre wie vorhin.

§. 334.

I. Wenn nach 4) vor. §, Sgt AF = 0 kommt: So erhält man AF = S AF;

II. Kommt aber S AF = 0: So wird AF = Sg AF.

III. In 7) giebt Steichungkosinus AF = 0, das Streichen von AF = 6^h, aber = 0^h oder 12^h, wenn Streichungsinus AF = 0.

§. 335.

Folgende Paragraphen werden die besondern Fälle enthalten, worauf der 333 § anzuwenden ist; wiewohl einige nicht die völlige Auflösung erfodern.

§. 336.

Wenn von F bis A ein Schacht seiger abzusinken: So giebt § 334 I seine Tiefe.

§. 337.

Darnach findet man auch, wie viel von einem gegebenen Punkte F aufn Gebürge bis zu einem andern nicht weit entlegenen, Wasserfälle eingebracht wird.

§. 338.

I. Wenn von A auf dem Gebürge bis gerade unter oder über F ein Ort zu treiben:

So giebt § 334 II, seine söhlige Länge; und dieser Streichen § 333, 7).

II. Man giebt der Sohle eines Orts wegen dem freyen Abzüge der Wasser auf 100 Lachter Länge $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ Lachter Rösche, d. h. man giebt der untersten Fläche eines Orts eine Neigung, die eine Linie von 100 Lachter Länge haben muß, wenn ihre Seigerteufe $= \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ Lachter seyn soll.

Wenn man daher nach I des Orts Länge = l gefunden hat, und p die auf 100 Lachter zugebende Rösche bedeutet; So giebt $\frac{p. l}{100}$ die der l zugehörige Rösche.

§. 339.

Von F aufn Gebürge soll ein Schacht seiger abgesunken werden: Man verlangt seine Tiefe bis auf die Sohle eines gerade nach ihm getriebenen Ortes.

Da nimmt man auf der Sohle einen Punkt A an, und zieht bis F ab. Dadurch kann man nach § 333, 4) der Punkte A und F seigere Entfernung

= P

$= P$, und ihre söhlige Länge $= l$ finden; daraus aber die verlangte Tiefe $= P - \frac{p. l}{100}$, (338, II).

§. 340.

I. Die völlige Auflösung des 333. § erfodert die Angebung eines Durchschlages, wenn man, um frische Wetter zu bringen oder Wasser abzuzapfen von einem gegebenen Punkte aus ansitzen, und bis in einen andern gegebenen erschlagen will; es mag nun dies durch Ueberhauen, Absinken, oder Oertertreiben geschehen.

II. Unter diesen Fall ist auch der: Gegenörter anzugeben, die, um einen ofnen Durchschlag zu beschleunigen, gegen einander getrieben werden, wenn die Punkte, wo damit anzusitzen, gegeben sind:

§. 341.

Von dem bisherigen (334 ... 340) ist nachzulesen, **von Oppel** § 792 bis 806.

XV.

Analytische Lehnsätze.

---

§. 342.

Unter den Größen findet man welche, die beständig wachsen oder abnehmen, mittlerweile andere eben dieselben bleiben.

Jene heisen **veränderliche**, diese **beständige**.

§. 343.

I. Verändert sich eine Größe x indem sie um eine andere e wächst oder abnimmt: So wird aus x nun $x \pm e$.

II. Ist

II. Ist dieses e so klein, daß e^2, e^3, u. s. w. in Vergleichung x als verschwindend anzusehen, und also genannte Potenzen ohne merklichen Irthum in der Rechnung weggelassen werden können: So heißt hier e das **Differentiale** von x.

III. Dies zu bezeichnen setzt man vor x das d, daß also $dx = e$, wo man d nicht als ein in x multiplicirten Faktor ansehen muß; sondern als ein ähnliches Zeichen, mit l, und $\sqrt{}$, wovon bekannlich jenes den Logarithmen einer Größe und dieses die Quadratwurzel aus einer Größe bezeichnet.

IV. Mit den Differentialien hat es zwar in der **höhern Mathematik** eine andere Bewandniß; allein hier werden sie nur in angeführten Sinne genommen.

§. 344.

I. Wenn a eine beständige Größe:
So ist

$$da = 0 \text{ (342, 343, I.)}.$$

II. Also

$$d(x \pm a) = dx.$$

§. 345.

Ist y auch eine veränderliche Größe:
So ist

$$d(y + x) = dy + dx$$
$$d(y - x) = dy - dx.$$

§. 346.

$$\text{I. } d(x.y) = xdy + ydx.$$
$$\text{II. } d(a\,y) = ady.$$
$$\text{III. } d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2}.$$
$$\text{IV. } d\left(\frac{a}{y}\right) = \frac{-ady}{y^2}.$$

V. d

$$\text{V. } d\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{adx}{a^2} = \frac{dx}{a}.$$

§. 347.

Da negatives Wachsthum, Abnehmen bedeutet: So wird, wenn man in $x\,y$ oder $\frac{x}{y}$ die dx, dy negativ nimmt, also die Größen x, y um dx, dy abnehmen läßt.

$$d\,(x\,y) = -\,xdy - ydx$$

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = -\,\frac{ydx + xdy}{y^2}.$$

§. 348.

$$\text{I. } d \sin x = \operatorname{Cos} x.\ d\,x.$$

$$\text{II. } d \operatorname{Cos} x = -\sin x.\ dx.$$

$$\text{III. } d \operatorname{tang} x = \frac{dx}{\operatorname{Cos} x^2}.$$

$$\text{IV. } d \operatorname{Cot} x = \frac{-\,dx}{\sin x^2}.$$

$$\text{V. } d \sec x = \frac{\operatorname{tang} x.\ dx}{\operatorname{Cos} x}.$$

$$\text{VI. } d \operatorname{Cos} x = -\,\frac{\operatorname{Cosec} x.\ dx}{\operatorname{tang} x}.$$

Hiebey ist zu merken, daß man unter dx die Veränderung eines Bogens in Decimaltheilen des Halbmessers 1 verstehen muß. Wenn daher dx in Sekunden gegeben wäre: So müßte man in diese Formeln $\frac{dx}{206264}$, (211, IIII) statt dx setzen.

§. 349.

I. Die natürlichen Logarithmen gehören zu einem System, dessen Basis $= 2,71828\ldots$

Ihre

Ihre Berechnung lernt man in der höhern Mathematik, und in Schulzens Sammlung mathematischer Tafeln findet man sie von Herrn Wolfram berechnet.

II. Es sey nun b die Basis eines Logarithmen Systems: So giebt $\frac{1}{\log\ nat\ b}$ eine Zahl, die dieses Systems Modulus heißt.

Er sey M: So ist $M = 1$ bey den natürlichen Logarithmen, und $= 0,43429\ldots$ bey den briggischen.

§. 350.

$$d \log x = M \frac{dx}{x}.$$

$$d \log nat\ x = \frac{dx}{x}\ (349, II).$$

§. 351.

I. $d \log \sin x = M \operatorname{Cot} x.\ dx$

II. $d \log \operatorname{Cosin} x = - M \operatorname{tang} x.\ dx.$

III. $d \log \operatorname{tang} x = \frac{2 M.\ dx}{\sin 2x}.$

IV. $d \log \operatorname{Cot} x = - \frac{2 M.\ dx}{\sin 2x}.$

V. $d \log \sec x = M \operatorname{tang} x.\ dx.$

VI. $d \log \operatorname{Cosec} x = - M \operatorname{Cot} x.\ dx.$

§. 352.

Die bisher vorgetragenen Formeln werden in der Differentialrechnung abgehandelt, wo man sie aus der Lehre von den Gränzen der Verhältnisse herleitet.

Dieser Formeln Ursprung einzusehen muß man mit genannter Rechnung bekannt seyn; welches man aber von dem Markscheider nicht verlangen kann.

XVI.

Von den Folgen der Fehler in den Messungen.

§. 353.

Viele Umstände tragen bey, daß der Markscheider die ihm nöthigen Data (55) nicht vollkommen genau ausmessen kann.

Die meisten können zwar vermieden werden; aber wenn man auch bey dem Verfahren alle mögliche Sorgfalt anwendet: So sind doch wegen der **Werkzeuge Beschaffenheit** (V) und des **Gesichtes Unvollkommenheit** immer Fehler in den Messungen zu befürchten, deren Beträchtlichkeit von der Güte der Instrumente und der Augen abhängen.

§. 354.

Falsch gemessene Data verändern, was man daraus sucht, oder machen es unrichtig. Diese Veränderung heißt die **Folge** der in den gemessenen Dingen vorgefallenen Fehler in Rücksicht der zu suchenden Größe.

§. 355.

Die Fehler (353) können verursachen, daß das Gemessene zu groß oder zu klein ausfalle.

Welches von beyden geschieht, läßt sich in diesem oder jenem Falle nicht ausmachen.

Man muß beydes annehmen und die Folge (354) davon berechnen.

§. 356.

Ob diese Fehler merklich, läßt sich ausmachen, wenn man mehrere Stücke mißt, als die Theorie erfodert.

Trift alles: So kann man doch nicht sagen, daß man in keinem Stücke gefehlt habe. Denn die Fehler

können bald positiv, bald negativ seyn und also einander aufheben.

Deshalb kann man dadurch auch nicht die eigentliche Größe der Fehler bestimmen.

§. 357.

Man thut wohl, wenn man die zu messenden Größen etlichemal mißt, und daraus das Mittel nimmt.

Aber das würde eine große Verzögerung der Arbeit seyn; daher mißt man die Dinge, wenn nicht eine ausserordentliche Schärfe der Arbeit erfodert wird, einmal und berechnet nun die Folge.

§. 358.

Dazu muß man die Größe der Fehler (353) wissen. Diese aber läßt sich sehr schwer ausmessen (355): Man muß daher etwas bestimmtes festsetzen, und hiezu den **größten unvermeidlichen Fehler** nehmen, der sich von der Beschaffenheit des Werkzeugs erwarten läßt; weil dadurch die **möglichste Zuverläßigkeit** entschieden werden, und dieser Fehler wirklich vorhanden seyn kann.

§. 359.

Wenn man die Data (55) zu verschiedenen Zeiten an einer scharf ausgespannten Schnur mit der größten Sorgfalt mißt [323 §, 1)]: So kann man durch die Erfahrung bestimmen, wie viel sich für den größten unvermeidlichen Fehler jedes Werkzeuges ansetzen läßt.

§. 360.

Die Data (55) liegen in einem rechtwinklichten Dreyecke (21, 51), und daraus berechnet man Sohle und Seigerteufe, Streichsinus und Streichcosinus (51, 52), alles Dinge, die die Markscheiderangaben erfodern (54).

Diese

Diese Dinge aber kann man nicht vollkommen richtig erhalten, weil man die Data (55) nicht vollkommen genau messen kann (353).

Man muß daher durch Berechnung der Folge der Fehler die möglichste Zuverläßigkeit genannter Dinge zu erhalten suchen.

§. 361.

Es sey H die Hypothenuse, P ein Cathede, und p dessen gegenüberstehender Winkel: So druckt die Formel.

$$P = H. \sin p$$

allgemein die Verhältnisse zwischen den bekannten und gesuchten Größen (360) aus.

Nun ist klar, daß man aus ihr auch allgemein bestimmen kann, um wie viel sich die gesuchten Größen ändern, wenn die bekannten etwas falsch gemessen, und daher etwas anders angenommen worden, als sie in der That sind.

Diese Bestimmung geschieht mittelst den im vorigen Abschnitte gegeben Formeln, wenn man die Fehler als solche Veränderungen der bekannten Größen ansehen kann, wie sie § 343 II, heischet.

§. 362.

Zu finden, um wie viel sich P ändert, wenn H und p falsch gemessen worden.

Auflösung.

I. $dP = H \operatorname{Cos} p \, dp + \sin p \, dH$, (361, 346, 348)

II. $\frac{dP}{P} = \frac{1}{H} dH + \operatorname{Cot} p \, dp$ (361, 345, 350, 351).

$$= \frac{dH}{H} + \frac{dp}{\operatorname{tang} p}.$$

 Durch

Durch letztere Gleichung erhält man die Verhältnisse der Fehler zu den zugehörigen Catheden; und man kann also aus ihr allemal finden, bis auf den wievielsten Theil des Catheden man sicher ist.

§. 363.

Wenn p die Neigung der Linie H: So ist

I.) $d\,\text{Sg}\,H = \sin p\, dH + H \operatorname{Cos} p\, dp$

$d\,\text{Soh}\,H = \operatorname{Cos} p\, dH - H \sin p\, dp.$

II.) $\dfrac{d\,\text{Sg}\,H}{\text{Sg}\,H} = \dfrac{1}{H} dH + \operatorname{Cot} p\, dp$

$= \dfrac{dH}{H} + \dfrac{dp}{\text{tg}\, p}$

$\dfrac{d\,\text{S}H}{\text{S}H} = \dfrac{1}{H} dH - \text{tg}\, p\, dp$

$= \dfrac{dH}{H} - \dfrac{dp}{\operatorname{Cot} p}.$

§. 364.

Wenn p die Streichung, und H als die richtig gefundene Sohle der Linie H', folglich dH = 0 angenommen wird: So hat man

I) $d\,\text{Strs}\,H' = H \operatorname{Cos} p\, dp$

$d\,\text{Strk}\,H' = - H \sin p\, dp;$

II) $\dfrac{d\,\text{Strs}\,H'}{\text{Strs}\,H'} = \operatorname{Cot} p\, dp$

$= \dfrac{dp}{\text{tg} p}$

$\dfrac{d\,\text{Strk}\,H'}{\text{Strk}\,H'} = - \text{tg}\, p\, dp$

$= - \dfrac{dp}{\operatorname{Cot} p}.$

§. 365.

§. 365.

Die vorhergehenden Formeln (362, 363, 364) setzen voraus, daß die wahren Größen H, p, etwas zu groß gemessen worden, mithin die Fehler positiv sind.

Wäre H, p etwas zu klein gemessen, so müßte man in genannte Formeln dH, dp negativ setzen.

Wegen 355, 358, muß man aber das Positive und Negative so nehmen, daß man das größte dP oder $\frac{dP}{P}$ erhält.

§. 366.

Exempel zu §. 363, I.

I. Es sey

H = 10 Lr 5 Zoll

p = 40° 25 Min.

wirklich gemessen, und zwar H um 5 Zoll, und p um 5′ zu groß: So sind die wahren Größen für

H = 10 Lr = 800 Zoll

p = 40° 20′.

Ferner hat man

dH = 5 Zoll

$$dp = \frac{5}{206264}$$

$$= 0{,}000024.$$

II. Also

d Sg 10 Lr 5 Z, = 3,251 Zoll

d S = 3,809.

Zu angeführten §. II.

III. Bey den angenommenen Größen

$$\frac{d\,Sg\,H}{H} = 0{,}00625 + 0{,}00003 = 0{,}00628$$

$$\frac{d\,\mathfrak{S}\,H}{\mathfrak{S}\,H} = 0{,}00625 - 0{,}00002 = 0{,}00623;$$

woraus erhellet, daß die angenommenen Fehler von H, p einen solchen Einfluß haben, daß man bey der Seigerteufe nur bis auf 0,00628 ihrer Größe, und bey der Sohle auf 0,00623 ihrer Größe sicher ist.

IV. Wäre H um 5 Zoll zu klein gemessen: So wär $dH = -5$ Zoll: also $\frac{dH}{H} = -\frac{5}{800} = -0{,}00625$, wodurch man erhält

$$\frac{d\,\mathfrak{S}g\,H}{\mathfrak{S}g\,H} = -0{,}00622$$

$$\frac{d\,\mathfrak{S}.\,H}{\mathfrak{S}.\,H} = -0{,}00627.$$

V. Aus III und IV zusammen, läßt sich schliessen: daß für das negative dH, die Zuverläßigkeit bey der Seigerteufe bis auf $\frac{62}{1000}$ und bey der Sohle bis auf $\frac{63}{1000}$ deren Größe, reichet, aber für das positive dH umgekehrt ist.

§. 367.

I. Wenn in 363, $dp = 0$: So ist

$$d\,\mathfrak{S}g\,H : d\,\mathfrak{S}\,H = \sin p : \cos p \text{ (I)}$$

$$d\,\mathfrak{S}g\,H : d\,\mathfrak{S}\,H = \mathfrak{S}g\,H : \mathfrak{S}\,H. \text{ (II)}.$$

Auch hat man aus a. O. II

$$d\,\mathfrak{S}g\,H : \mathfrak{S}g\,H = dH : H = d\,\mathfrak{S}\,H : \mathfrak{S}\,H.$$

Hieraus folgt:

$$\mathfrak{S}g\,H \pm d\,\mathfrak{S}g\,H : H \pm dH = d\,\mathfrak{S}g\,H : dH;$$

$$\mathfrak{S}\,H \pm d\,\mathfrak{S}\,H : H \pm dH = d\,\mathfrak{S}\,H : dH.$$

Ist

Ist $dH = 0$: So ist (aus a. D. I)

$$\frac{d\,Sg\,H}{d\,S\,H} = -\frac{\mathrm{Cos}\,p}{\sin\,p} = -\mathrm{Cot}\,p$$

$$= \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1$$

Also

$$d\,Sg\,H : d\,S\,H = \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1.$$

III. Aus 364 hat man

$$d\,Strs\,H' : d\,Strk\,H' = \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1:$$

Also

$$d\,Sg\,H : d\,S\,H = d\,Strs\,H : d\,Strk\,H.$$

§. 368.

In der Formel VII § 259 sey $r = 1$; $ab = a$, $Ca = b$; und a und b etwas falsch gemessen:

Man verlangt die Aendrung vom Winkel C.

Auflösung.

$$dC = 2\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}C\left(\frac{da}{a} - \frac{db}{b}\right).$$

Beweis.

$$\sin\,\tfrac{1}{2}C = \frac{a}{2b},\ (\text{a. D.})$$

$$d\log\sin\tfrac{1}{2}C = d\log a - d\log b,$$

$$M\,\mathrm{Cot}\,\tfrac{1}{2}C\,d\,\tfrac{1}{2}C = M\frac{da}{a} - M\frac{db}{b},\ (351,\ I.);$$

woraus angegebene Formel folgt.

§. 369.

Oft kann man $db = 0$ nehmen, in diesem Falle ist

$$dC = 2\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}C\,\frac{da}{a}.$$

Auch hat man alsdann

$$dC = \frac{da}{b \operatorname{Cos} \frac{1}{2} C}$$

wie sich leicht, mittelst 346 V und 348 I, aus $\sin \frac{1}{2} C = \frac{a}{2b}$ finden läßt.

§. 370.

In der letzten Formel für dC wird $\operatorname{Cos} \frac{1}{2} C$ immer kleiner, je näher C an 180° kommt, also $\frac{da}{b \operatorname{Cos} \frac{1}{2} C}$ immer größer.

Folglich gehören gleichen Aenderungen von a immer größeren von C zu, je näher C an 180° rückt.

§. 371.

Exempel zu §. 369.

Es sey

$$b = 5 \text{ Achtellr.}$$

Hätte man nun a auch so groß gefunden: So würde man

$$C = 60°, \text{ folglich}$$
$$\tfrac{1}{2}C = 30°$$

nehmen.

Gesetzt aber, es wäre bey Messung des a der Fehler von

$$0,001 \text{ Achtellachter} = da$$

begangen worden: So würde

$$d\,60° = \frac{0,001}{5 \cdot \operatorname{Cos} 30°}$$
$$= \frac{0,0002}{\operatorname{Cos} 30°}$$

in

in Decimaltheilen des Halbmessers, und folglich in Sekunden

$$= \frac{0{,}0002}{\mathrm{Cos}\, 30^\circ} . 206264$$

seyn.

Die Berechnung läßt sich bequem durch Logarithmen bewerkstelligen. Man hat

$$\log d\, 60^\circ = \log 0{,}0002 - \log \mathrm{Cos}\, 30^\circ$$
$$+ \log 206264.$$

Aber

$$\log 0{,}0002 = 0{,}3010300 - 4$$
$$\log \mathrm{Cos}\, 30^\circ = -9{,}99375306 + 10$$

$$\log 0{,}0002 - \log \mathrm{Cos}\, 30^\circ = 0{,}3634994 - 4.$$
$$\log 206264 = 5{,}3144251$$

$$\log d\, 60^\circ = 1{,}6879245$$
$$d\, 60^\circ = 48'', 74.$$

So viel betrüge C über oder unter 60°, nachdem a um 0,001 kürzer oder länger wäre als 5.

Wäre

$$da = 0{,}01:$$

So wäre

$$d\, 60^\circ = 487'', 4$$
$$= 8'\, 7'', 4.$$

Man sieht, daß man a mit aller möglichsten Genauigkeit zu messen habe. Auch ist klar, daß, wenn man b = 10 Achtellachter genommen hätte, ein Fehler in a nur einen halb so großen im Winkel C gegeben hätte.

§. 372.

Wenn in § 260 die Größen p, q etwas falsch gemessen:

Zu finden, um wieviel sich h ändert.

Auflösung.

$$dh = 2\,tg\,\tfrac{1}{2}h\,[(2\,tg\,p + Cot[g+p-q] - Cot[g-p+q])\,dp + (2\,tg\,q - [Cot(g+p-q) - Cot(g-p+q)]\,dq].$$

Beweis.

Für den Sinus totus = 1 ist (260)

$$\log \sin \tfrac{1}{2}h = 2(\log \sin \tfrac{1}{2}(g+p-q) + \log \sin \tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - \log Cos\,p - \log Cos\,q).$$

Also:

$$d\log \sin \tfrac{1}{2}h = 2(d\log \sin \tfrac{1}{2}(g+p-q) + d\log \sin \tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - d\log Cos\,p - d\log Cos\,q);$$

woraus sich nach §. 351 mit gehöriger Aenderung angegebene Formel findet.

§. 373.

Wegen §. 358 wird man $dp = dq$ nehmen können. Alsdann aber hat man

$$dh = 4\,tang\,\tfrac{1}{2}h\,(tg\,p + tg\,q)\,dp.$$

Exempel.

Nach § 260 III ist

$$\tfrac{1}{2}h = 47^\circ\, 49'$$
$$p = 50^\circ\, 30'$$
$$q = 23^\circ\, 30'.$$

Nun sey

$$dp = \frac{5}{206264} = 0{,}000024.$$

Man

Man hat aber

$$\begin{array}{rl} \text{tg } p = & 1,2130970 \\ \text{tg } q = & 0,4348124. \\ \hline & 1,6479094 \\ \log \text{ davon} = & 0,2169309 \\ \log\ 4 = & 0,6020600 \\ \log \text{tg} \tfrac{1}{2} h = & 10,0427689 - 10 \\ \log dp = & 0,3002112 - 5 \\ \hline & 0,2419710, - 4 \\ \log 206264 = & 5,3144251 \\ \hline & 1,5563961 \end{array}$$

$dh = 36'', 008.$

Woraus man sieht, daß man nach §. 260 den söhligen Winkel zwoer Schnuren genauer, als mittelst des Compasses finden kann, wenn man auch allemal beym Messen der p, q, um 5′ fehlen sollte, woferne nur g richtig gefunden.

XVII.

Berechnung der Züge.

---

§. 374.

Aus den gefundenen Größen (323) der abgezogenen Linien die ihnen zu kommenden Sohlen und Seigerteufen, Streichungssinusse und Streichungkosinusse, auch reducirte Streichung finden, heißt den Zug berechnen.

§. 375.

Dies kann nun für die Sohlen und Seigerteufen nach 263 oder 264, für die Streichungssinusse und Strei-

Streichungkosinusse nach 282 oder 284, und für die reducirte Streichung nach 248 geschehen.

§. 376.

Um aber alle Punkte des Zuges, und die jeder abgezogenen Linie zukommenden Größen leicht zu übersehen, auch allem Irthume, der sich etwa durch Verwechslung dieser Größen ereignen könnte, vorzubeugen, hat man den berechneten Zug in eine tabellarische Form, nach der Ordnung wie die abgezogenen Linien auf einander folgen, zu bringen, und darein aus der Schreibtafel die gefundenen Größen, und dann die berechneten, wie sie zusammen gehören, zu schreiben.

Die ganze Sache wird sich aus folgendem Beyspiele sehr leicht begreifen lassen.

Wahrer Abstand		Neigung			Seigerteufen		Observirte Streichung			Re… te S… chun…
Lr.	Achtllr.		Gr.	Min.	Lr.	Achtllr.	WG.	St.	Achtst.	St.
5	0,00	St.	30	15	2	4,151	Ost	3	2	2
10	0,00	F	40	20	—6	3,778	W.	7	6	6
					—4	1,627				
7	5,90	F	30	10	—2	5,000	W.	11	0	10
					—6	6,627				
3	3,70	St.	30	30	2	0,600	Ost	1	0	0^h
					—4	6,027				
3	3,70	F	30	30	—2	0,600	W.	1	0	12^h
					—6	6,627				
6	2,13	St.	70	25	6	7,230	Ost	5	6½	4
					0	0,603				

§ 376.

ucir= trei= ſ ichtſt.	Sohlen Lr.	Achtellr.	Strſinuſſe. Lr.	Achtellr.	Strkſinuſſe. Lr.	Achtellr.	Anmerkungen. Die Magnetab= weichung war 1° = 15° weſtlich.
							Von Anfangspt. A
2	4	2,553	2	3,191	5	4,720	bis B
6	7	4,983	—7	5,552	1	5,362	bis C
			—5	2,361	5	2,082	AC (§. 119; 132)
0	7	2,110	—3	6,550	6	4,920	bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
0	2	7,920	0	0,000	2	7,920	bis E
			—9	0,911	14	6,922	AE
0	—2	7,920	0	0,000	—2	7,920	zurück bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
6½	2	0,800	1	2,100	0	5,140	Von da bis F
			—7	6,811	12	4,142	AF

§. 377.

Die Streichungsinusse und Streichungkosinusse sind in dieser Tabelle nach der reducirten Streichung berechnet.

Die negativen Seigerteufen, Streichungsinusse und Streichungkosinusse, werden in der Ausübung gemeiniglich mit schwarzer Dinte, die positiven aber, mit rother, geschrieben; wenigstens ist es so in Freyberg im Gebrauch. Man kann auch diese negativen Größen, wie gewöhnlich (Ar. I. 92) andeuten, und vor die positiven nichts setzen; welches auch in vorstehender Tafel geschehen, wo die fallenden Seigerteufen, westlichen Streichungsinussen, und südlichen Streichungkosinussen, die sind, vor den das Zeichen: —, steht.

§. 378.

Bey einem Markscheiderzuge sind oft viele Zwischenpunkte nur angenommen worden, um den Zusammenhang des Zugs zu erhalten, haben aber in den Angaben sonst keinen Einfluß. Man thut daher oft sehr wohl, aus einem berechneten weitläuftigen Markscheiderzuge nur der bey den Angaben nöthigen Punkte Seigerteufen, Streichungsinusse und Streichungkosinusse zu nehmen, und dadurch den berechneten Zug gleichsam in die Kürze zu ziehen. Wie dies geschehen kann, ist leicht aus 272, 289 zu ersehen.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßstab.

---

a) Einrichtung und Gebrauch desselben.

§. 379.

Einen zu fertigen.

Auflösung.

I. Auf BF (Fig. 73) trage man eine gewisse Anzahl gleicher Theile BC = CD = DE ꝛc., und lasse jeden 10 Lachter bedeuten.

II. Man theile den äussersten, BC, in zehn gleiche Theile, B 1, = 1 2 = 2 3 ꝛc.:

So stellt jeder solcher Theil 1 Lachter vor (I, II).

III. Aus B richte man ein Loth BA auf:

IV. Theile selbiges in 8 gleiche Theile A 1 = 1 2 = 2 3 ꝛc.;

V. Ziehe durch die Theilpunkte 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 und A mit BF parallel Linien 7 N, 6 M, 5 L ꝛc.

VI. Alsdann durch A und den Punkt 1 in BF die Linie A 1,

VII. Und mit dieser durch die Theilpunkte 2, 3, 4, 5 ꝛc., in BF die parallelen 1′ 2, 2′ 3, 3′ 4.... 9′C.

VIII. So ist

$$1\,a = \tfrac{1}{8}\,B\,1$$
$$= \tfrac{1}{8}\,\text{Lr.}$$
$$2\,b = \tfrac{2}{8}\,B\,1$$
$$= \tfrac{2}{8}\,\text{Lr.}$$
$$3\,c = \tfrac{3}{8}\,\text{Lr.}$$

u. s. w.

IX. Führt man nun durch C, D ꝛc. Parallelen mit BA:

X. So hat man einen verjüngten Maaßstab gefertigt, der Achtel und ganze Lachter enthält.

Beweis.

XI. Das letzte erhellet aus II; Ersteres aber aus VIII, und dieses aus III, IV, V, VI, und Geom. 25. Satze. Es ist nämlich:

A 1

$$A\,1 : 1a = AB : B\,1,$$

oder

$$A\,1 : AB = 1a : B\,1,$$

Aber

$$A\,1 = \tfrac{1}{8} AB \text{ (IV)}.$$

Also auch

$$1a = \tfrac{1}{8} B\,1, = \tfrac{1}{8} \text{Lr. (II)}.$$

Ferner ist

$$A\,2 : AB = 2b : B\,1$$

und

$$A\,2 = \tfrac{2}{8} AB \text{ (IV)}$$

Also auch

$$2b = \tfrac{2}{8} B\,1$$
$$= \tfrac{2}{8} \text{Lr.}$$

Eben so ist der Beweis für 3 c, 4 d ꝛc.

§. 380.

Wäre BC = 1 Lachter und in 8 gleiche Theile, also in Achtellachter, und AB in 10 Theile, getheilt: So bedeuten die Querstückgen in dem Drenecke AB 1, Zolle.

Sie würden Primen vorstellen, wenn (Fig. 74) BC, = $\frac{1}{8}$ Lachter und in 10 gleiche Theile getheilt worden.

§. 381.

Werden von C (Fig. 74) gegen die rechte Hand 10 Achtellachter, CD, DE, ꝛc. getragen: So erhält man eine Länge, von der sind die Theile BC, CD ꝛc. Zehntheile, die auf BC Hundertheile, und die Querstückgen im schmalen Drenecke BA, Tausendtheile.

So kann man einen verjüngten Lachtermaasstab zu einen tausendtheiligen machen.

Er ist vorzüglich brauchbar.

§. 382.

Die Figuren 75, 76, 77, zeigen noch einige Gattungen von Maaßstäben.

Der in der 75sten Figur, giebt Lachter, Zehntellachter, Zolle ꝛc.; nachdem 20 = 10 Lachter; = 1 Lachter; = $\frac{1}{8}$ Lachter ꝛc.

Wäre (Fig. 76) B m = 1 Lachter, und B 5 = 5 m = $\frac{1}{2}$ Lachter: So wäre d 1 = $\frac{1}{10}$ Lachter, c 2 = $\frac{2}{10}$ Lachter ꝛc. Für Bm = $\frac{1}{8}$ Lachter, also B 5 = 5 Zollen, ist d 1 = 1 Zoll, c 2 = 2 Zoll ꝛc.

Beym Maaßstabe der 77sten Figur sind von o bis 80 acht gleiche Theile oder Achtellachter, und eben diese von 80′ bis o′ abgetragen, auch auf dem Perpendikel 80 1[illegible] zehn gleiche Theile für die Zolle genommen word[illegible]. Bedeutet nun 10′ 30′ 50′ 70′ der erste, dritte, fünfte, siebente Theilpunkt auf o 80′, und 20, 40, 60, der zweyte, vierte, sechste auf o 80: So ziehe man die schiefen Linien 10′ o, 10′ 20, 30′ 20, 30′ 40, u. s. w., da alsdann in dem kleinen Dreyecke o 10′ o′ die Querstückgen nach der Ordnung von o aus, 1 . . . 10 Lachterzolle, die im Trapezio a′ 10′ 20 o von 10′ aus 11 . . . 20 Lachterzolle, die in dem Trapezio 20 30′ o′ o von 20 aus nach 30′ zu 21 . . . . 30 Lachterzolle, u. s. w. geben.

Von allen diesen läßt sich der Beweis aus der Einrichtung und dem 25 Satze der Geometrie, leicht führen.

§. 383.

Bey Fertigung der Maaßstäbe auf dem Papiere muß man die Theilpunkte mit den Zirkelspitzen so zart als möglich angeben, auch diese Spitzen beym Gebrauche nie ins Papier stechen, weil sonsten der Maaßstab bald unrichtig würde.

Man braucht daher lieber auf Elfenbein Birnbaumholz ꝛc, oder Messing verzeichnete Maaßstäbe.

§. 384.

Den Gebrauch des verjüngten Lachtermaaßstabes zu zeigen.

Auflö-

Auflösung.

I.) Sollte von dem der 73 Figur eine Länge $25\frac{6}{8}$ Lachter genommen und aufs Papier getragen werden:

So zähle man von C nach E zu, $2 \times 10 = 20$ Lachter ab, und von C nach B zu fünfe;

Gehe hierauf von dem Punkte 5 der BC auf die schiefe Linie 54′ hinauf bis sie von der 6ten Querlinie 2 H in i geschnitten wird.

Nun setze man die eine Zirkelspitze in i und thue den Zirkel auf, bis die andre in den Durchschnittspunkt l der Linien E 20 und 2 H trift:

So ist il die verlangte Länge.

Beweis.

Denn

$$ih = lh + mh + mi.$$

Aber

$$lh = CE = 20 \text{ Lachter}$$
$$mh = 6 \text{ Achtellachter}$$
$$im = C\,5 = 5 \text{ Lachter.}$$

II.) Wäre auf dem Papiere eine Weite vorgegeben, deren Größe man nach dem verjüngten Maaßstabe bestimmen wollte:

So fasse man sie mit dem Zirkel und behalte ihn in unveränderter Oefnung.

Nun suche man ein solches Perpendikel z. E. E 20, daß, wenn man in einen gewissen Punkt desselben die eine Zirkelspitze setzt, die andere innerhalb ABC 10 in einen solchen Durchschnittspunkt i fällt, der mit l in einer Parallele mit B F liegt.

Alsdann kann man il in Lachter und dessen Theile bestimmen.

b) Herrn Branders Maaßstäbesystem.

§. 384.

I.) Die Größe des verjüngten Lachtermaaßstabes richtet sich nach den Absichten, die man bey einem Markscheiderrisse erreichen will, und es hat oft Schwierigkeit, hiezu die erfoderlichen Größe der Theile eines solchen Maaßstabes zu bestimmen.

Man kann sich aber das lange Aufsuchen der für jeden Fall erfoderliche Größe des Maaßstabes ersparen, wenn man ein **System von tausendtheilichen Maaßstäben** hat, dergleichen Herr Mechan. **Brander** in Augspurg in sehr großer Vollkommenheit auf Glas und Messing verfertiget.

Die Einrichtung lernt man aus einer von ihm herausgegebenen Schrift: **Beschreibung eines Systems von Maaßstäben**, kennen. Sie ist wieder aufgelegt, und dessen **Beschreibung und Gebrauch eines geometrischen Instruments in Gestalt eines Proportionalzirkels**, angehängt. Herr Prof. **Mayer** zeigt im 72. § seiner precktischen Geometrie auch die Einrichtung und den Gebrauch dieses Systems.

Ich werde daraus das nöthige hier beybringen, weil der Markscheider ebenfalls von einen solchem Maaßstäbesystem guten Gebrauch machen kann.

II. Die Einrichtung nun, beruht auf folgenden Gründen:

Erstlich. Aehnliche Theile auf den Maaßstäben sollen in einer geometrischen Progression fortgehen, so, daß ein Theil auf dem eilften, nur erst ohngefähr 10 mal größer ist als ein ähnlicher Theil auf dem ersten Maaßstabe.

Also muß der 11te Maaßstab zehnmal so groß als der erste seyn.

Zwey=

Zweytens. Damit die Theile auf denen nach einander folgenden Maaßstäben stuffenweise größer werden, so theilt man diese alle auf ähnliche Art ein, dergestalt, daß

Drittens, ähnliche Theile zweener nächst auf einander folgender Maaßstäbe kein gar zu großes Verhältniß gegen einander haben.

III. Nun sey des ersten Maaßstabes Länge $= a$, des eilften $= l$: So hat man zwischen a und l, neun mittlere geometrische Proportionallinien b, c, d, e, f, g, h, i, k zu suchen auf die nachher Abtheilungen verzeichnet werden.

Es stehen aber a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, in einer geometrischen Proportion: Also hat man

$$10\,(b : a) = l : a,$$

oder

$$b^{10} : a^{10} = l : a \text{ (Ar. VI, 4)}:$$

Folglich

$$b^{10} = a^9 . l.$$

Aber l soll $= 10 . a$ seyn:

Folglich hat man

$$b^{10} = 10 . a^{10}.$$

Mithin

$$b = a \sqrt[10]{10},$$

Und

$$\log b = \log a + \tfrac{1}{10} \log 10$$
$$= \log a + 0{,}1000000.$$

IV. Aus $a : b = b : c = c : d$, u. s. w. folgt

$$c = \frac{b^2}{a}$$

$$d = \frac{c^2}{b}:$$

u. s. w.

 Also

Also

$$c = a\sqrt[10]{100}$$
$$d = a\sqrt[10]{1000}$$
u. s. w.

Folglich

$$\log c = \log a + 0,2000000$$
$$\log d = \log a + 0,3000000$$
u. s. w.

V. Nun macht Herr Brander den kleinsten Maaßstab $a = 100$ Pariser Linien, und theilt jede Linie in 10 gleiche Theile: Also ist in solchen Theilen

$$a = 1000,$$

und

$$\log a = 3,$$

wodurch man leicht nach IV die Logarithmen von b, c, d, e, u. s. w. berechnen und daraus für die Linien a, b, ꝛc. die gehörigen Zahlen finden kann.

Diese aber zeigen an, wie viel von den Theilen, deren a, 1000 enthält (IV) zu der Länge jedes nächstfolgenden Maaßstabes genommen werden müssen.

VI. Jede solche Länge wird für sich in 1000 Theile getheilt, und so werden 1000theiligte Maaßstäbe a, b, c, d u. s. w. erhalten (381), deren ganze Längen sowohl, als auch ähnliche Theile sich wie die für a, b, c, d, u. s. w. gefundenen Werthe (V) verhalten; deren Verhältniß aber kann man $= 31 : 39$ setzen.

Die Maaßstäbe und ähnliche Theile auf ihnen wachsen also nicht sehr schnell, wie auch der dritte Grund in II erfodert, und selbst nothwendig ist, weil, wenn man zu einer geometrischen Verzeichnung einen erwählet hätte, der etwas zu groß wäre, man stufenweise einen von den nächst kleinern nehmen kann, ohne sich der

Gefahr

Gefahr auszusetzen, einen auszuwählen, durch den die Verzeichnung plötzlich zu klein ausfiele.

VII. Den Gebrauch dieses Systems werde ich weiter unten erwähnen.

c) Herrn Hogrevens Vorschlag zum geschwindern Abtragen gerader Linien.

§. 385.

Wenn man gerade Linien vom verjüngten Maaßstabe auf die gewöhnliche Art abträgt: So wird immer einige Zeit erfodert, zumal wenn man genau verfahren will. Um nun Zeit zu ersparen: So räth Herr Hogreve (Anweisung zur topographischen Vermessung eines Landes, § 26), auf die Seitenflächen eines dreyeckigten Prisma von Holz, oder Eilfenbein ꝛc. Maaßstäbe zu verzeichnen, daß die Abtheilungen auf beyden Kanten eingerissen sind.

Beym Gebrauche legt man eine dieser scharfen Kanten an die vorgegebene gerade Linie und bemerkt auf ihr etwa mit einer scharf zu gespitzten Nadel die abzusetzenden Maaße.

Damit das Prisma an der Linie desto fester liege, füllt man es mit Bley aus.

Man kann auf allen seinen drey Seitenflächen Maaßstäbe von verschiedener Größe zeichnen; auch auf vier Prismen ein Maaßstäbesystem anbringen.

Ausser daß dieses Verfahren geschwinder von statten gehet, wie Herr Hogreve versichert, verdirbt man auch nicht, wie bey den gewöhnlichen messingenen Maaßstäben, die Zirkelspitzen, und vermeidet überdies die Fehler, die bey ihrem Einsetzen begangen werden können.

d) Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 386.

In der ausübenden Mathematick muß man für Punkte, weil sie in die Sinne fallen sollen, kleine Theilchen einer Fläche annehmen. Man nennt sie praktische Punkte.

Bey praktischen Linien kommt ebenfalls Länge und Breite in Betrachtung. Ueberhaupt sieht man alle die Dinge als Linien an, bey denen man etwas blos nach Länge und Richtung schäzt.

§. 387.

Wenn auch die Zirkelspitzen wirkliche Punkte wären, und der Maaßstab die größte Zuverläßigkeit hätte: So würde man doch beym Messen praktischer Linien auf dem Papiere mit dem Zirkel, wegen unsrer Augen Unvollkommenheit, Fehler begehen.

Denn man erkennt praktische Punkte nicht mehr deutlich, so bald sie zu klein sind, und folglich unter einen zu kleinen Sehewinkel ins Auge fallen.

§. 388.

Den Winkel φ zu finden, unter welchen auf dem Papiere ein kleiner Kreis vom Durchmesser a und von einer gewissen Farbe ins Auge fällt, wenn solcher anfängt, von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

Auflösung.

Man stelle das Papier in eine mäßige Erleuchtung, und entferne sich mit dem Auge nach und nach so weit, bis der Kreis anfängt undeutlich zu werden.

Des

Des Auges Entfernung vom Papiere sey $= b$: So ist

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{a}{b},\ (\text{Optik},\ \S\ 32).$$

Ist a sehr klein: So ist es auch φ; Und man kann in diesem Falle

$$\varphi = \frac{a}{b}$$

in Decimaltheilen des Sinus totus $= 1$, oder

$$\varphi = \frac{a}{b} \cdot 206264$$

in Sekunden, setzen.

§. 389.

φ richtet sich nach der Schärfe der Augen, weil b nicht für jedes Auge einerley seyn kann.

§. 390.

I Das kleinste φ zu bestimmen hat man verschiedene Versuche angestellt, davon schon § 388 einen Begriff giebt.

II Man kann davon folgende Schriften nachlesen:

Lehrbegriff der Optik, nach dem Englischen des Herrn Robert Smith's, mit Aenderungen und Zusätzen von A. G. Kästner ausgearbeitet, (Altenb. 1755, in 4), 29 Seite.

Pristley's Geschichte der Optik, von Herrn Klügel übersetzt, und mit Anmerkungen und Zusätzen begleitet (Leipzig 1776, in 4), Seite 85, 87.

III. Als ein Mittel aus vielen Erfahrungen kann man annehmen, daß von den meisten Menschen ein Objekt anfängt undeutlich gesehen zu werden, sobald φ kleiner als 1 Minute wird.

Indessen giebt es Personen, denen ein Gegenstand für $\varphi = 2$ und mehrerern Minuten, noch unkenntlich bleibt.

Uebri-

Uebrigens hat auf den Sehewinkel, auch Farbe und Figur der Objekte, und der Grad ihrer Erleuchtung Einfluß. So würde z. E. in § 388 ein gelber Kreis ein kleiner b geben als ein schwarzer.

§. 391.

Wenn das kleinste φ durch die Erfahrung bestimmt ist, (390):

Die Größe des Durchmessers a eines Objekts, dessen Weite vom Auge = b, zu finden, wenn es noch deutlich erkannt werden soll.

Auflösung.

$$a = b \tan \varphi, \ (388).$$

§. 392.

Anwendung vorigen §.

I. Wollte eine Person, deren kleinstes φ bey schwarz auf weis = 2 Minuten wäre, eine auf dem Papiere mit Tusche gezeichnete gerade Linie AB (Fig. 79) mit dem Zirkel fassen, und auf einem verjüngten Maaßstabe messen, wenn die Entfernung dieser Linie vom Auge oder b = 8 Zoll:

So ist der AB kleinsten praktischen Punktes Durchmesser

$$= 8 \text{ Zoll} \times \text{tg } 2'$$
$$= 0{,}0046544 \text{ Zoll}$$
$$= \tfrac{1}{250} \text{ Zoll}.$$

Und so viel kann diese Person, bey B sowohl als A, fehlen.

Folglich würde sie AB höchstens nur bis auf $2 \times \frac{1}{250} = \frac{1}{125}$ eines Zolles genau mit dem Zirkel fassen können, und also AB um so viel zu groß oder klein nehmen, weil ihr dieser Linie äussersten Gränzen in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden.

II. Wäre

II. Wäre AB = 6 Zoll: So wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge = $\frac{1}{125}$: 6, = 1 : 750:

Also würde diese Person (I), AB nur bis auf den 750sten Theil ihrer Länge genau abtragen und messen können, wenn man auch wegen der Zirkelspitzen Dicke keine neue Fehler zu befürchten hätte.

§. 393.

Das bisherige dient auch zur Bestimmung der Fehler, die wegen der verschiedenen Schärfe der Augen beym Winkelmessen ꝛc. begangen werden können.

§. 394.

Im 85. § Herrn Prof. Mayers praktischen Geometrie findet sich die bisherige Materie (386 ... 393) auch abgehandelt.

Ich habe daraus das nöthigste mit einigen Aenderungen hier mitgetheilt, weil es für den Markscheider sehr gut ist, die Zuverlässigkeit beym Abtragen gerader Linien zu schätzen zu wissen; wiewohl die Fehler, die dabey oft aus Nachläßigkeit begangen werden weit beträchtlicher seyn können.

XIX.

Grund- und Seigerriß.

§. 395.

Einer Linie AB (Fig. 80) Streichungsinus und Streichungkosinus ist gegeben:

Man soll sie im Grundriß verzeichnen.

Auflösung.

Man nehme auf einer söhligen Ebne einen Punkt a, als des A Projektion an,

Und

Und ziehe durch ihn eine Linie N S, die die Mittagslinie vorstelle, dessen nördlicher Theil a N, und südlicher, a S.

NS könnte auch die Magnetlinie seyn, wenn der gegebene Streichungsinus und Streichungkosinus nach der observirten Streichung berechnet worden wäre; welches aber, wie bekannt, nicht thunlich ist.

Gesetzt nun, der gegebene Streichungkosinus wäre nördlich: So nehme man ac auf aN = Strk AB;

Richte aus c auf aN das Loth cd auf, daß wenn Strs. AB östlich, es sich auf die Ostseite, (wie in der Figur), und wenn er westlich, auf die Westseite der aN erstrecket.

Endlich nehme man cb = Streichungkosinus AB, und ziehe ab:

So ist geschehen, was man verlangt, (48, 49, 179.).

§. 396.

Die Streichsinusse und Streichkosinusse der Linien AB, BC, CD, DE rc. (Fig. 81) sind gegeben: Man soll dadurch genannte Linien in Grundriß verzeichnen.

Auflösung.

Auf der söhligen Ebne, worauf die Verzeichnung geschehen soll, nehme man ebenfalls einen Punkt A′ als den Anfangs- oder Anhaltepunkt an, und ziehe durch denselben eine Linie NS die die Mittagslinie sey; welche aber für die Magnetlinie angenommen werden müßte, wenn man sich der observirten Streichung bediente.

AN sey gleichfalls der NS nördlicher Theil und AS ihr südlicher.

Nun

Nun verzeichne man nach dem vorigen §, die Linie AB im Grundriß.

Um aber dies auch mit der nächstfolgenden zu thun, so nehme man auf der Mittagslinie, Ad = der Summe der Streichkosinusse der Linien AB, BC, und zwar auf dem nördlichen oder südlichen Theile, nachdem der genannten Streichungkosinusse Summe positiv oder negativ ist.

Durch d ziehe man eine Linie FG winkelrecht mit der angenommenen Mittagslinie;

Nehme auf derselben dC' = der Summe der Streichsinusse der Linien AB, BC, und zwar auf der Ost= oder Westseite, nachdem diese Summe positiv oder negativ ist;

Hierauf ziehe man B'C; und verfahre mit den übrigen Linien auf gleiche Art:

So erhält man das Verlangte, (395).

§. 397.

I) Bey einem weitläuftigen Markscheiderzuge können, besonders wenn man einen etwas großen Maaßstab gebrauchen will, die Streichungsinusse und Streichungkosinusse der Linien die von dem auf der söhligen Ebne angenommenen Anfangspunkte auf andere Punkte zu ziehen sind, sehr groß ausfallen, daß man selbige mit dem Zirkel nicht fassen kann.

Man kann sich daher mit dem Herrn Bergmeister Scheidhauer, folgendes vortheilhaftes Verfahren bedienen.

II) Auf der söhligen Ebne, dem Papiere, worauf die abgezogenen Linien oder Punkte in Grundriß verzeichnet werden sollen, zieht man durch den angenommenen Anfangspunkt, A (Fig. 182) nach Gefallen, wie man es bequem findet, eine Linie, NS als die Mittags= oder Magnetlinie, nachdem man, wie schon

schon gedacht, die reducirte oder observirte Streichung in Betrachtung zieht.

III. Hierauf bestimmt man der NS nördlichen Theil AN, und schreibt an der AN Endpunkt, Nord oder N; und an dem des südlichen Theils AS, Sud oder S.

IV. Mit NS werden auf beyden Seiten von 10 zu 10 Lachtern gleichlaufende Linien gezogen, die man an ihren Enden, von N und S aus, mit 10, 20, rc. bezeichnet. Diese Zahlen deuten dieser Linien Entfernungen von NS in Lachtern an.

Denen die von N und S nach der Westseite zu gehen, nach W, setze man, wie den westlichen Streichungsinussen das Zeichen —, vor; denen nach der Ostseite aber nichts.

Gewöhnlich schreibt man in Freyberg jene Zahlen mit schwarzer, diese mit rother Dinte.

V. Nun ziehe man, ebenfalls durch A, eine Linie WO, die NS rechtwinklicht schneidet, und mit dieser auch auf beyden Seiten von 10 zu 10 Lachtern Parallelen, die man gleichfalls an ihren Enden von W und O aus mit 10, 20 rc. bezeichnet; welche Zahlen der Parallelen Entfernung von WO in Lachtern andeuten.

Denen von W und O nach S, der Südseite zu, laufende Zahlen, setze man auch, wie den südlichen Streichungkosinussen, das: —, Zeichen vor, den andern nichts.

Man könnte auch, wie gewöhnlich, jene schwarz, diese roth schreiben.

VI. Durch diese Verfahren entstehen auf der söhligen Ebne eine Menge Quadrate, davon jedes Seite = 10 Lachter. Ihre Winkelpunkte sind solche, deren Streichungsinusse und Streichungkosinusse Vielfache von 10 Lachter sind.

So ist des Punkts p Streichungsinus = — 10 Lachter, also westlich, und Streichungkosinus = 20 Lachter

Lachter, also nördlich; Oder die mit — 10 bezeichnete der NS gleichlaufende Linie schneidet die mit 20 bemerkte, der WO parallelen Linie in einem Punkte p, der in Rücksicht des Punkts A oder der Linie Ap, gleich angeführten Streichungsinus und Streichungkosinus hat.

VII. Um nun einen Punkt P im Grundriß zu verzeichnen, verfährt man so:

VIII. Gesetzt, des Punkts P Streichungsinus sey = — 13, 58 Lachter, sein Streichungkosinus aber = 26, 42 Lachter: also jener westlich, dieser nördlich.

Weil — 13, 58 Lachter = — 10 + (— 3, 58) Lachter und 26, 42 Lachter = 20 + 6, 42 Lachter; So bestimme man erstlich einen Punkt P dessen Streichungsinus = — 10 Lachter, und Streichungkosinus = 20 Lachter.

Dieser ist (nach VI) der, in welchem die mit NS parallele und — 10 bezeichnete Linie ab die, mit WO gleichlaufende und mit 20 bemerkte Linie, cd, schneidet.

X. Nun sieht man leicht, daß der Punkt P in das Quadrat p 30 fallen muß.

XI. Um ihn aber darinne zu finden, nimmt man auf ab von p aus, pq = 6, 42 Lachter, dem andern Theile des Punkts P Streichungkosinus, und eben so groß auch ce;

Legt an die so gefundenen Punkte q, e, das Linial, und zieht mit Bleystift die Linie eq.

Weil nun des Punkts P Streichungsinus westlich, so trage man auf qe von q aus, die — 3, 58 Lachter, als den andern Theil des Punkts P Streichungsinus:

So hat man den Punkt P.

XII. Auf gleiche Art verfährt man mit allen im Grundrisse zu verzeichnenden Punkten.

XIII. Uebrigens sieht man, daß das ganze Verfahren, mit dem im vorigen §. im Grunde einerley ist.

§. 398.
Anmerkung.

I. Die beyden vorhergehenden Paragraphen enthalten das Wesentliche der Verfertigung eines Grundrisses.

Was sonst noch dabey zu beobachten, lernt man aus Herrn **von Oppels** Markscheidekunst, vierten Hauptstücke §. 756 rc. u. a.

II. Hiebey will ich noch erinnern, daß man auf demselben ebenfalls die Magnetabweichung zu bemerken habe.

III. Die Markscheider fertigen den Grundriß gewöhnlich mit dem Zuleginstrument. Wie dies geschieht, begreift man von selbst aus bloßer Kenntniß des Compasses und des 21. §. Ueberdies kann man es auch aus den Markscheidebüchern eines **von Oppels, Beyers, Weidlers** rc. lernen.

IV. Indessen ist die in dem 396 und 397 §. gelehrte Methode viel zuverläßiger und bequemer, und daher zum Gebrauch sehr zu empfehlen:

Denn erstlich entgeht man dadurch den Fehlern, den die Magnetnadel so leicht ausgesetzt ist;

Zweytens, pflanzt sich der Fehler, den man etwa aus Versehen in Verzeichnung eines Punkts begangen hätte, nicht fort, welches hingegen mit dem Compasse geschieht.

Drittens geht die Arbeit weit geschwinder von statten, als mit dem Compasse; und

Viertens lassen sich leicht auf ein besonderes Blatt, die Hauptpunkte, die dem Markscheider wegen einer von ihm gefoderten Angabe nöthig sind, verzeichnen; welches mit dem Compasse nicht angeht, dem ohnerachtet aber ofte vorkommen kann; und dies auf einem Grundrisse, der den ganzen Grubenbau vorstellt, zu thun, ist eben nicht dienlich.

§. 399.

§. 399.

Zu denen im Grundrisse verzeichneten Punkten A, B, C, ꝛc. einen Seigerriß zu fertigen.

Auflösung.

I. Auf der Ebne des Grundrisses ziehe man eine Linie, ae, (Fig 83), in der Richtung der zum Seigerrisse gehörigen Vertikalebne, (14).

II. Diese Richtung ist zwar willkührlich, aber doch nach Beschaffenheit der Umstände eine schicklicher als die andere.

Z. B. Wenn die im Seigeriß zu verzeichnenden Punkte auf einem Gange liegen: So ist es die Richtung, in der der Gang streicht.

III. Diese Linie (1) heißt die **Fundamentallinie**, auch **Hauptlinie**; Und es gehört zu ihrer schicklichen Lage auch mit, daß keine Punkte des Seigerrisses in Grundriß fallen.

IV. Nun fälle man vom Anfangspunkte A im Grundrisse, auf ae ein Perpendickel Aa;

So stellt a diesem in Seigerrisse vor.

V. Von B, C ꝛc. führe man auf ae ebenfalls Perpendickel, und verlängere selbige, wenn es nöthig ist.

VI. Hätte nun B fallende Seigerteufe: So nehme man diese auf den verjüngten Maaßstabe ab, und trage sie von f unter ae in b.

Wäre sie steigend gewesen, wie bey C, so hätte man sie von g über ae in c getragen.

VII. Dadurch erhält man bey b und c die Punkte B, C im Seigerriß.

VIII. Auf ähnliche Art verfährt man mit den übrigen Punkten D ꝛc.

IX. Die Wahrheit dieses Verfahrens erhellet aus 14, 16, 24 und 53.

§. 400.

Wenn die im Seigerrisse zu verzeichnenden Punkte, eine solche Lage haben, daß sie sich alle auf einem Seigerrisse nicht gut vorstellen liessen; z. B. wenn diese Punkte auf verschiedenen Gängen lägen: So thut man wohl, wenn man mehrere Seigerrisse beyfügt, dergestalt, daß sich auf den einem die Punkte gut darstellen, die auf dem andern zu nahe zusammen fallen.

§. 401.

Will man zum Grundrisse kein groß Stücke Papier nehmen: So kann man den Seigerriß besonders verzeichnen und beym Gebrauche an den Grundriß anlegen.

§. 402.

Mehreres von Seigerrissen kann man aus Herrn **von Oppels** Markscheidekunst, § 741 ꝛc. u. a. m. lernen.

Mir ist es genug hier das Wesentliche davon beyzubringen; zumal da die Markscheiderangaben durch Rechnung aufzulösen sind, und nicht durch Zeichnung, wie noch meist gewöhnlich; wenigstens nicht, wenn auf ihre Richtigkeit viel ankommt, welches doch die mehrstenmale statt findet.

Indessen nützt der Markscheiderriß allemal, der Einbildungskraft zu Hülfe zu kommen und sich desselben bey den anzustellenden Berechnungen als einen Leitfaden zu bedienen.

§. 403.

I. Wenn in einem Grundrisse Punkte zu verzeichnen sind, die später abgezogen als die schon darauf befindlichen, und einer von diesen zum Anfangspunkte von jenen genommen: So heißt dies den **Zug nachbringen**.

II. Bedient man sich allemal bey Fertigung des Grundrisses der reducirten Streichung: So hat das Nachbringen keine Schwierigkeit, und man sieht leicht, wie dies nach § 397 geschehen kann.

III. Wüßt

III. Wüßte man aber nicht, ob A, B, C, D, (Fig. 84) nach genannter Streichung in Grundriß gebracht worden wäre:

So ziehe man mittelst des Compasses durch den angenommenen Anfangspunkt D (l) eine Magnetlinie nſ.

Ist nun, da dies geschahe, die Magnetabweichung = d gewesen:

So führe man durch D eine Linie SN, die mit nſ einen Winkel Ndn = d macht, und zwar auf der West- oder Ostseite von ſn, nachdem d westlich oder östlich ist.

Diese stellt die Mittagslinie vor. Und man kann nun die nachzubringenden Punkte g, e nach § 397 verzeichnen, wenn man sich der reducirten Streichung bedient.

IV. Von dieser Materie ist nachzulesen: Herrn von Oppels Markscheidekunst § 701, 719;

Herrn Cancrinus Markscheidekunst, § 1053.

§. 404.

Wenn ein Zug berechnet und in die gehörige tabellarische Form (374, 376) gebracht worden:

Zu finden, die Größe des Papiers, worauf die Punkte des Zuges in Grundriß verzeichnet werden sollen, vorausgesetzt, daß die Mittagslinie dem einen Rande und die Aequatorslinie dem andern parallel laufe.

Auflösung.

I. Die ganze Sache kommt auf die Bestimmung der äussersten Punkte an, oder auf die, die am weitesten vom Anfangspunkte A liegen.

II. Dies geschieht aber offenbar durch den größten östlichen und westlichen Streichungsinus, und größten nördlichen und südlichen Streichungkosinus.

III. Man nehme also diese Größen aus der Tabelle;

 IV. Ziehe

IV. Ziehe mit dem einen Rande eine Parallele, AB (Fig. 85);

V. Nehme einen verjüngten Lachtermaasstab, den man zum Grundrisse brauchen will,

VI. Und mache AB etwas weniges größer als die Summe der beyden Streichungsinusse (II) nach diesem Maasstabe ausfällt;

VII. Hierauf richte man aus B das Loth BC auf,

VIII. Und mache BC etwas größer, als die Summe der beyden Streichungkosinusse (II);

IX. Endlich ergänze man das Rechteck AC:

So ist geschehen, was man verlangt.

X. Wäre kein größter z. E. nördlicher Streichungkosinus vorhanden:

So nimmt man dafür den kleinsten südlichen.

§. 405.

Wenn man BC auf der östlichen Seite der Mittagslinie annimmt, und von B und C nach N und S den größten östlichen Streichungsinus trägt: So stellt NS die Mittagslinie vor, (397).

Setzt man nun vom Nordpunkte N in A den größten nördlichen Streichungkosinus ab: So ist A der Anfangspunkt der in Grundriß zu verzeichnenden Punkte, (a. D.).

§. 406.

Für einen berechneten Zug den kleinsten Raum zu bestimmen, der zu dem Grundrisse bey einem gegebenen oder angenommenen Maaßstabe, nöthig ist.

Auflösung.

I. Man verzeichne auf ein Blatt Papier die vier äussersten Punkte a, b, c, d, (404. I), nach § 397;

II. Und A (Fig. 86) mag der dazu angenommene Anfangspunkt, NS aber die Mittagslinie seyn.

III. Die

III. Die am weitesten von einander entfernten Punkte a, b, ziehe man durch eine gerade Linie ab zusammen;

IV. Führe durch die andern c, d mit ab Parallelen AB, DC,

V. Und durch a, sowohl als b die Perpendikel BC, AD:

VI. So ist das Rechteck AC der verlangte Raum.

VII. AB, BC auf dem zur Verzeichnung der a, b, c, d gebrauchten Maaßstäbe gemessen, giebt genannte Linien in Zahlen; Und man kann nur auf der Ebne, auf der man den Grundriß verzeichnen will, nach dem hiezu gegebenen oder genommenen Maaßstabe, AC bestimmen, überdies auch den Anfangspunkt A, wenn man AG, GD, wie vorhin AB, BC, in Zahlen sucht.

Dieser so bestimmte Raum, wird den ganzen Grundriß fassen, wenn man durch A die Mittagslinie so nimmt, daß sie mit der längsten Seite den Winkel NEG macht.

VIII. Wenn im berechneten Zuge ein größter Streichungsinus oder Streichungkosinus nicht vorhanden gewesen wäre: So wird man sich schon auf ähnliche Art wie 404, X, zu helfen wissen.

IX. Daß man das Papier etwas größer nehmen muß als es AC giebt, ist kaum zu erinnern.

§. 407.

Der Raum des Seigerrisses bestimmt sich durch die seigere Entfernung des Zuges höchsten und tiefsten Punktes und durch die söhlige Länge der beyden äussersten Punkte des Grundrisses, die im Seigerriß verzeichnet werden sollen.

§. 408.

Wenn der Raum, der den Grundriß fassen soll, und der Anfangspunkt gegeben:

Den hiezu schicklichen Maaßstab aus Herrn Branders Maaßstäbe-System zu finden.

Auflösung.

Gesetzt, der größte nördliche Streichungkosinus wäre 584 Achtellachter größer als der südliche, und als jeder der größten beyden Streichungsinusse;

So ziehe man mit der längsten Seite des Raums durch den Anfangspunkt eine Parallele;

Fasse mit dem Zirkel die Weite zwischen dem Anfangspunkte und dem Durchschnitspunkte dieser Parallele mit der kleinern Seite des Raums, die am weitesten vom Anfangspunkte entfernet ist,

Und untersuche, auf welchen der Maaßstäbe diese Weite 584 Theile beträgt, oder dieser Größe am nächsten kommt.

§. 409.

I. Einen Riß zu copiren bedient man sich der Copiernadel, welches Verfahren aber nicht vom Gebrauche ist, wenn nur einige Genauigkeit erfodert wird.

Auch nicht das, da man das Streichen der Linien auf dem Grundrisse mit dem Compasse abträgt, und auf einem andern Stücke Papiere wieder aufträgt.

II. Darf man auf dem abzutragenden Risse mit Bleystift Linien ziehen: So ist folgendes Verfahren brauchbar.

Durch den Anfangspunkt ziehe man mit der auf dem Grundrisse verzeichnenden Magnetlinie, eine Parallele; und damit andere von 10 zu 10 Lachter.

Durch eben diesen Punkt führe man die Aequatorslinie, und mit der ziehe man Parallelen ebenfalls 10 Lachter von einander entfernt.

Hiedurch entstehen Quadrate, wie § 397 verlangt; Und man begreift nun leicht, wie man mittelst des aufm Grundrisse verzeichnenden verjüngten Lachtermaaßstabes

des die Streichungsinusse und Streichungkosinusse der abzutragenden Punkte finden kann.

III. Wenn auf den abzutragenden Riß keine Bleystiftslinien gezogen werden dürfen, weil sonst an seiner Schönheit etwas abgehen möchte: So kann man folgendes Verfahren brauchen.

1′) Man nehme ein Linial, das genau in gleiche Theile getheilt ist;

Eben so einen Winkelhaken, auf dessen schief abgehobelten längsten Catheten sich eben diese Eintheilungen befinden.

2′) Soll der abzutragende Riß seine Größe behalten: So ist diese Eintheilung nicht nöthig;

3′) Man muß aber oben und unten auf der längsten Einfassung gleiche Theile des Linials tragen.

4′) Hierauf ziehe man auf der Fläche, worauf der Riß abgetragen werden soll, auf der Abtragungsfläche, zwo Parallelen etwas weit von einander, die die längsten Seiten des Risses vorstellen mögen,

Und trage darauf eben diese Abtheilungen (3).

5′) Nun lege man das Linial an zween ähnliche Theilpunkte der Einfassung, daß, wenn man an dessen abgetheilten Kante den Winkelhaken auf- und abschiebet, dieses längsten Cathete endlich genau an den Anfangspunkt des abzutragenden Grundrisses zu liegen kommt.

Alsdann bemerke man den Punkt auf dem Liniale an, wo der Cathete eintrift, und auf den Catheten den, wo der Anfangspunkt liegt;

6′) Lege nun an ähnliche zween Theilpunkte der Parallelen auf der Abtragungsfläche das Linial, und des Winkelhakens längsten Catheten an den auf dem Liniale bemerkten Punkt:

So läßt sich auf der Abtragungsfläche der Anfangspunkt bemerken.

7') Auf ähnliche Art verfahre man mit allen abzutragenden Punkten.

8') Soll der abzutragende Riß vergrößert oder verkleinert werden:

9') So nehme man ausser den zwo Dingen die 1' erfodert, noch zwo andere, auf den nach Proportion größere oder kleinere Abtheilungen sich finden.

10') Auf des Risses Einfassung (3') trage man gleiche Theile von dem Liniale in 1', ab, die 10 oder mehrere oder wenigere gleiche kleinere Theile desselben enthalten.

11') Auf den Prallelen in 4' trage man auch Theile von dem Liniale in 9' ab, die davon so viele kleinere enthalten, als die in 10' von dem Liniale in 1'.

12') Uebrigens verfahre man auf ähnliche Art wie in 5', 6', 7', nur daß man auf der Abtragungsfläche das Linial und den Winkelhaken in 9' braucht.

13') Diese Methode beschreibt Penther im 676. § der: Zugabe zur Praxi Geometriae; Auch findet man sie, daraus in Herrn Geheimden-Rath **Böhms: gründlichen Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde**, S. 126 u. f.

14') Vortheile, die sich bey diesem Verfahren darbiethen, wird jeder leicht finden.

Indessen ist diese Methode weit zuverläßiger, als die gewöhnlichen der Markscheider (l), und die Arbeit geht eben so geschwinde von statten.

§. 410.

I. Verschiedene Grundrisse zusammenzusetzen, oder mit einander zu verbinden, muß wenigstens ein Punkt des ersten Grundrisses in dem andern, und ein Punkt dieses in dem dritten, u. s. w verzeichnet seyn.

II. Ist nun die Fertigung dieser Risse, nach der reducirten Streichung geschehen: So sieht man leicht, wie man sie nach vor. §. II, III zusammen setzen kann.

III. Ist

III. Ist man dessen ungewiß: So ziehe man durch den äussersten Punkt des ersten und letzten Grundrisses, und auf diese und die übrigen Grundrisse durch die Punkte, die zu dem ersten, zwenten, dritten, u. s. f Grundrisse gehören und mit auf den zwenten, dritten, vierten, u. s. f. Grundrisse verzeichnet sind, Mittagslinien (403, III), und verfahre übrigens nach vor. §. III.

Darf man auf die Risse mit Blenstift Quadrate (397) verzeichnen: So kann man es thun, daß das eine Paar gegenüberstehender Seiten Mittagslinien, das andere aber Aequatorslinien sind. Und man begreift leicht, wie nun die Risse nach vor. §. II, zusammengesetzt werden können.

IV. Wenn die verzeichnenden Punkte innerhalb ohngefähr 10 Quadratmeilen liegen: So hat die Krümmung der Erdoberfläche auf die Zusammensetzung der Risse keinen Einfluß. Und dem Markscheider widerfährt selten, oder vielmehr gar nicht, das Glück, Punkte die so weit umher liegen, abzuziehen und in Riß zu zeichnen.

§. 411.

AC, (Fig. 87) seyen zween in einer söhligen Ebne liegende Punkte;

Das Streichen h und dessen Beschaffenheit, auch die Länge g der AC ist bekannt;

Nun sollen von A und C Linien AB, CB in gegebenen Streichen, wovon jener Streichen $= \alpha$, dieser ihres $= \beta$, gezogen werden:

Man verlangt die Größe der Linien AC, und BC.

Auflösung.

$$CB = \frac{\sin(\alpha - h)}{\sin(\alpha - \beta)} \cdot g,$$

$$AB = \frac{\sin(h - \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \cdot g.$$

Beweis.

Beweis.

Winkel

$$C = \alpha - h$$
$$B = \alpha - \beta$$
$$A = h - \beta:$$

Und nach eb. Tr. 10te S.

$$\sin B : AC = \sin C : CB$$
$$= \sin A : AB$$

woraus mit gehöriger Substitution angegebene Formeln folgen.

XX.
Flache Riß.

---

§. 412.

Auf der schiefen Ebne GH (Fig. 88), deren Neigung, $= \varphi$, und Streichen $= \beta$, bekannt, ist eine Linie, AB, gezogen, deren Streichen $= \alpha$ gegeben:

Man soll den Winkel, $BAC = \eta$ finden, den AB mit dem östlichen Theile AF der durch der AB Anfangspunkt A auf GH gezogenen söhligen Linie, EF, macht.

Auflösung.

Man suche aus β und α nach §. 256 den Winkel DAC, den AD, die Sohle von AB, mit EF macht:

Er sey $= \delta$:

So ist

$$\text{Cot}\, \eta = \text{Cot}\, \varphi\ \text{Cosin}\, \delta.$$

Beweis.

Aus A beschreibe man mit AB in der seigern Ebne ABD, den Bogen BD;

Des=

Desgleichen den DC mit AD = AB in der söhligen Ebne ADC,

Und mit AC = AB den Bogen BC in der Ebne GH:

So erhällt man ein bey D rechtwinklicht sphärisches Dreyeck BDC, wo

der Cathete DC = DAC = δ,
sphär. W BCD = φ
die Hyp. BC = η;

und man findet daher Cocang η aus sphär. Trig. 1. S. 3. Z. V, wie angegeben.

§. 413.

η ist stumpf oder spitzig, nachdem es δ ist.

AB steigt, oder η ist positiv, wenn δ bejaht und zugleich φ spitzig ist, oder GH recht fält; Auch so ist η bey einem negativen δ und stumpfen φ oder widersinnigfallendem GH. Wenn hingegen δ verneint und φ spitzig oder δ bejaht und φ stumpf: So ist η verneint, oder AB fallend.

§. 414.

Auf der Ebne GH, deren Streichen β und Fallen φ bekannt, sind zween Punkte A, B, gegeben:

Man soll diese auf dem Papiere nach ihrer wahren Lage und Abstande von einander verzeichnen.

Auflösung.

I. Man nehme einen von diesen, A, zum Anfangspunkte an,

Und verrichte von selbigem bis B einen Zug:

Dadurch findet man der AB Streichen = α und wahre Länge = L, (333).

II. Nun suche man nach § 412. den Winkel η;

Ziehe auf dem Papiere eine gerade Linie EF, die die söhlige auf GH vorstellt;

Nehme in derselben einen Punkt A an, der den Anfangspunkt abgiebt;

Setze

§. 416.

Ein nach vor. §. verfertigter Riß, heißt ein **Flacher Riß.**

Diese Art Risse sind in Freyberg nicht ungewöhnlich, wie wohl sie daselbst unter dem unschicklichen Namen eines **Profils** mit wenig Genauigkeit verzeichnet werden.

§. 417.

Der Herr Bergmeister **Scheidhauer** ist der erste, der sich in seinem Manuscripte (284) des Worts: Flacheriß, bedient und ihn richtig zu verfertigen lehrt. Die Art seines Verfahrens aber ist von der hier beygebrachten (415) verschieden. Er bedient sich dabey ähnlicher Hülfsmittel, wie beym Verzeichnen des Grundrisses. Um danach z. B. AB (Fig. 90) in Flachenriß zubringen, muß man eine Linie EF ziehen, welche die söhlige auf GH (412) vorstellt; auf dieser aus einen beliebigen Punkte A, das Stück AD = AB × Cosin n nehmen; aus D ein Perpendikel DB aufrichten, und dieses = AB sin n machen. Der Herr Bergmeister hat überhaupt die Lehre vom Flachenrisse sehr erweitert, und sie würde den Markscheidern sehr willkommen seyn, wenn er sich entschlösse, wenigstens diesen Theil seines Manuscripts (284) dem Druck zu überlassen.

§. 418.

Wenn GH die Ebne eines Ganges: So kann man mittelst des Flachenrisses den auf diesem Gange geführten Baue nach seiner wahren Lage und Länge darstellen. Und dies dürfte bey Veranstaltung eines Grubenbaues von nicht wenigem Nutzen seyn.

Indessen versteht es sich von selbst, daß in den Flachenriß keine anderen Punkte und Linien gebracht werden können, als die auf dem Gange selbst liegen.

XXI.

Erwähnung der schwedischen Art zu markscheiden.

§. 419.

Nach Herrn von Oppels Markscheidekunst, §. 777 weichen die schwedischen Markscheider von dem gewöhnlichen Verfahren zu markscheiden am meisten ab.

Sie ziehen, so viel es sich thun läßt, nur söhlige und seigere Linien ab; wobey sie sich einer von Hanf in Wachs und Serpentin gesottenen und in ihre Fammar (Lachter der schwedischen Bergleute) eingetheilte Meßschnure bedienen, nebst einem Diopterlinial, (dessen Dioptern von den gewöhnlichen etwas verschieden,) einer etwas hohen mit Dioptern und in der Mitte mit einem Perpendikel versehene messingene Platte, deren Fuß auf das Diopterlinial dergestalt passet, daß sie auf diesem nach Belieben hin und hergeschoben werden kann. Genanntes Linial brauchen sie auf dem Meßtische auf ähnliche Art wie die Feldmesser; überdies auch bey ihrem Abwägungswerkzeuge.

Diese Instrumente sind zu dem genauen Abziehen und der unmittelbaren Verbindung vieler donlegigten Linien weniger geschickt als die unsrigen; indessen wissen sie doch auch auf ihre Zeichung die Sohlen genannter Linien zu bringen, die sich an abgezogene söhlige Linien anschliessen.

Ihre söhligen Risse sind von den, die gewöhnlich von Stockwerken gemacht werden, wenig verschieden, mehr ihre Seigerrisse; wovon man, und überhaupt von dieser ganzen Materie, a. a. Orte mehreres nachzulesen findet.

Gründliche Anleitung

zur

Markscheidekunst.

Zweyte Abtheilung.

XXII.

Einige Aufgaben auf viele Fälle des Bergbaues anwendbar.

§. 420.

Wenn ein Punkt B (Fig. 91) anzugeben, und seine Lage aus andern bekannten Punkten und Linien zu bestimmen ist, ein Markscheider aber diesen Punkt da annimmt, (in H), wo er muthmaßet, daß er hinfalle, und diesen so angenommenen Punkt mit den bekannten Punkten eines Zuges auf gehörige Art verbindet:

So heißt dieses, **nach verlorner Schnur ziehen**, (Funiculo indefinito metiri).

§. 421.

Es ist ein Punkt A gegeben:

Man soll einen andern B so bestimmen, daß die Linie AB ein gegebenes Streichen γ und Sohle Ab = S, hat.

Auflösung.

I. Man verrichte von A bis H einen Zug nach verlorner Schnur:

So findet sich dadurch der AH Sohle = f und Streichen, = β, auch ob es von A aus östlich oder westlich sey, wodurch denn, man auch der Linie HA Streichens Beschaffenheit weiß.

II. Aus β und γ hat man den Winkel bAH (255, V).

III. Und nach eb. Trig 20. S. 1. Zusatze

$$Hb = \sqrt{(S^2 + s^2 - 2 S. s. \text{Cos } bAH)},$$

wobey man sich erinnern muß, daß, wen bAH stumpf, Cos bAH verneint ist.

IV. Der HB oder Hb Streichen zu finden, muß man einen der beyden Winkel AHb, AbH nach eb. Trig. 15. Satze, oder wenn Hb gefunden, nach dem 10. Satze, berechnen.

V. Ist dies mit dem Winkel AHb geschehen: So hat man daraus und aus der HA Streichen der Hb ihres nebst dessen Beschaffenheit (256).

VI. Wäre H ein Punkt auf dem Gebürge: So bestimmte man B, wenn man von H aus eine söhlige Linie mittelst des Winkelweisers oder sonst auf eine Art zöge, die das gefundene Streichen (V) hätte, und auf ihr = Hb, (III), nähme.

VII. Für H einen Punkt in der Grube geschieht diese Bestimmung mit söhlig gezogenen Schnuren.

§. 422.

Hiedurch lassen sich folgende Angaben bewerkstelligen, die man auch beym Herrn **von Oppel** von § 809 bis 818 angegeben findet.

§. 423.

Wenn von einem gegebenen Punkte A, ein Ort in einem gegebenen Streichen γ getrieben wird, und man soll einen andern Punkt B abgeben, von dem weg ein Schacht seiger bis auf dieses Orts Sohle dergestalt abzusinken ist, daß dasselbe eine gewisse söhlige Länge = S von A aus erreicht haben muß, ehe es mit dem Schachte durchschlägig wird:

So findet sich B völlig nach dem was im vor. § gelehrt worden.

§. 424.

I. Wäre aber nicht γ gegeben, sondern das Streichen β und Fallen ϕ eines Ganges, auf dem A angewiesen

wiesen worden, und das Ort mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden soll;

So muß man erst das ihm nun gehörige Streichen γ auf folgende Art suchen:

II. Es sey ADE eine seigere Ebne, deren Streichen gleich dem, in dem das Ort getrieben werden muß;

AE, AF, dieser und des Gangesebne Durchschnitte mit einer söhligen; und DAE $= \vartheta$ der Winkel der dieses Orts Rösche zukommt *):

So ist

$$\sin EAF = \cot \varphi \tan \vartheta,$$ (sphär. Tr. 3. Z. VII)

III. Aus diesem Winkel nun, und β, findet sich (nach § 105) der AE Streichen $= \gamma$, und dessen Beschaffenheit; da allemal gegeben seyn muß, nach welcher Weltgegend das Ort getrieben werden soll, wodurch denn, und daß man weiß, ob der Gang recht, oder widersinnig fällt, bekannt ist, ob AE der AF zur rechten oder linken liege.

IV. Da man nun γ weiß:

So findet sich das Verlangte nach vorigem §.

§. 425.

Wenn B seiger über oder unter A liegen soll: So ist S sowohl als γ, $= 0$.

Daher hat man (nach § 421) nur der Linie HA Sohle und Streichen nebst dessen Beschaffenheit zu suchen und die nach VI a. §, von H weg abzugeben.

*) Wenn 10 Zoll Rösche auf 100 Lachter gegeben wird: So ist $\vartheta = 3\frac{1}{2}$ Minute; Für 20 Zolle aber, $= 7$ Minuten: Denn wenn auf die Länge von m Zollen, p Zoll Rösche gegeben wird: So hat man

$$\sin \vartheta = \frac{K}{m}.$$

§. 426.

Einen Punkt so zu bestimmen, daß er seiger über den unter ihm angenommenen oder gegebenen liegt, heißt dieses Punkts **Oertung angeben.**

Geschieht die Bestimmung über Tage, (und ist besonders der gegebene Punkt wo ganz Ort ansteht): So nennt man das, dieses Punkts **Oertung an den Tag bringen.**

§. 427.

Jedes Punktes Oertung läßt sich nach § 425 angeben.

§. 428.

In der Grube gegebene Punkte auf höhere söhlige Ebnen oder an den Tag zu bringen geschieht meistentheils, wenn man wissen will, wo Schächte abzusinken sind, die man ganz seiger bis auf angewiesene Punkte niederzubringen gedenket.

§. 429.

Einen Punkt B anzugeben, der seiger unter A zu liegen kommt, heißt: **den Punkt A in die Teufe fällen.**

§. 430.

Dies wird nach § 425 bewerkstelliget.

§. 431.

Die Absicht hiebey ist meist, zu erfahren, wo man mit seigern Schächten auf niedere Oerter und Strecken durchschlagen werde.

§. 432.

Will man finden, wie tief ein Ort in das Gebürge eingekommen ist, oder Seigerteufe eingebracht hat:

So nimmt man vor ganz Ort einen Punkt an, und bringt dessen Oertung an den Tag, worauf man das Verlangte nach § 339 sucht.

§. 433.

Verlangt man die Teufe zu wissen, die eines Orts Sohle in dem Gebürge einbringen wird, nachdem es

von

von einem auf genannter Sohle gegebenen Punkte A aus, in gegebenem Streichen γ fortgetrieben worden, und die söhlige Länge = S erreicht hat:

So suche man nach § 423 über Tage einen Punkt B, unter dem das Ort gelangen muß, da man alsdann die verlangte Seigerteufe nach § 339 finden kann.

§. 434.

Will man zwischen zweyen Gegenörtern, in gegebenen Entfernungen vor beyden einen Schacht seiger bis auf ihre Sohle sinken:

So wird der Punkt, wo mit dem Schachte anzusitzen, als auch seine Tiefe nach vor. § gefunden.

Sich von der Richtigkeit der Lage des angegebenen Punktes zu versichern, kann man ihm von beyden Gegenörtern aus abgeben.

§. 435.

Es ist ein Punkt A, (Fig. 93), gegeben:

Man soll einen Punkt B bestimmen, der in der durch A gehenden söhligen Ebne so liegt, daß, wenn man durch B und A eine gerade Linie BA zieht, diese ein gegebenes Streichen β habe.

Auflösung.

I. Man ziehe von A bis H nach verlorner Schnur, (420):

So findet sich dadurch (nach 333) der Linie AH
  Seigerteufe, Hb, und ob sie von H weg steigt oder fällt;
  Sohle, Ab, und
  Streichen = γ, nebst dessen Beschaffenheit.

II. Nun bestimme man von H aus, eine söhlige Linie Hh, die ein Streichen hat, das von β um 6 Stunden verschieden ist, übrigens dessen Beschaffenheit mit der des Streichens der Linie HA übereinkommt.

III. Auf dieser so bestimmten Linie nehme man Hh = S. AH. sin δ; wo δ aus β und γ nach 255 V gefunden wird,

IV. Und ziehe von h eine seigere Linie hB = Hb = Sg. AH, dessen Größe und Beschaffenheit man aus I kennt:

So hat man den verlangten Punkt B.

Beweis.

Wenn man sich in der durch A gehenden söhligen Ebne BbA von b eine Linie bB an BA winkelrecht gezogen, vorstellt:

So schneidet diese die AB in dem verlangten Punkte B, (Bed.).

Nun weiß man der Ab und AB Streichen γ und β nebst deren Beschaffenheiten:

Also auch den Winkel bAB = δ (255 V):

Folglich ist in dem bey B rechtwinklichten Dreyecke bBA, genannter Winkel δ und überdies noch die Hypothenuse Ab = S AH, (I), bekannt;

Mithin findet sich nach eb. Trig. 5 Satze, bB wie in III für den Sinustotus = 1, angegeben worden.

Stellt man sich nun durch H eine seigere Ebne bHB vor: So schneidet diese die söhlige durch A, in bB.

Nimmt man daher Hh parallel und = bB: So bestimmt man einen Punkt h, der von B seiger um Hb entfernet ist.

§. 436.

Folgende §en zeigen die Fälle, wo sich vorstehende Aufgabe gebrauchen läßt.

Man findet sie auch in Herrn von Oppels Markscheidekunst § 819 .... 823 angegeben.

§. 437.

1) Es soll eine Tagerösche in ein Gebürge in gegebenen Streichen β getrieben werden: Man verlangt

langt über Tage einen Punkt B zu bestimmen, wo man ansitzen muß, um mit dieser Tageröfche Sohle in einen in der Grube angewiesenen Punkt A einzukommen.

2) In einem seigern Schachte einen Punkt B anzugeben, in welchem angesessen werden muß, wenn von demselben ein Ort in gegebenen Streichen β getrieben, und dieses in einem anderswo angewiesenen Punkte A durchschlägig gemacht werden soll.

Beyde Fälle werden gänzlich nach § 435 aufgelöst.

§. 438.

Ist der Punkt A (435) auf einem Gange angewiesen, auf dem das Ort (437, 2)) in das Gebürge getrieben werden soll: So muß man, um B zu finden, (nach § 424, II, III,), das Streichen β suchen, in dem das Ort zu treiben ist; übrigens aber nach 435 § verfahren.

§. 439.

Es ist gegeben:

Die Entfernung D zweyer Gegenörter;

Die Länge a, die von dem Orte, wo es am festen ist, in der Zeit t heraus geschlagen wird,

Und die Länge n, um welche das andere Ort in eben der Zeit t weiter fortgetrieben wird:

Man soll die Zeit x finden, in der, und den Punkt, wo, beyder Oerter auf einander durchschlägig zu machen sind.

Auflösung.

$$\text{I. } x = \frac{D}{2a+n}.$$

II. Der verlangte Punkt ist von dem Orte, wo a in der Zeit t aufgefahren wird, um $\frac{Da}{2a+n}$ entfernet, und von dem andern um $\frac{D(a+n)}{2a+n}$.

Beweis.

Für I. In der Zeit x wird vor dem ersten Orte, x, a, und vor dem andern, x (a + n), aufgefahren; weil sich die Zeiten verhalten, wie die Wege, die mit einerley Geschwindigkeit zurück gelegt werden.

Nun soll in genannter Zeit x von beyden die Weite D herausgeschlagen werden:

Also muß

$$xa + x(a+n) = D$$

seyn, woraus I folgt.

Für II, erhellet die Sache aus dem bekannten mechanischen Satze: Die Geschwindigkeit in die Zeit multipliciret giebt den zu durchlaufenden Weg.

§. 440.

Auf der Sohle zweyer Oerter CA, DB, (Fig. 94), deren Streichen β, γ bekannt, sind zween Punkte A, B, gegeben:

Man soll die Länge einer söhligen Linie AF, bestimmen, die von einem dieser Punkte z. E. von A aus in dem dem Orte CA gehörigen Streichen β gezogen werden kann, und deren Endpunkt F seiger über oder unter des andern Orts DB Sohle liegt; d. h.: Den Punkt zu finden, wo beyde Oerter über oder unter einander einkommen.

Auflösung.

I. Man ziehe von A bis B;

II. Suche nach §. 533 der AB Streichen ω und Sohle = S,

III. Auch den Winkel σ, den β und γ geben, nebst den = τ, der aus ω und γ gefunden werden kann, (255, V):

IV. So hat man die verlangte Länge

$$= \frac{S. \sin \tau}{\sin \sigma}.$$

Beweis.

CE, EL, HJ seyen die Durchschnitte der durch CA, DB, AB laufenden seigern Ebne CAH, DBL, ABJ mit der durch C gehenden söhligen Ebne CEJ; Auch sey EG der Durchschnitt der beyden Ebnen CAH, BDL:

So ist der CE Streichen = β, der LE ihres = γ und das der HJ = ω; Auch muß F offenbar in EG liegen.

Man ziehe von A aus nach EG die Linie AF parallel mit CE, und fälle von A auf CEF das Loth AH:

So ist AF die söhlige Linie, deren Länge verlangt wird, und = HE.

Es sey nun AK die Sohle von AB, und BJ das Loth von B auf die söhlige Ebne CEJ:

So ist HJ = AK = S.

Aber nach 255 V läßt sich aus β und γ der Winkel HEJ, und der EJH aus γ und ω, finden:

Also sind in dem Dreyecke HEJ genannte Winkel bekannt, überdies noch die Seite HJ:

Folglich läßt sich HE = AF, wie in IV angegeben, nach eb. Trig. 10. Satze berechnen.

§. 441.

Will man von B aus die söhlige Linie ziehen:

So

So findet sich, wenn man aus den bekannten Streichen der BA und AC, den Winkel EHJ berechnet, ihre Länge.

$$JE, (= BG), = \frac{S.\ \sin EHJ}{\sin \sigma}.$$

§. 442.

BN, AM, seyen die Verlängerungen der Orte DB, CA bis an EG;

NG, MF, die genannten Oerter für die söhligen Längen BG, AF zugehörigen Röschen, welche nach §. 338 II, gefunden werden können.

Da nun GF = BK = Sgt AB, und GM = GF — MF:

So hat man NM = GF — MF + NG = Sgt AB + NG — MF.

§. 443.

Wenn man das Streichen von AB, = γ findet: So ist das Ort CA bis in M gebracht.

Findet sich aber das Streichen von BA, = β: So ist das Ort DB bis in N aufgefahren.

Erhält man die Sohle von AB, = o: So ist das Ort CA bis in M, und zugleich auch das Ort DB bis in N getrieben.

Wenn AF = oder > S. AB gefunden wird: So ist das Ort DB, schon über N hinausgebracht; dies hingegen ist in Rücksicht M mit dem Orte CA geschehen, wenn man BG = oder > S AB erhält; wie leicht zu sehen, wenn man sich eine gehörige Figur, ohngefähr wie die 95ste, entwirft.

Ist nun z. B. CA über M hinaus: So muß AF nach der Weltgegend gezogen werden, die der entgegengesetzt ist, nach der man auf CA fährt.

§. 444.

§. 444.

Oft kann man der Gegend, wo man mit dem Orte einkommen will, durch Auffsauberung verbrochener Oerter, oder Auffahren auf Gängen näher kommen, dann aber nicht in gerader Richtung, wie bisher vorausgesetzt wurde, an den bestimmten Ort gelangen. Will man daher, um entweder ganz oder zum Theil der Treibung des Orts in ganzen Gestein und der Absinkung neuer Schächte zu entgehen, oder auch dazwischen liegendes Feld zu lösen, von der geraden Richtung bey Fortbringung eines Ortes abgehen: So ist es nicht genug, den hiezu erfoderlichen Zug von einem Punkte bis zum andern zu verrichten, sondern man muß ihn selbst über den Weg und nach den verschiedenen Richtungen führen, wonach das Ort fortgebracht werden soll. Uebrigens aber darf man nicht vergessen, dieses Orts Rösche nach des zunehmenden Weges söhligen Länge, (die der Summe aller Sohlen der abgezogenen Linien gleich ist), zu berechnen.

§. 445.

Meist steigt die Sohle eines Orts nach der Weltgegend auf, nach der es getrieben wird, wie es auch die Natur der Oerter erfodert. Indessen muß die Sohle des einen der Gegenörter nach der Weltgegend zufallen, nach der man es fortbringt; Selbst bey andern Oertern, besonders bey Tageröschen, kann sich dieser Fall ereignen.

In solchen Fällen nun, ändert sich auch die bisherige Berechnung der Seigerteufen. Und man wird allemal leicht sehen, ob man die Seigerteufe der durch beyde Endpunkte des Zuges gezogene Linie um die dem Orte zugehörige, und nach § 338 II berechnete, vermehren oder vermindern soll.

XXIII.

XXIII.

Bestimmung der Lage einer Ebne, wenn drey nicht in gerader Linie liegende Punkte auf ihr gegeben sind.

---

§. 446.

Drey nicht in gerader Linie liegende Punkte a, g, f, (Fig. 96, 97), bestimmen die Lage der durch sie gehenden Ebne agf, (G. II. Th. Grundſ.).

Dies aber zu können, muß man von einem zum andern, von g bis a, und dann bis f einen Zug verrichten können, damit man nach § 333 dieser drey Punkte oder der Linien ag, af, Lage, wahren Abstand ꝛc. zu finden im Stande ist.

§. 447.

Wenn die Linien ag, af, beyde von a weg zugleich steigen oder fallen, und ihre Endpunkte g, f, liegen in einer söhligen Ebne:

So hat die durch g und f gehende Linie mit der Ebne agf, einerley Streichen.

Beweis.

Denn g und f befinden sich in der Ebne gaf, und zugleich auch, wie angenommen, in einer söhligen Ebne:

Folglich in beyder Durchschnitte gf, welcher mit der Ebne agf einerley Streichen hat, (292).

§. 448.

Liegt einer von den beyden Punkten g, f, höher oder tiefer als der andere, z. E. g, (Fig. 97); so lege man durch g eine söhlige Ebne gαβ, und verlängere af bis an beyder Ebnen gaf, gαβ Durchschnitt:

So

So liegen die Punkte g, β in einer Linie, die eben das Streichen hat, als die Ebne gaf, (447).

§. 449.

Wenn man also durch die drey gegebenen Punkte g, a, f, das Streichen der durch g, f oder g, β gehenden söhligen Linie zu bestimmen weiß:

So findet man auch dadurch zugleich das Streichen der Ebne gaf, (448, 447).

§. 450.

Von a, dem Punkte, den die Linien ga, fa, (446) gemein haben, fälle man auf die söhlige Ebne gaβ (448) das Loth aα, welches letztere Ebne in α schneiden wird:

So ist

$\alpha a = Sg\ a\beta = Sg\ ag$

und bekannt (446).

Nun ziehe man durch α, und die Punkte g, β, die im Durchschnitte der söhligen Ebne mit der Ebne gaf liegen, die geraden Linien αβ, αg:

So ist

$\alpha\beta = S\ a\beta$

$g\alpha = S\ ag$

und

αβ hat folglich mit aβ, und

αg mit ag einerley Streichen.

§. 451.

Da die Dreyecke aαβ, aαg, bey α rechtwinklicht, (G. II. Th. 1. Erkl.):

So ist

$1 : \text{Cot}\ a\beta\alpha = a\alpha : \alpha\beta$ } (eb. Tr. 6. S.

$1 : \text{Cot}\ ag\alpha = a\alpha : g\alpha$ } 1. Z.).

Aber der Winkel

aβα = der aβ Neigung

agα = = ag =

also bekannt, (446).

Jene

Jene heisse i, diese J:
So hat man

$$1 : \text{Cot } i = a\alpha : \alpha\beta,$$
$$1 : \text{Cot } J = a\alpha : g\alpha;$$

Also:

$$\alpha\beta = a\alpha . \text{ Cot } i$$
$$\alpha g = a\alpha . \text{ Cot } J;$$

Oder

$$\left.\begin{array}{l} \text{S } a\beta = \text{Sg } ag. \text{ Cot } i, \\ \text{S } ag = \text{Sg } ag. \text{ Cot } J, \end{array}\right\} 450).$$

§. 452.

Alles das bisher (447 ...... 451) behauptete, gilt auch, wenn eine von den beyden Linien ag, af, von α aus fällt und die andere steigt, wie z. E. aK.

Denn dieser Fall läßt sich auf die Voraussetzung des 447. § bringen.

Es liegt nämlich die Sohle von aK von α weg, auf der Linie αl, die auf der söhligen Ebne $g\alpha\beta$ (448) durch α in eben dem Streichen der Linie aK gezogen.

Nimmt man nun aK von a weg als fallend an, weil ag fällt: So wird die Sohle von aK, von α aus, auf der rückwärts verlängerten α liegen; Nimmt man aber die Linie ag so an, daß sie von a weg steigt, weil aK von a aus steigend ist: So liegt von α weg die Sohle von ag auf der rückwärts verlängerten, und wie ga streichenden Linien $g\alpha$, auf αq.

§. 453.

Auf einer Ebne sind drey nicht in gerader Linie liegende Punkte a, g, f, gegeben, daß man von einem zum andern ziehen kann:

Man soll dieser Ebne Streichen finden.

Auflösung.

I. Man ziehe von g bis a, und dann von a bis f: So

So läßt sich daraus nach 333 der Linien ag, af Neigungswinkel, J, i, (451), Sohlen und Seigerteufen, Streichungsinusse und Streichungkosinusse berechnen.

II. Nun findet sich das verlangte Streichen folgendergestalt:

I.) Durch geometrische Zeichnung.

III. Man verzeichne die abgezogenen Linien in Grundriß.

IV. **Fallen oder steigen beyde zugleich von a aus:** So trage man auf die söhlig zugelegten Linien αg, $l\beta$, von dem Punkte α aus, wo sie einander schneiden, die Cotangenten ihrer Neigungswinkel, multiplicirt in die größte Seigerteufe der beyden abgezogenen Linien, und zwar dahin zu, wohin sie von a aus ihr Streichen haben;

V. Ziehe durch die so bestimmten Punkte (IV), eine gerade Linie:

VI. Diese hat das verlangte Streichen, (451, 452, 449).

VII. **Fällt aber eine der beyden Linien** (I), z. E. ag, und die andere, z. B. aK steigt:

So verzeichne man sie ebenfalls in Grundriß.

In der 97 Figur stellen sie αg, αl vor.

VIII. Nun hat αg eben das Streichen das ag hat, und $\alpha\beta$ das entgegengesetzte von aK.

Man nehme daher

$$\alpha g = Sg\ ag\ ^{*)} \times \text{Cot}\ J,$$

und

$$\alpha\beta = Sg\ ag \times \text{Cot}\ i.$$

IX. Die durch die so bestimmten Punkte (VIII) gehende Linie hat das verlangte Streichen, (452.).

X. Man

*) Als die größte Sgt. der abgez. Linien.

X. Man kann auch Sg. ag × Cot J von α auf αq nehmen; alsdann aber muß Sg. ag × Cot i von α auf αl genommen werden.

XI. Die vorhin bestimmten Punkte liegen in einer geraden Linie, die das zu suchende Streichen hat, (452).

2) durch Rechnung.

A. Wenn beyde Linien ag, af zugleich steigen oder fallen; oder ga steigt oder fällt, und af fällt oder steigt.

XII. Wenn g und f in einer söhligen Ebne liegen:

So darf man nur aus den (in I) gefundenen Streichungsinussen, und Streichungkosinussen der Linien ga, af den Streichungsinus und Streichungkosinus der Linie gf berechnen und daraus der gf Streichen suchen, welches das Verlangte seyn wird, (449).

XIII. Wenn dies (XII) aber nicht ist:

So sey γ das verlangte Streichen, und man hat

$$\text{tang}\,\gamma = \frac{\text{Sg af. Strs ga} + \text{Sg ga. Strs af}}{\text{Sg af. Strk ga} + \text{Sg ga. Strk af}}.$$

XIV. Beweis.

In diesem Falle (XIII) muß man aus den Streichungsinussen und Streichungkosinussen von ga und αβ (Fig. 97) der gβ Streichen suchen, (449, 285).

Nun ist wohl Streichungsinus und Streichungkosinus von ga (I) bekannt, aber nicht von αβ.

Diese aber findet man so:

XV. Der Linie af Streichen sey = h:

So ist

Strs aβ = S aβ. sin h (282).

XVI.

XVI. Aber

$$\mathrm{S}\,a\beta = \mathrm{Sg}\;ga \times \mathrm{Cot}\;i\;(451)$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga \times \frac{\mathrm{Cos}\;i}{\sin\;i},\ \text{(eb. Tr. 4. Erkl. 3. Z.)}$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga \times \frac{\mathrm{Cos}\;i.\;af}{\sin\;i.\;af},$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga \times \frac{\mathrm{Soh}\;af}{\mathrm{Sg}\;af}\;(282).$$

XVII. Also

$$\mathrm{Strs}\;a\beta = \mathrm{Sg}\;ga\;\frac{\mathrm{S}\;af}{\mathrm{Sg}\;af}\;\sin\;h\;(XV, XVI)$$

$$= \frac{\mathrm{Sg}\;ga}{\mathrm{Sg}\;af}\;\mathrm{Strs}\;af.$$

XVIII. Ferner

$$\mathrm{Strk}\;a\beta = \mathrm{S}\;a\beta\;\mathrm{Cos}\;h\;\text{(a. D.)}$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga\;\mathrm{Cot}\;i\;\mathrm{Cos}\;h\;(451)$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga\;\frac{\mathrm{Cos}\;i}{\sin\;i}\;\mathrm{Cos}\;h$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga\;\frac{\mathrm{Cos}\;i \times af}{\sin\;i \times af}\;\mathrm{Cos}\;h$$

$$= \mathrm{Sg}\;ga\;\frac{\mathrm{S}\;af}{\mathrm{Sg}\;af}\;\mathrm{Cos}\;h$$

$$= \frac{\mathrm{Sg}\;ga}{\mathrm{Sg}\;af}.\;\mathrm{Strk}\;af.$$

XIX. Nun giebt

$$\mathrm{Strs}\;ga + \mathrm{Strs}\;a\beta = \mathrm{Strs}\;g\beta$$

$$\mathrm{Strk}\;ga + \mathrm{Strk}\;a\beta = \mathrm{Strk}\;g\beta.$$

XX. Also hat man nach XVII, XVIII

$$\text{Strſ } g\beta = \text{Strſ ga} + \text{Sg ga} \frac{\text{Strſ af}}{\text{Sg af}}$$

$$\text{Strk } g\beta = \text{Strk ga} + \text{Sg ga} \frac{\text{Strk af}}{\text{Sg af}}.$$

XXI. Woraus man

$$\tan \gamma, = \frac{\text{Strſ } g\beta}{\text{Strk } g\beta},$$

wie XII angegeben, findet.

XXII. Exempel.

Es sey:

Sg ga = 15,307 Achtellr.
Sg af = −31,542
Strſ ga = 87,195
Strſ af = −23,801
Strk ga = 36,755
Strk af = 18,263:

So ist, um nach XVII und XVIII den Streichsinus und Streichkosinus von aβ zu finden.

log Strſ af = 1,3765952
log Sg ga = 1,1848901

2,5614853
log Sg af = 1,4988892

log Strſ aβ = 1,0625961
Giebt Strſ aβ = 11,550 Achtllr. positiv.

Auf ähnliche Art berechnet man

Strk aβ = 8,8628 Achtellr. negativ.

Nun ist

Strſ ga = 87,197
Strſ aβ = 11,550

Also

Strſ gβ = 98,745

Ferner

Ferner:

$$\text{Strk } ga = 36{,}955$$
$$\text{Strk } a\beta = -8{,}863$$

Folglich

$$\text{Strk } g\beta = 28{,}092:$$

Also hat man

$$\frac{\text{Strs } g\beta}{\text{Strk } g\beta} = \frac{98{,}745}{28{,}092}.$$

Oder

$$\text{tang } \gamma = 3{,}5151,$$

Folglich

$$\gamma = 74^\circ\, 7'$$
$$= 4^h\, 14^\circ\, 7'$$

XXIII. Nach diesem Exempel fallen beyde Linien von a weg, oder ga ist steigend, und af fallend.

Stiegen nun beyde von a aus, oder wäre ga fallend und af steigend: So wäre nach XXVII.

$$\text{Sg } ga = -15{,}307$$
$$\text{S } af = 31{,}552$$
$$\text{Strs } ga = -87{,}195$$
$$\text{= } af = 23{,}801$$
$$\text{Strk } ga = -36{,}955$$
$$\text{= } af = -18{,}263$$

und man fände gleichfalls $\gamma = 74^\circ\, 7'$, wenn man die Berechnung wirklich anstellte.

B. Wenn eine der beyden Linien af, ag, von a weg steigt und die andere fällt; oder beyde Linien ga, af, steigen oder fallen.

XXIV. In diesem Falle nimmt man das Entgegengesetzte der nach I gefundenen Seigerteufe, Streichsinus, Streichkosinus der einen Linie, z. E. ga, und verfährt übrigens wie für A), [452].

§. 454.

Weil

$$\text{Sg af} = \frac{\text{Soh af}}{\text{Cot i}}, \text{ (270. § 6)):}$$

So ist

$$\text{Strs a}\beta = \text{Sg ga} \frac{\text{S af. sin h}}{\text{S af: Cot i}} \text{(453, XVII)}$$

$$= \text{Sg ga sin h Cot i.}$$

$$\text{Strk a}\beta = \text{Sg ga} \frac{\text{S af Cos h}}{\text{S af Cot i}} \text{(453, XVIII)}$$

$$= \text{Sg ga Cos h Cot i.}$$

Und da

$$\text{Sg ga} = \text{Soh ga. tg J:}$$

So erhält man auch

$$\text{Strs a}\beta = \text{S ga tg J Cot i sin h}$$

$$\text{Strk a}\beta = \text{S ga tg J cot i Cos h}$$

und

$$\text{Strs g}\beta = \text{Strs ga} + \text{S ga tg J cot i sin h}$$

$$\text{Strk g}\beta = \text{Strk ga} + \text{S ga tg J cot i cosin h.}$$

Setzt man nun der ga Streichen = H:

So ergiebt sich

$$\text{Strs g}\beta \text{ S ga (sin H} + \text{tg J cot i sin h)}$$

$$\text{Strk g}\beta \text{ S ga (cos H} + \text{tg J cot i cosin h)}$$

Also

$$\text{tang } \gamma = \frac{\text{sin H} + \text{tg J cot i sin h}}{\text{Cosin H} + \text{tg J cot i cosin h}}.$$

Diese Formel dient, wenn g, a, f, eine solche Lage haben, daß man der Linien ga, af Streichen H, h, und Fallen J, i, unmittelbar messen kann.

§. 455.

Man fälle von a (450) auf den Durchschnitt der Ebne agi mit der durch g gelegten söhligen Ebne, das Loth ad, und ziehe ad:

So

So ist:

I. W. $a\delta\alpha$ der Ebne gaf Neigung, welche $=$ F seyn mag, und

II. $\alpha\delta = a\alpha.$ Cot F

Beweis.

Für I. erhellet die Sache aus Geom. II. Th. 1ste Erklärung, und §. 297;

Für II. aber so: Der Winkel $a\alpha\delta = R$ (G. a. O. und §. 450): daher $\Delta\, a\alpha\delta$ rechtwinklicht: Folglich

$1 : a\alpha = \text{Cot F} : \alpha\delta$, (eb. Tr. 5. Erklär.).

§. 456.

Für

$a\alpha = 1$

ist

$\alpha\delta = \text{Cot F}.$

§. 457.

Wenn der Winkel $g\beta\alpha = d$ bekannt *):

So ist

$1 : \text{Cot i} = \sin d : \text{Cot F}.$

Beweis.

In dem bey δ rechtwinklichten Dreyecke $\alpha\delta\beta$, hat man

$1 : \alpha\beta = \sin d : \alpha\delta$, (eb. Tr. 5. S.).

Aber

$\alpha\delta = \alpha a.$ Cot F (455).

$\alpha\beta = \alpha a.$ Cot i $= \text{Sg ga Cot i}$ } (451):

Also

$1 : a\alpha.\ \text{Cot i} = \sin d : \alpha a.\ \text{Cot F},$

woraus der Satz folgt.

S 4 §. 458.

*) Welchen man nach 355 aus γ und h finden kann.

§. 458.

Hätte man nach 355 den Winkel $\alpha g \beta = d'$ gefunden:

So hätte man

$1 : \text{Cot } J = \sin d' : \text{Cot } F.$

§. 459.

Aus den gegebenen Dingen in 453, der Ebne gaf Neigung zu finden.

Auflösung.

1.) durch Zeichnung.

I. Man verzeichne die in 453 I abgezogenen Linien in Grundriß,

Und suche nach a. § 1) der Ebne Streichen, welches also die söhlige Linie $\beta\gamma$, (die durch den Endpunkt g der Sohle der Linie ag, die die größte Seigerteufe hat, geht) haben wird.

Von α, (wo die verzeichneten Linien einander schneiden), ziehe man auf βg eine winkelrechte Linie $\alpha\delta$:

Diese ist der Ebne gaf Neigung F Cotangente (456).

II. Mißt man $\alpha\delta$ auf einem tausendtheiligen Maaßstabe, den man aber bey der Verzeichnung in Grundriß (II) gebraucht haben muß:

So erhält man $\alpha\delta$ durch eine Zahl ausgedruckt, die man folglich in den trigonometrischen Tafeln aufsucht: Des daneben stehenden Winkels Ergänzung zu 90° wird das gesuchte F seyn.

2.) durch

2.) durch Rechnung.

Hier hat man

$$\text{Cot F} \begin{cases} I' = \text{Cot i} \; \text{sin d} \\ II' = \dfrac{\mathfrak{S} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af} \text{sin d} \\ III' = \dfrac{\mathfrak{Strs} \; af. \; \text{sin d}}{\mathfrak{Sg} \; af \; \text{sin h}} \\ IV' = \dfrac{\mathfrak{Strk} \; af \; \text{sin d}}{\mathfrak{Sg} \; af \; \text{Cos h}}. \end{cases}$$

Beweis.

Für I', erhellet die Sache aus 457;
Für II' aber dadurch, daß

$$\text{Cot i} = \frac{\text{Cos i}}{\text{sin i}}$$

$$= \frac{af. \; \text{Cos i}}{af. \; \text{sin i}}$$

$$= \frac{\mathfrak{S} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af}.$$

Für III. Da

$$\text{Cot i} \; \text{sin h} = \frac{\mathfrak{S} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af}. \; \text{sin h}$$

$$= \frac{\mathfrak{Strs} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af}:$$

So ist

$$\text{Cot i} = \frac{\mathfrak{Strs} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af. \; \text{sin h}}.$$

Für IV'. Hier hat man

$$\text{Cot i} \; \text{Cos h} = \frac{\mathfrak{S} \; af}{\mathfrak{Sg} \; af} \; \text{Cosin h}$$

$$= \frac{\text{Strk af}}{\text{Sg af}};$$

Folglich

$$\text{Cot i} = \frac{\text{Strk af}}{\text{Sg af. Cosin h}}.$$

§. 460.

Man hat auch

$$\text{Cotang F} \begin{cases} = \text{Cot J sin d}' \\ = \frac{\text{S ga}}{\text{Sg ga}} \text{sin d}' \\ = \frac{\text{Strs ga sin d}'}{\text{Sg ga sin H}} \\ = \frac{\text{Strk ga sin d}'}{\text{Sg ga Cosin H}} \end{cases}$$

wie auf ähnliche Art, als vorhin, erhellet.

§. 461.

Man mache, (Fig. 98 *), βA = βD = βa, und beschreibe damit aus β die Bogen aD, DA, aA: So entsteht ein bey A rechtwinklichtes Kugeldreyeck, in dem aD = i, DA = d, der sphärische Winkel aDA = F:

Folglich hat man nach sphärischer Trig. 1. S. 3 Zusatzes VIII.

$$\text{Cos F} = \text{tang d cot i}.$$

Drückt man Cot i auf die verschiedenen Arten, wie im Beweise 459, aus: So erhält man für Cos F verschiedene Formeln, die von den der Cot F nur darinne unterschieden sind, daß hier (461), tg d zu stehen kommt, wo dort (459) sin d sich findet.

§. 462.

*) Wo ähnliche Buchstaben mit den in der 96sten Figur ähnliche Bedeutung haben.

§. 462.

Auf gleiche Art läßt sich erweisen, daß auch

$\text{Cos F} = \text{tang d}' . \text{cot J};$

Und ähnliche Erinnerungen, wie die zu Ende vorigen § lassen sich in Rücksicht 460 auch hier anbringen.

§. 463.

Wenn d oder d′ = 0: So erhält man Cos F sowohl als Cot F = 0: Daher F = 90°, und die Ebne gaf fällt alsdenn seiger.

§. 464.

Wenn eine der beyden Linien af′, ag, (Fig. 96, 97), söhlig ist, z. E. ag:

So hat diese eben das Streichen, das die Ebne afg hat (292); Und aus der nicht söhligen af Streichungsinus und Seigerteufe kann man beurtheilen: ob afg von a weg gegen Morgen oder Abend steigt oder fällt:

Beweis.

Denn, fällt af gegen Abend: So fällt auch von a weg dahinzu die Ebne afg; der af Seigerteufe ist fallend, und f liegt auf der Westseite der Magnet- oder Mittagsebne: daher Streichungsinus af westlich.

Steigt af gegen Morgen: So hat nicht nur die Ebne afg von a aus gegen Morgen ihr Aufsteigen, sondern Sg. af ist auch steigend, f liegt nun auf der Ostseite, und hat also einen östlichen Streichungsinus.

So verhält es sich auch umgekehrt.

§. 465.

Ist keine der beyden Linien af, ag söhlig:

So kann man alles das (463) eben so aus dem Streichungsinus und der Seigerteufe von af sowohl als ag beurtheilen.

§. 466.

§. 466.

Auf diese Art (463, 464) also kann man sehen, ob $a\beta$ von a weg recht= oder widersinnig fällt.

§. 467.

Wenn die vier Punkte a, g, b, c (Fig. 99), auf einer Ebne so gegeben wären, daß man nur von g bis a, und von b bis c, aber nicht von a bis b, oder g bis c, einen Zug verrichten könnte:

So kann man das Streichen und Fallen der durch diese Punkte laufende Ebne, wie in 453 und 459, finden.

Beweis.

Man denke sich $\alpha\beta$ der $b\beta$ parallel, also b in a und $b\beta$ in der Lage $a\beta$:

So ist dieser Fall auf die in angeführten Paragraphen gebracht.

XXIV.

Findung des Hauptstreichens eines Ganges.

---

§. 468.

Die Speciallagen (314, II) eines Ganges zu bestimmen, muß man des Ganges Theils, der diese Lage hat, sein Streichen und Fallen nach 453, 454 und 459 ꝛc., (oder auf sonst eine Art,) angeben, (314 II, und 294); d. h. des Ganges Specialstreichen und Specialfallen, finden.

§. 469.

Vermöge 314 I stelle man sich eines Gangesebne aus Ebnen zusammengesetzt vor, die, nach der Ord-

nung

nung, des Ganges Speciallagen haben; Ueberdies denke man sich zwischen diesen Ebnen eine Ebne dergestalt, daß ihre Lage so wenig als möglich von den Speciallagen des Ganges abweiche, also gleichsam mitten zwischen genannten Ebnen hin, gehe:

So heißt dieser Ebne Streichen, des Ganges **Hauptstreichen**, und ihr Fallen, sein **Hauptfallen**; kurz: ihre Lage, dessen **Hauptlage**, so wie die Ebne selbst des Ganges **Hauptebne**.

§. 470.

Herr von Oppel giebt eben diesen Begrif von Hauptstreichen. Markscheidekunst § 564.

Bayer, Voigtel, ꝛc. scheinen davon einen ähnlichen gehabt zu haben, wie sich aus der Art ihres Verfahrens vermuthen läßt.

Biels seiner *) ist der Sache nicht angemessen, wie leicht in die Augen fällt.

§. 471.

Die Specialstreichen eines Ganges zu finden.

Auflösung.

Auf einer Strecke oder Stolln, erforsche man **erstlich** ohngefehr mit dem Compasse jeden Theil des Ganges, welcher in seinem Streichen von dem nächst vorhergehenden verschieden ist;

Dann nehme man auf jedem drey Punkte an, wie es 453 verlangt, und berechne nach diesem oder dem 454. § das Streichen.

§. 472.

Dadurch erhält man die Lage von söhligen Linien, die mit den Specialstreichen des Ganges übereinkommen, wenigstens mit den, die man auf derselben Strecke, oder demselben Stolln abgenommen hat: denn in einer andern

*) Bergm. Jur. Abh. von Hauptstreichen S. 8. §. 13.

so viel Punkte oder Linien bekommt als die andere, bey ungerader Anzahl aber der einen Klasse die kleine Hälfte, der andern hingegen die große gegeben wird.

II. Suche hierauf der Punkte jeder Klasse Schwerpunkt, welchen i für die erste und l für die zweyte vorstellen mag:

III. So hat die dadurch gehende Linie die verlangte Lage.

Beweis.

Vermöge der Bedingung des 474. § und der Foderung des I Absatzes vorstehender Auflösung, muß der Schwerpunkt K aller Punkte A, B, C, D, E, F, G, H, zwischen i und l liegen.

Nun ist aus der Statik bekannt, daß die Linie durch i und l auch durch K geht;

Aber die Lage dieser Linie ist wie sie 473 verlangt, (474):

Folglich auch 472 gemäß.

§. 477.

Es sey AJ die Mittagslinie: So ist der Winkel βαJ des Ganges Hauptstreichen, (469, 472), welches $= \varphi$ seyn mag.

Auf AJ ziehe man von i das Loth ip und von l das lq;

Auch im mit AJ parallel:

So ist

$$
\begin{aligned}
\text{W}\ lim &= \varphi, \\
im &= pq \\
&= Aq - Ap, \\
lm &= lq - mq \\
&= lq - ip,
\end{aligned}
$$

Und

Und

$$\tan \text{lim} = \frac{lm}{im}$$

$$= \frac{lq - ip}{Aq - Ap}.$$

§. 478.

Wenn man von B, C, D, E, F ꝛc. auf AJ Lothe fällt:

So ist

Bb = Strſ AB,
Ab = Strk AB;
Cc = Strſ AB + Strſ BC, (290)
Ac = Strk AB + Strk BC
Dd = Strſ AB + Strſ BC + Strſ CD
Ad = Strk AB + Strk BC + Strk CD

u. ſ. w.

Dieſe Summen ſind bekannt; weil man durch dieſe Punkte einen Zug verrichten kann, (333).

§. 479.

Da bey gerader Anzahl der Punkte A, B, C, D ꝛc. beyde Klaſſen gleich viele bekommen, hingegen bey ungerader Anzahl die zweyte Klaſſe einen Punkt mehr als die erſte:

So iſt für erſtern Fall, die Zahl der ſöhligen Linien ungerade, für leztern aber gerade.

Denn aller Punkte A, B, C, D, E, F, G, H ꝛc. Anzahl iſt allemal um Eins größer als die Anzahl aller ſöhligen Linien AB, BC, CD, DE, EF, GH ꝛc.

§. 480.

Wenn alſo bey dieſem leztern Falle (479) in die erſte Klaſſe n Punkte kommen:

So müßen der zweyten n + 1 Punkte gegeben werden.

§. 481.

§. 481.

Es sey in der

	1. Klasse.	2. Klasse.
Der söhligen Linien Streichsinusse Summe —	q	Q,
Deren Streichkosinusse Summe	p	P:

So ist

I) Wenn die Zahl aller Punkte gerade,

$$pi = \frac{q}{n}$$

$$lq = \frac{Q}{n},$$

$$Ap = \frac{p}{n}$$

$$Aq = \frac{P}{n};$$

II) Wenn diese Zahl ungerade,

$$pi = \frac{q}{n}$$

$$lq = \frac{Q}{n+1},$$

$$Ap = \frac{p}{n}$$

$$Aq = \frac{P}{n+1}:$$

Denn auf eben die Art findet man den Schwerpunkt, dergleichen hier i und l vorstellen.

§. 482.

Das Hauptstreichen φ eines Ganges zu finden.

T Aufl-

Auflösung.

Für I) vor. §.

Da hat man

$$\tan\varphi = \frac{Q - q}{P - p} \text{ (a. O. und 477)}$$

Für II) a. O.

Erhält man

$$\tan\varphi = \frac{\frac{Q}{n+1} - \frac{q}{n}}{\frac{P}{n+1} - \frac{p}{n}} \text{ (a. O.)}$$

$$= \frac{n(Q-q)-q}{n(P-p)-p}.$$

§. 483.

Ich habe diese Methode, das Hauptstreichen zu finden, noch bey keinem Schriftsteller der Markscheidekunst gefunden. Im 2ten Stücke des von den Herren Professoren Funk, Leske und Hindenburg herausgegebenen Leipziger Magazins habe ich diese Methode zu erst bekannt gemacht und etwas weiter auseinandergesetzt, auch mit Exempeln erläutert.

Uebrigens will ich hier noch erinnern, daß man bisher das Hauptstreichen, blos durch Zeichnung mittelst des Compasses angegeben hat.

XXV.

Kreutzlinie.

§. 484.

Zwoer Gangesebnen ABC, ABD, (Fig. 101, 102) Durchschnitt, AB heißt ihre Kreutzlinie (linea sectionis).

§. 485.

§. 485.

I. Eine, ABC, von diesen Ebnen, wollen wir die erste, die andere, ABD, die zweyte Gangesebne, nennen.

II. Jener

Streichen sey $= \gamma$
Fallen $= F$,

Dieser ihr

Streichen $= \gamma'$
Fallen $= F'$.

III. Nun schneiden beyde Ebnen die durch A laufende söhlige Ebne in AC und AD, wo also der AC Streichen $= \gamma$ und der AD ihres $= \gamma'$, (292).

IV. Nimmt man von A aus auf diesen Linien gleiche Längen: So ergiebt sich das Kugeldreyeck BDC

V. In demselben ist

BDE $= F'$
BCD $= F$

wenn beyde Gangesebnen (wie Fig. 101) nach verschiedenen Gegenden fallen; Geschieht dies aber nach einerley Gegend, (wie Fig. 102): So ist

BCD $= 180° - F$;

Auch ist darinne CD $=$ CAD $= a$, dem Winkel der sich aus γ und γ' finden läßt, weil man allemal leicht wissen kann, ob AC, und AD beyde östliches oder westliches, oder die eine östliches und die andere westliches Streichen haben.

VI. Man ziehe auf CD oder dessen Verlängerung den Bogen BC senkrecht, und nenne ihn α.

Er mißt der Kreuzlinie AB Neigung.

VII. Der Winkel CAE, den der AB Sohle AE mit AC macht, heisse m, und der, den AE mit AD einschließt, m'.

Jener gehört der ersten Gangesebne zu und wird von EC gemessen, dieser hingegen, der zur zweyten Gangesebne gehört, von DE.

Fallen nun beyde Ebnen nach verschiedenen Gegenden, (Fig. 101): So ist

$$m = a - m';$$

fallen sie hingegen nach einer Seite zu (Fig. 102): So hat man

$$m = m' - a:$$

VIII. Also überhaupt

$$m = \pm a \mp m',$$

wo die obern Zeichen für den ersten Fall, die untern aber für den zweyten gelten.

§. 486.

m' zu finden.

Auflösung.

I. Man sehe in jedem der beyden rechtwinklichten Kugeldreyecke BEC, BED, (485 VI), die Grundlinien als bekannt an, und suche aus dem, in jedem gegebenen schiefen Winkel, die, beyden gemeinschaftliche Höhe.

II. Dies geschieht nach sphärischer Trigonometrie 1 Satzes II Proportion; und man erhält

$$\text{tang}\,\alpha = \text{tang}\,F' \sin m'$$
$$= \text{tang}\,F \sin m.$$

III. Fallen nun beyde Ebnen nach verschiedenen Gegenden: So hat man

$$\text{tang}\,F \sin m = \text{tg}\,F \sin (a - m'), \text{ [485 VII].}$$

IV. Aber

$$\sin (a - m') = \sin a \,\text{Cos}\, m' - \text{Cos}\, a \sin m', \text{ (eb. Tr. 19. S.)}$$

$$= \sin a \,\text{Cos}\, m' \frac{\sin m'}{\sin m'} - \text{Cos}\, a \sin m$$

$$= \sin m' (\sin a \,\text{Cot}\, m' - \text{Cos}\, a):$$

V. Also

V. Also

$$\mathrm{tg}\,F' \sin m' = \mathrm{tang}\,F \sin m' (\sin a \,\mathrm{Cot}\, m' - \mathrm{Cos}\, a)$$
$$= \mathrm{tg}\,F \sin a \,\mathrm{Cot}\, m' - \mathrm{tg}\,F \,\mathrm{Cos}\, a:$$

VI. Folglich

$$\mathrm{Cot}\, m' = \frac{\mathrm{tg}\,F'}{\mathrm{tg}\,F \sin a} + \mathrm{Cot}\, a$$

VII. Wenn beyde Ebnen nach einer Seite fallen: So hat man (II)

$$\mathrm{tg}\,F \sin m = - \mathrm{tg}\,F \sin(m' - a),$$ [485, V, VII],

und man erhält Cot m' wie in VI.

§. 487.

Aus 485 VIII hat man

$$m' = \pm a \mp m,$$

und auf ähnliche Art wie in 486,

$$\mathrm{Cot}\, m = \frac{\mathrm{tg}\,F}{\mathrm{tg}\,F' \sin a} + \mathrm{Cot}\, a.$$

§. 488.

Widersinnigfallender Gangesebne Neigungen werden durch stumpfe Winkel ausgedruckt (299).

Ist das nun der Fall bey beyden oder einer der vorgegebenen: So kommen bey Findung m' oder m stumpfe Winkel in Betrachtung.

Mit diesen ihren trigonometrischen Linien wird man schon umzugehen wissen.

§. 489.

Aus dem Streichen γ, γ' und Fallen F, F', zwoer Gangesebnen, das Streichen β und die Neigung α ihrer Kreuzlinie zu finden.

Auflösung.

β findet sich nach 256 aus m' und γ' oder m und γ:

α aber erhält man aus 486 II.

§. 490.

Findet man der Kreuzlinie Neigungswinkel α stumpf: So fällt sie widersinnig, (298, 299), sonst recht.

§. 491.

Wenn $\gamma' = \gamma$: So ist $a = 0$ und beyder Ebnen ABC, ABD Durchschnitte AC, AD mit der söhligen Ebne durch A, sind parallel: daher muß man sich A als unendlich weit entfernt vorstellen.

In diesem Falle ist auch m' und $\alpha, = 0$: Also AB söhlig und mit AC und AD, gleichlaufend.

§. 492.

Wenn

$$F' = F = 90^\circ:$$

So ist

$$\text{tang } F = \infty = \text{tang } F' = \text{tang } \alpha:$$

Folglich

$$\alpha = 90^\circ;$$

Also die Kreuzlinie seiger, und hat folglich kein Streichen

§. 493.

Wenn das Streichen beyder vorgegebener Gangesebnen um 6 Stunden verschieden und die eine seiger fällt:

So ist ihrer Kreuzlinie Streichen einerley mit dem der seigere Ebne, wie leicht aus 44 und 484 erhellet; aber deren Kreuzlinie hat eben dieselbe Neigung der flachfallenden Ebne.

Denn für $a = 90^\circ$ hat man

$$\text{Cot } m' = \text{tg } F' \text{ Cot } F.$$

Ist nun $F = 90^\circ$: So wird $\text{Cot } m' = 0$: Folglich $m' = 90^\circ$, und also

$$\text{tang } \alpha = \text{tang } F'.$$

Wäre

Wäre $F' = 90°$: So würde $\text{Cot}\, m' = \infty$: Folglich $m' = 0$: Also $m = a = 90°$: Mithin

$$\tan \alpha \; (= \tan F \sin m), = \tan F.$$

§. 494.

Man weiß das Streichen γ', γ zwoer Gangesebnen: Also auch a, (485, V);

Jmgleichen das Streichen β und Fallen α ihrer Kreuzlinie:

Man sucht der Gangesebnen ABD, ABC, (Fig. 101, 102), Neigungswinkel F', F.

Auflösung.

Aus β und γ' läßt sich m' finden (255):
Also weiß man auch m, (485 VIII);
Aber

$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\, \alpha &= \text{tg}\, F' \sin m' \\ &= \text{tg}\, F \sin m \end{aligned}\right\} \text{(486, II)}:$$

Folglich

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{Cot}\, \alpha} &= \frac{1}{\text{Cot}\, F'} \sin m' \\ &= \frac{1}{\text{Cot}\, F} \sin m \end{aligned}\right\}, \text{(eb. Tr. 5. Erkl. 1. Z.)}:$$

Also

$$\text{Cot}\, F' = \text{Cot}\, \alpha \sin m'$$
$$\text{Cot}\, F = \text{Cot}\, \alpha \sin m.$$

§. 495.

Aus den im vorigen § gegebenen Dingen, die Winkel BAC $= n$ und BAD $= n'$, zu finden, die die Durchschnitte der ersten und zweyten Gangesebne mit der durch A gehenden söhligen Ebne und ihre Kreuzlinie einschliessen.

Auflösung.

$$\mathrm{Cosin}\, n = \mathrm{Cos}\, m\ \mathrm{Cos}\, \alpha$$
$$\mathrm{Cos}\, n' = \mathrm{Cos}\, m'\ \mathrm{Cos}\, \alpha.$$

Beweis.

In den beyden bey E rechtwinklichten Kugeldreyecken BEC, BED, ist

$$BE = \alpha$$
$$CE = m$$
$$ED = m'$$
$$BC = n$$
$$BD = n',$$

und man hat nach sphär. Trig. 1. Satzes 3. Zusatzes III Proportion

$$1 : \mathrm{Cos}\, m = \mathrm{Cos}\, \alpha : \mathrm{Cos}\, n$$
$$1 : \mathrm{Cos}\, m' = \mathrm{Cos}\, \alpha : \mathrm{Cos}\, n'.$$

§. 496.

Wäre BDE oder F' und γE oder m' gegeben: So hätte man nach a. O. V Proportion

$$\mathrm{Cot}\, n' = \mathrm{Cos}\, F'\ \mathrm{Cot}\, m'.$$

Eben so für bekannte F und m

$$\mathrm{Cot}\, n = \mathrm{Cos}\, F\ \mathrm{Cot}\, m.$$

Man hat auch

$$\mathrm{tang}\, n' = \frac{\mathrm{tang}\, m'}{\mathrm{Cos}\, F'}$$

$$\mathrm{tang}\, n = \frac{\mathrm{tang}\, m}{\mathrm{Cos}\, F}\ \text{(a. O. VIII).}$$

§. 497.

Den Winkel DBC zu finden, den beyde Gangebnen mit einander machen.

Auflö-

Auflösung.

In dem Kugeldreyecke BCD hat man

I) BCD = F
DC = a
DB = n'.

II) BDC = F'
DC = a
BC = n,

und man findet vermöge sphär. Trig. 3. Satzes

$$\sin DBC = \frac{\sin F \ \sin a}{\sin n'}$$

$$= \frac{\sin F' \ \sin a}{\sin n}.$$

§. 498.

Es sind gegeben:

Das Streichen γ', γ und die Neigungen F', F der Gangesebnen CD, FD (Fig. 103);

Ueberdies auf denselben zween Punkte A, B:

Man soll einen Punkt W, der Kreuzlinie finden, der mit einem, A, der beyden gegebenen, in einer söhligen Ebne liegt.

Auflösung.

I. Man stelle sich durch A eine söhlige Ebne gelegt vor:

So schneidet diese die Kreuzlinie DE in dem gesuchten Punkte W.

Ferner die Ebnen DC, DF in AW, WB', daß also Aa mit DC, und aB' mit DF einerley Streichen hat.

II. Nun verrichte man von A bis B einen Zug: So läßt sich der AB Sohle AB' und Streichen β finden,

III. Aber aus der WA, WB' Streichen ergiebt sich nach 255 der

W AWB′ = a,
der AB, AW Streichen
WAB′ = A
und der B′A, B′W Streichen
AB′W = B′:

Also hat man nach eb. Tr. 10. Satze

$$AW = \frac{\text{S}\ AB\ \sin B'}{\sin a}$$

$$= \frac{\text{S}\ AB}{\sin a} \sin B'$$

$$BW = \frac{\text{S}\ AB\ \sin A}{\sin a}$$

$$= \frac{\text{S}\ AB}{\sin a} \sin A.$$

§. 499.

Die Aufgabe in 489 erwähnt Herr **von Oppel** in 618 § seiner Markscheidekunst, hat aber von ihr keine Auflösung gegeben; vielleicht weil er sie für die meisten Markscheider zu schwer hielte. Jezt wird man dies wohl nicht zu befürchten haben, da sich doch die Markscheider nicht beschuldigen lassen werden, daß sie nicht gehörig Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie, als die Grundfesten der Markscheidekunst, verstünden.

Uebrigens will ich noch erinnern, daß sich eine ähnliche Auflösung in Herrn Hofr. **Kästners** Markscheidekunst 30. Anmerkung mit Exempeln erläutert vorfindet, der ich meist gefolgt bin.

XXVI.

Ausstreichen.

§. 500.

Von einem Gange oder Flötze, so durch des Gebürges oder Berges Oberfläche setzt, sagt man: Er streiche zu Tage aus; und nennt das, was er mit genannter Oberfläche gemein hat, sein Ausstreichen, Ausgehendes, (caput).

§. 501.

Des Ganges oder Flötzes Ebne Ausstreichen ist also eine Linie, (Geom. II. 2 Erkl. Zus. Anm.).

§. 502.

Diese kann söhlig und donlegig seyn, nachdem die Ebne des Gebürgesoberfläche schneidet.

Denn man stelle sich durch eines Berges Oberfläche eine söhlige Ebne gelegt vor: So ist des Ganges oder Flötzes Ebne Ausstreichen söhlig, wenn es mit der söhligen Ebnen parallel läuft, sonst donlegigt.

Allemal aber ist da das Ausstreichen söhlig, wo es durch einen söhligen Theil genannter Oberfläche geht.

§. 503.

Wenn man sich durch einer Ebne LB donlegigtes Ausstreichen AE (Fig. 104), eine seigere Ebne Gj vorstellt: So hat diese und jede söhlige Linie Aj in ihr, mit dem donlegigten Ausgehenden eines und dasselbe Streichen:

Dieses ist aber nicht das Streichen der Ebne LB

Beweis.

Die seigere Ebne Gj ist nicht die Ebne LB auch ihr nicht parallel: daher sind der Gj, LB, Durchschnitte Aj,

Aj, AB mit einer söhligen Ebne AD nicht nothwendig parallel.

§. 504.

Der Satz vorigen § findet sich auch in Herrn **von Oppels** Markscheidekunst, 565. §, aber ohne Beweis.

Herr Hofr. **Kästner** hat in seiner Markscheidekunst 23 Anmerkung den Beweis auseinandergesetzt, welchen ich hier mit einiger Veränderung aufgestellt habe.

Dies zu thun schien mir nicht überflüßig: denn man sieht daraus, daß das Ausgehende nur alsdenn mit dem Gange einerley Streichen hat, wenn er des Berges oder Gebürgesoberfläche in einer söhligen Linie schneidet.

§. 505.

I. Die Lage des Ausgehenden bestimmen zu können, muß man den Theil des Berges oder Gebürges Oberfläche, wodurch der Gang streicht, als eine **donlegigte Ebne** ansehen und dieser ihre Neigung, d. h. ihr Ansteigen, wissen.

II. Ueberhaupt bestimmt man das **Ansteigen eines Gebürges**, oder auch nur **Berges**, wenn man seinen **Abhang**, **Abfall**, sein **Gehänge**, d. i. den Theil des Gebürges oder Berges Oberfläche zwischen dem Fusse und obersten Theile des Gebürges, als eine geneigte Ebne ansieht, und der ihre Neigung angiebt.

Hiebey sagt man: **das Gebürge habe sein Ansteigen gegen Abend oder Morgen**, nachdem die Linie des Fallens jetzt genannter Ebne, **der Ebne des Ansteigens**, von dem Durchschnitte mit einer söhligen Ebne weg, gegen Osten oder Westen streicht.

III. Das Streichen dieser Ebne wird ebenfalls nach dem Streichen jeder söhligen Linie in ihr geschätzt.

§. 506.

Die Neigung und das Streichen der Ebne des Ansteigens zu bestimmen.

Auflösung.

Man nehme in ihr zween Punkte so an, daß, wenn man durch den einen eine söhlige Ebne legt, die Linie zwischen diesen Punkten auf dem Durchschnitte beyder Ebnen senkrecht steht, oder die Linie des Fallens ist.

Wird nun von dem einen zum andern ein Zug verrichtet: So läßt sich dadurch mittelst 333 dieser Linie Streichen und Neigung finden.

Diese ist gleich der Ebne des Ansteigens Neigung, das Streichen aber von dem genannter Ebne um 6 Stunden unterschieden.

§. 507.

Das Streichen und Fallen einer Ganges oder Flötzes Ebne so wohl als der Ebne des Ansteigens ist gegeben:

Man sucht das Streichen und Fallen des Ganges oder Flötzes Ebne Ausgehenden.

Auflösung.

Nach 505 sieht man, daß diese Aufgabe mit der in 489 übereinkommt, und also die dortige Auflösung hier völlig ihre Anwendung findet, so bald man sich unter der einen der dortigen Gangesebnen, die Ebne des Aufsteigens denkt.

§. 508.

Es ist eine söhlige Ebne DE (Fig. 105) gegeben, auch über oder unter derselben ein Punkt A in der Ebne GH, deren Streichen β und Fallen φ bekannt:

Man soll einen Punkt C des Durchschnitts FG der Ebne GH mit DE, angeben.

Auflö-

Auflösung.

I. Man gebe auf DE des Punktes A Oertung B an, (427);

II. Suche beyder Punkte seigere Entfernung AB = h, (333);

III. Ziehe eine Linie BC in dem Streichen das von β um 6 Stunden verschieden, und östlich oder westlich, ist, nachdem für A unter DE die Ebne GH von A weg gegen Morgen oder Abend aufsteigt, oder für A über DC von diesem Punkte aus gegen Morgen oder Abend fällt,

IV, Und nehme BC = h × Cot φ.

Beweis.

Daß BC, so gezogen wie III verlangt, FG in dem gesuchten Punkte schneidet, fällt in die Augen.

Aber

BCA = φ, (III und G. II Th. 2 Erkl.),

und

BA = h (II):

Also ist in dem bey B rechtwinklichten Dreyecke ABC

1 : h = Cot φ : BC, (Trig.).

§. 509.

Wäre DE über Tage, auf des Gebürges Oberfläche gegeben: So fände man nach vor. § einen Punkt C der Ebne GH Ausstreichen FG.

In so ferne man den Theil des Gebürges Oberfläche, worinne C liegt, als söhlig annehmen kann: So giebt ein durch C in dem Streichen des Ganges abgesteckte Linie, oder vielmehr seigere Ebne, das Ausgehende an.

Ist dieser Theil der Oberfläche donlegig: So wird man sich schon bey Angebung des Ganges oder Flötzes Ausstreichen durch 507 zu helfen wissen.

§. 510.

§. 510.

Wegen der Erinnerung 314 muß sich der Markscheider bey diesen und ähnlichen Verrichtungen mit der Bedingung verwahren: **Wenn der Gang sein Streichen und Fallen behält.**

§. 511.

I. Der 508 § dient auch einen Punkt C anzugeben, von dem weg auf dem Gange rc. ein Schacht, oder Ueberhauen rc. betrieben werden soll, daß man damit in einen gegebenen Punkt A durchschlägig werde.

II. Um aber zu wissen, wie weit von C bis A sey, muß man aus φ und h (508) die Größe von CA, die des von C nach A zusinkenden Schachts flache Tiefe heissen mag, bestimmen.

III. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke CBA,

$$ACB = \varphi$$
$$AB = h,$$

also bekannt. Daraus findet sich nach eb. Trig. 6. Satze

$$CA = \frac{h}{\sin \varphi}$$
$$= h \operatorname{Cosec} \varphi.$$

IV. Wäre φ und BC, $= a$, bekannt: So hätte man

$$CA = \frac{a}{\operatorname{Cos} \varphi} \text{ (eb. Tr. a. D.)}$$
$$= a \sec \varphi.$$

V. Wären a und h gegeben: So hätte man

$$CA = \sqrt{(h^2 + a^2)},$$

Oder da

$$\frac{h}{a} = \operatorname{tang} \varphi,$$

kann man auch CA nach III oder IV finden.

§. 512.

Es ist gegeben:

Das Streichen β der Ebne LB (104 Fig.);

Auch das Streichen γ und Neigung α des Ausgehenden AL der Ebne LB:

Man soll daraus dieser Ebne Neigung φ finden.

Auflösung.

Man suche aus γ und β einen Winkel μ, (254): So hat man

$$\text{Cot}\,\varphi = \sin\mu.\ \text{Cot}\,\alpha.$$

Beweis.

Die söhlige Ebne AD durch A, schneide LB in AB: So hat AB mit LB einerley Streichen (292).

Diese söhlige Ebne DA werde ferner von der durch AL gehenden seigern Ebne in AM geschnitten:

So ist

$$LAN = \alpha$$

und AM hat mit AL einerley Streichen (42).

Man kann also den Winkel MAB $= \mu$ berechnen (254).

Nun mache man AK $=$ AM $=$ AL und beschreibe damit aus A die Bogen LM, MK, LK:

So entsteht ein rechtwinklichtes Kugeldreyeck in dem

$$LM = \alpha$$
$$MK = \mu$$

bekannt, und.

$$LKM = \varphi$$

gesucht wird.

Man hat aber

$$1 : \sin\mu = \text{Cot}\,\alpha : \text{Cot}\,\varphi$$ (sph. Tr. 1. S. 3. Z. VII.).

§. 513.

§. 513.

Aus eb. Trig. 5. Erklär. 1. Zusatze ist

$$\text{tg}\,\phi = \frac{\text{tang}\,\alpha}{\sin\mu}.$$

§. 514.

Wenn ausser der Lage von AL, der Ebne LB Neigung $= \phi$ gegeben: So hat man

$$\sin\mu = \frac{\text{Cot}\,\phi}{\text{Cot}\,\alpha}\ (512)$$

oder auch

$$\sin\mu = \frac{\text{tang}\,\alpha}{\text{tang}\,\phi}\ (513).$$

Auf diese Art also findet man μ, und daraus mittelst 256 und der AL Streichen das der AB und folglich der Ebne LB.

§. 515.

Die Aufgaben 512, 514, erwähnt der Herr von Oppel § 618, hat sie aber nicht aufgelößt; weil er den Vorwurf damaliger Markscheider befürchtete, die Markscheidekunst mit mathematischen Spitzfindigkeiten durch die ihr so brauchbare sphärische Trigonometrie zu bereichern.

Ausser diesen erwähnt er a. a. O. noch zwo andere, davon die eine in 489 die andere aber in 507 aufgelößt ist.

Herr Hofr. Kästner hat von der in 512 zu erst in seiner 29 Anmerkung über die Markscheidekunst die Auflösung gegeben; dabey auch eine vollständigere von der Aufgabe die Herr von Oppel § 619 aufstellt, und welche hier schon in 494 enthalten ist.

§. 516.

In der Grube ist ein Punkt A, (Fig. 106, 107) etwa vor Ort auf der Sohle gegeben;

 Ueber-

Ueberdies einer Ebne BE Streichen γ und Fallen φ, auch ob selbige gegen A zu oder von A weg fällt;

Imgleichen das Streichen η einer söhligen Linie AE, wo E in der Ebne BE liegt:

Man soll die Größe von AE finden.

Auflösung.

I. Man nehme auf der Ebne BE Ausstreichen, oder sonst in ihr, nur höher als A, einen Punkt B an, und verrichte von A bis B einen Zug (333).

II. Dadurch läßt sich der AB Streichen ω, Sohle AC und Seigerteufe BC finden, (a O.).

III. Aus γ und ω suche man einen Winkel μ, und aus ω und η einen ν, nach 255:

IV. So ist

$$AE = \frac{\text{S AB} \sin\mu \mp \text{Sg AB} \cot\varphi \operatorname{tg}\mu}{\sin(\mu - \nu)}$$

wo das Ober-Zeichen gilt, wenn die Ebne BC dem Punkte A zufällt, das untere aber, wenn sie ihm entfällt.

Beweis.

V. Eine söhlige Ebne durch A schneide die BE in FE;

Diese Linie aber die AC in D.

VI. Führt man nun GB auf FE senkrecht, und zieht GC:

So ist

$$BGC = \varphi, \text{ (Geom. II. Th. 2. Erklär.).}$$

VII. Und

$$GC = \text{Sgt AB} \cot\varphi.$$

VIII. Da aber DC mit AC in einer geraden Linie liegt:

So

So ist der DC Streichen $= \omega$ (II), so wie das der FE $= \gamma$:

Also ist aus genannten Größen der Winkel CDE $= \mu$ (III) bekannt, (255):

IX. Folglich hat man

$$DC = \frac{\mathfrak{Sg}\ AB\ \mathrm{Cot}\ \phi}{\mathrm{Cos}\ \mu} \text{ (eb. Tr. 6. S. u. VII).}$$

X. Fällt nun BC dem Punkte A zu, (wie in der 106. Figur): So ist

$$AD = \mathfrak{S}\ AB - DC$$
$$= \mathfrak{S}\ AB - \frac{\mathfrak{Sg}\ AB\ \mathrm{Cot}\ \phi}{\mathrm{Cos}\ \mu}.$$

XI. Fällt aber BE von A weg, (Figur 107): So ist

$$AD = \mathfrak{S}\ AB + \frac{\mathfrak{Sg}\ AB\ \mathrm{Cot}\ \phi}{\mathrm{Cos}\ \mu}.$$

XII. Also überhaupt:

$$AD = \mathfrak{S}\ AB \mp \frac{\mathfrak{Sg}\ AB\ \mathrm{Cot}\ \phi}{\mathrm{Cos}\ \mu}$$

wo das obere Zeichen für den Fall X, das untere aber für den XI gilt.

XIII. Aber der Winkel DAE läßt sich aus ω und η (III), $= \nu$ finden (255); und nach Geometrie 13. Satze

$$\text{der W DEA} = 180^\circ - (\nu + ADE)$$
$$= 180^\circ - (\nu + 180^\circ - \mu)$$
$$= \mu - \nu.$$

XIV. Also hat man (eb. Tr. 10. S.)

$$AE = \frac{AD\ \sin \mu}{\sin(\mu - \nu)};$$

woraus mit XII verbunden, die in IV angegebene Formel folgt.

§. 517.

Wenn

$$\phi = BAC:$$

So ist

$$\mathfrak{S}g\, AB\, \mathrm{Cot}\, \phi = \mathfrak{S}AB \;(270,\ 6))$$

und daher

$$AE = \frac{\mathfrak{S}AB(\sin\mu \mp \mathrm{tg}\,\mu)}{\sin(\mu - \nu)}.$$

§. 518.

I. Wenn

$$\mu - \nu = 90°:$$

So hat man

$$AE = \mathfrak{S}AB\, \sin\mu \mp \mathfrak{S}g\, AB\, \mathrm{Cot}\,\phi\, \mathrm{tg}\,\mu.$$

II. Ist aber

$$\mu = 90°:$$

So ist

$$AE = \frac{AD}{\mathrm{Cos}\,\nu} \;(516,\ XIV)$$

und

$$AD = \mathfrak{S}AB \mp \mathfrak{S}g\, AB\, \mathrm{Cot}\,\phi, \;(a.\ \S\, XII);$$

Also

$$AE = \frac{\mathfrak{S}AB \mp \mathfrak{S}g\, AB\, \mathrm{Cot}\,\phi}{\mathrm{Cos}\,\nu}.$$

§. 519.

Es ist eine söhlige Ebne DE (Fig. 105), gegeben, und auf derselben ein Punkt C des Durchschnittes FG mit einer Ebne GH deren Streichen γ und Fallen ϕ bekannt:

Man soll einen Punkt B in DE angeben, von dem weg einer ihrer Größe nach vorgeschriebene seigere Linie BA = a auf GH eintrift.

Auflö-

Auflösung.

Von C ziehe man eine söhlige Linie deren Streichen von γ um 6 Stunden unterschieden ist und sich von genannten Punkte nach der Gegend erstrecket, nach der GH von C aus fällt:

So liegt offenbar in ihr der anzugebende Punkt B.

Nimmt man daher auf ihr

$$CB = a \text{ Cot } \varphi;$$

So hat man das Verlangte.

Beweis.

Denn in dem rechtwinklichten Dreyecke CBA ist

$$BCA = \varphi$$
$$BA = a$$

bekannt, und man findet CB nach eb. Trig. 6. Satze, wie angegeben.

§. 520.

Ist kein C gegeben: So müßte man nach 508 eines suchen, und übrigens wie vorhin, verfahren.

§. 521.

Wäre CB und φ bekannt: So hätte man

$$a = CB \text{ tang } \varphi.$$

§. 522.

Sollte für ein gegebenes C, (519), in der dadurch gehenden söhligen Ebne ein Punkt b (Fig. 108) so bestimmt werden, daß zwar von ihm weg eine ihrer Größe nach gegebene seigere Linie = a die Ganges oder Flötzes Ebne trift, aber auch die zwischen C und b enthaltene söhlige Linie Cb eine vorgeschriebene Stunde β hat: so erhält man die Größe Cb auf folgende Art.

AD sey der Durchschnitt der söhligen Ebne durch C mit einer durch B laufenden seigern Ebne die das Streichen γ hat (519): So liegt b offenbar in dieser seigern Ebne.

Nun sey CB senkrecht auf AD: So ist

$$Cb = \frac{CB}{\sin BbC} \text{ (eb. Tr. 6. S.)}$$

$$= \frac{a \operatorname{Cot} \Phi}{\sin BbC} \text{ (519)}$$

wo BbC aus γ und β nach 255 gefunden wird.

§. 523.

$$a = Cb \sin BbC \operatorname{tg} \Phi.$$

§. 524.

I. Im Fall 520 ist auch folgendes Verfahren brauchbar:

II. A (Fig. 109, 110,) sey ein auf des Ganges Saalband unter der gegebenen söhligen Ebne DE (519), und B in DE nach Gefallen angenommener Punkt, doch B so, daß er in der Gegend des Hangenden, oder von dem Durchschnitte der Gangesebne mit DE, dahin zu liegt wohin der Gang fällt.

III. Man denke sich durch A eine söhlige Ebne, und durch B eine seigere, die ein Streichen τ hat, das von γ (519) um 6 Stunden unterschieden ist:

IV. Diese wird die Gangesebne in der Fallinie Cb, die BE in BC und die durch A in JH, schneiden.

V. Nun sey von A bis B ein Zug verrichtet: So findet man dadurch des Punktes B Seigerteufe Bb $= h$ in Beziehung auf die durch A laufende söhligen Ebne, (333):

VI. Ueberdies sey F der gesuchte Punkt, also FG die vorgegebene seigere Linie $= a$.

VII. Ist $h > a$ (Fig. 109): So sey GD die Verlängerung von FD an JH, (IIII): also

$$FD = Eb,$$

$$GD = Bb - FG$$

$$= h - a;$$

VIII.

VIII. Ist aber $h < a$, (Fig. 110): So ist

$$GD = FG - Bb$$
$$= a - h:$$

IX. Also überhaupt

$$GD = \pm h \mp a;$$

Welcher Ausdruck in jedem Falle, (VII, VIII), $= d$ seyn mag.

X. Nun ist (Fig. 109, 110)

$$GbD = \phi, (519)$$

und

$$bD = d \text{ Cot } \phi \text{ (eb. Tr. 6 S. und IX)}$$

Aber

$$BD = BF, \text{ (G. 12 S. 3. Z.)}:$$

Also

$$BF = d \text{ Cot } \phi.$$

XII Wenn man also von B, (II), auf DE (519) eine Linie BF bestimmt, deren Streichen $= \tau$ (III) und die so groß als d Cot ϕ nimmt: So hat man das Verlangte; Nur muß BF im Falle VII östliches oder westliches Streichen haben, nachdem des Gangesebne von A gegen Osten oder Westen aufsteigt; Im Falle VIII ist es umgekehrt.

XIII. Hätte man, (Fig. 111, wo einerley Buchstaben mit den in der 110 und 109ten Figur einerley Bedeutung haben), A über DE genommen: So erhielte man, wie leicht einzusehen

$$BF = DF \text{ Cot } \phi$$
$$= h \text{ Cot } \phi.$$

XIV. Uebrigens findet sich gleiches Verfahren beym Herrn von Oppel, aber nur vorgeschrieben.

§. 525.

Soll F so liegen, daß der Linie zwischen B und F ein gegebenes Streichen gehört: so heißt der Winkel, den

den diese Linie mit einer macht, die des Ganges Streichen hat, $= \lambda$; und man wird

$$BF = \frac{d. \, Cot \, \varphi}{\sin \lambda}$$

erhalten, wie auf ähnliche Art als in 522 erhellet.

§. 526.

Folgendes sind einige Hauptfälle, die durch die vorhergehenden Paragraphen aufgelößt werden können. Andere ähnliche hier nicht berührte Fälle wird man leicht zu lösen im Stande seyn, wenn man genannte Paragraphen gehörig inne hat. Die meisten finden sich beym Herrn **von Oppel.** § 850 bis 875.

§. 527.

Ein Ort wird nach einem vorliegenden Gange, dessen Streichen und Fallen man hat finden können, in einer gegebenen Stunde getrieben:

Man verlangt die söhlige Länge AE in der das Ort fortzutreiben ehe mit demselben der Gang erbrochen wird.

Dies wird durch 516 aufgelöst.

§. 528.

Wen der Gang dem Orte zufällt: So wird er in seinem Hangenden mit des Orts Sohle zuerst erbrochen; Entfällt er aber dem Orte: So richtet man ihn zuerst mit der Firste im seinem Liegenden aus.

§. 529.

Wenn man die Länge AE, (Fig. 112, 113) in der das Ort mit gewöhnlicher Rösche bis an den Gang DE zu treiben ist, finden will:

So suche man erstlich nach 527 des Orts söhlige Länge AE,

Dann, dieser AE zu gehörige Rösche

$$BE = AE \times Cos \, \vartheta,$$

wo ϑ die Bedeutung 424 II hat, und a. a. O * gefunden werden kann;

Ferner

Ferner

$$AB = \frac{AE}{\mathrm{Cos}\,\vartheta};$$

Und

$$BE' = \frac{AE\ \mathrm{Cos}\,\vartheta\ \mathrm{Cos}\,\varphi}{\sin(\varphi - \vartheta)}.$$

Fällt nun der Gang dem Orte zu: So hat man

$$AE' = AB + BE,\ (\text{Fig. } 112),$$

Entfällt er ihm aber: So ist

$$AE' = AB - BE',\ (\text{Fig. } 113):$$

Ueberhaupt also

$$AE' = AB \pm BE$$

§. 530.

Auf die Art ergiebt sich die Länge des Orts bis wo mit dessen Sohle der Gang erbrochen wird.

Will man aber die Länge A'D finden, mit welcher der Gang mit des Orts Firste auszurichten:

So hat man

$$AD = AB \pm B'D$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn der Gang dem Orte zufällt, sonst aber das untere.

Aber

$$BD = \frac{B'E.\ \mathrm{Cos}\,\varphi}{\sin(\varphi - \vartheta)}$$

wo B'E des Orts Höhe B'B und der AB zugehöriger Rösche BE Summe.

§. 531.

Soll mit dem Orte der kürzeste Weg nach dem Gange genommen, also in ein Streichen aufgefahren werden, das mit dem des Ganges um 6 Stunden unterschieden ist:

So findet sich AE' (527) nach § 518, AE' und A'D aber nach 529, 530.

§. 532.

I. Wenn A vor dem Gange liegt und dieser gegen A zufällt: So hat AB (Fig. 110, 111) östliches oder westliches Streichen, nachdem der Gang gegen Abend oder Morgen fällt.

II. Entfällt er aber dem A: So ist der AB Streichen westlich, oder östlich nachdem des Ganges Fallen recht oder widersinnig ist.

III. Wenn also im Falle I bey rechtfallenden Gange, AB westliches Streichen hat, oder östliches, wenn der Gang widersinnig fällt: So liegt A hinter dem Gange, oder der Gang ist schon mit dem Orte überfahren worden.

IV. Eben das ist geschehen im Falle II, wenn der Gang recht fällt und AB östliches Streichen hat, oder wenn er widersinnig fällt, und AB westlich streicht.

V. In beyden Fällen erhält man ein AE, (527) wodurch man, wenn man um so viel von A in einer dem Orte entgegengesezten Richtung mißt, einen Punkt E enthält, wo der Gang, dessen Streichen γ und Fallen ϕ, hätte überfahren werden müssen.

§. 533.

Wenn man des gegebenen Punkts A Oertung zu Tage ausbringt und auf des Ganges Ausstreichen einen Punkt B so bestimmt, daß dieser und A in der Fallebne liegen: So läßt sich

$$AE = \mathfrak{S}\, AB \mp \mathfrak{S}g.\, AB \,\mathrm{Cot}\, \phi$$

finden; wie leicht erhellet, wenn man sich hiezu eine gehörige Figur entwirft.

§. 534.

I Wenn auf einer söhligen Ebne in der Gegend des Hangenden eines Ganges ein Punkt b (Fig. 108), angewiesen worden, von dem weg ein Schacht seiger bis auf dem Gang abzusinken: So findet sich seine Seigerteufe folgendergestalt.

II. Vor=

II. Vorausgesetzt, daß man des Ganges Streichen und Fallen weiß oder sonst finden kann: So bestimme man einen Punkt C des Durchschnittes der Gangesebne mit der gegebenen söhligen (508);

III. Verrichte von C bis b einen Zug, wodurch sich der Cb Streichen und Sohle finden läßt, (333):

IV. Und man kann nun nach 523 das Verlangte finden.

§. 535.

I. Kann man kein C in der durch b gehenden söhligen Ebne bestimmen:

So bringe man des b Oertung b′ (Fig. 114) zu Tage aus,

Und gebe in des Ganges Ausstreichen einen Punkt C′ an (508).

II. Verfährt man nun wie III, IV, vorigen §s:

So erhält man eine Seigerteufe b′ D in der der Gang erbrochen würde, wenn man von b′ einen Schacht seiger absänke.

III. Zieht man also von b′D die Seigerteufe b′b ab:

So hat man das Verlangte.

§. 536.

I. Will man einen Gang ED (Fig. 115) durch seigeres Uebersichbrechen erschroten:

So muß der Punkt b in der Gegend des Ganges Liegenden angewiesen seyn; und man kann die seigere Länge bD, in der er zu erbrechen ist, nach 534 finden, wenn sich ein Punkt C in dem Durchschnitte der Gangesebne mit der durch b gehenden söhligen angeben läßt.

II. Kann dies aber nicht geschehen:

So bringe man des Punktes b Oertung b′ zu Tage aus,

Und bestimme in des Ganges Ausstreichen einen Punkt C′;

Ver-

Verfährt man nun wie 534 III, IV: So bekommt man b'D die Seigerteufe, in der mit einem seigern Schachte von b, der Gang ersunken werden könnte.

Diese von b'b abgezogen, giebt bD.

§. 537.

Ein C (534 II) in der Grube zu bestimmen, ist sehr beschwerlich, oft geht es gar nicht an: daher ist 535 und 536 II brauchbarer als 534 und 536 I.

§. 538.

Erhält man bey dem Verfahren in 535, b'D < b'b:

So muß der Gang schon ersunken worden seyn.

Wo dies hat geschehen müssen, findet man, wenn man von b so viel seiger aufwärts mißt, als a. a. O. III giebt.

§. 539.

Er giebt sich beym Verfahren 536 II, b'b < b'D:

So ist der Gang schon erbrochen worden.

Wo dies hat müssen erfolgen, kann man bestimmen, wenn man von b so viel seiger nieder mißt, als das nach a. O. gefundene bD beträgt.

§. 540.

Wegen der Erinnerung 314 I, hat der Markscheider bey dem bisherigen Arbeiten, das ihm nöthige Streichen und Fallen des Ganges, so nahe als möglich in der Gegend, zu bestimmen, wo er muthmaßet, daß mit dem Orte oder Schacht der Gang erschlagen werden kann; Sonst kann man auch das Hauptstreichen nehmen, und von den Graden der verschiedenen Neigungswinkel des Ganges, das arithmetische Mittel.

§. 541.

Wenn von Tage oder einer Strecke nieder, ein Schacht auf einem Gange abgesunken und damit bis

in

in einem in mehrere Teufe auf dem Gange angewiesenen Punkt erschlagen werden soll:

So läßt sich der Punkt, wo mit dem Schachte angesessen werden soll, nach 508 finden.

§. 542.

Will man einen Schacht bis auf einen Gang seiger und dann auf dem Gange nach dessen Donlege weiter absinken:

So sagt man: daß mit des Schachts obern Theile vorgeschlagen werde.

§. 543.

Mit einem solchen Schachte muß man in der Gegend des Hangenden und zwar in der Linie BL (508 III) ansitzen.

§. 544.

Einen Punkt anzugeben, daß wenn ein Schacht von diesem seiger abgesunken wird, man einen vorgegebenen Gang in gegebener Teufe erbricht.

Der verlangte Punkt findet sich nach 519 oder 520, oder 522 oder 524, 525.

§. 545.

Ein Schacht wie im vorigen § heißt ein Richtschacht.

§. 546.

Soll ein solcher von der Sohle eines Ortes nieder das nach demselben Gange getrieben wird, abgesunken werden:

So muß der Gang dem Orte zu fallen; und der Punkt wo damit anzusitzen, findet sich nach 522, oder 525.

§. 547.

Darnach läßt sich auch der Fall auflösen:

Auf der Sohle eines Orts, mit dem bereits ein Gang überfahren worden, einen Punkt anzugeben,

in dem mit einem nach diesem Gange zu sinkenden Richtschachte angesessen werden muß.

§. 548.

Auf einer Ebne, dessen Streichen γ und Fallen φ bekannt, sind zween Punkte A, B, (Fig. 116) gegeben:

Man soll die Größe der söhligen Linie BC finden, die auf der Ebne von einem B der gegebenen Punkte, bis an die durch den andern, A, gehende Fallinie AC gezogen werden kann.

Auflösung.

Man ziehe von B bis A; dadurch findet sich der Linie BA Streichen β und Sohle BD.

Aus β und γ suche man nach 255 einen Winkel $= \varepsilon$:

So hat man

$$BC = \text{S}\, BA \times \text{Cosin}\, \varepsilon.$$

Beweis.

Die Fallebne durch A schneide die söhlige durch B in CD:

So ist der

$$\text{W}\, DCB = R, \ (297, 44);$$

überdies

$$DBC = \varepsilon;$$

Also in dem rechtwinklichten Drenecke DCB

$$1 : \text{Cos}\, \varepsilon = BD : BC, \ (\text{eb Tr. 3. S.})$$

§. 549.

Hiedurch läßt sich folgende Aufgabe lösen:

Es ist ein Punkt A gegeben, von dem oder bis in welchen auf oder nach einem Gange ein Schacht abgesunken werden soll; dabey aber ist noch ein anderer Punkt B angewiesen: Man verlangt die söhlige Länge BC

BC zu finden, in der auf dem Gange bis an den Schacht ein Ort zu treiben ist.

§. 550.

Verlangt man die Länge BC' in der das Ort (549) mit gewöhnlicher Rösche bis an den Schacht getrieben werden soll:

So hat man

$$BC' = \frac{BC}{Cos\,\vartheta} \text{ (424)}$$

$$= \frac{\text{S}\,BA\,Cos\,\varepsilon}{Cos\,\vartheta} \text{ (548)}$$

§. 551.

Auf der Ebne BAG (Fig. 117, 118) **deren Streichen und Fallen bekannt, ist ein Punkt A gegeben;**

Auch weiß man von einer andern Ebne, die jene in BC **schneidet, ihr Streichen und Fallen;**

Ueberdies sey AC der BAG **Fallinie von A bis an die Kreuzlinie** BC:

Man verlangt die Größe von AC.

Auflösung.

I. Man nehme auf BC einen Punkt B an, und verrichte von B bis A einen Zug (333).

II. Daraus läßt sich der BA Länge = l, Neigung BAD, = ζ und Streichen = β finden, (a. D.).

III. Nun suche man nach 495 den Winkel EBC oder FCB, = n, den die Kreuzlinie BC mit der durch B, oder C, auf der Ebne BAG gezogenen söhligen Linie BE oder FG, macht.

IV. Nun sey BD der Durchschnitt der durch BA gehenden seigern Ebne mit der durch B laufenden söhligen:

So

So ist in dem bey D rechtwinklicht körperlichen Dreyecke, die Seite AD $= \xi$, auch nach 255 aus β und der Kreuzlinie Streichen die DE $=$ DBE, $= \phi$ bekannt:

V. Folglich hat man, wenn ABE $= v$ gesetzt wird
$$\text{Cos } v = \text{Cos } \xi \text{ Cos } \phi$$ (sph. Tr. 1. S. 3. Z. III).

VI. Liegt nun B höher als C (Fig. 117): So ist im Dreyecke ABC der
$$\text{W ABC} = v + n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ - n;$$

VII. Ist B tiefer als C (Fig. 118): So hat man
$$\text{W ABC} = v - n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ + n.$$

VIII. Also Ueberhaupt:
$$\text{W ABC} = v \pm n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ \mp n.$$

IX. Folglich, da auch AB $= l$ bekannt (II), erhält man
$$AC = \frac{l. \sin v \pm n}{\text{Cos } n}$$ (eb. Tr. 10. S. 2. Erkl. 2. Z.; und VIII).

§. 552.

Da der körperliche Winkel bey E $=$, der Ebne ABG Fallen, $= \phi$: So hat man
$$\sin v = \frac{\sin \xi}{\sin \phi}.$$ (sphär. Tr. 1. S.)

Indessen entgeht man bey der Formel V vor. §s, die bey dieser hier obwaltenden Zweydeutigkeit.

§. 553.

Auf einen Gange, dessen Streichen und Fallen bekannt, ist ein Punkt gegeben, von dem auf genannten Gange ein Schacht gesunken werden soll:

Man

Man fragt, wie tief man zu sinken hat, um damit einen andern übersetzenden Gang, von dem man ebenfalls Streichen und Fallen weiß, zuerbrechen.

Die Auflösung geschieht völlig nach 551.

§. 554.

Wäre schon auf dem Gange abgesunken, und man wollte wissen, wie weit man noch bis an den übersetzenden abzusinken hätte:

So nimmt man A auf der Schachtsohle, d. i. auf dessen untern Grundfläche, an, und verfährt übrigens wie 551 verlangt.

XXVII.

In wie ferne an zwo Stellen entblößte Gänge für einen gehalten werden können.

---

§. 555.

Man hat an einer Stelle einer Grube eines Ganges Streichen und Neigung gefunden; An einer andern Stelle findet sich von einem Gange eben das Streichen; Beyde Gänge aber, sind entweder zugleich rechtfallend, oder widersinnigfallend:

Man soll angeben, ob letzterer Gang mit erstern einerley sey.

Auflösung.

I. In der 119 Figur stelle die durch DACB laufende Ebne, die des ersten Ganges, und die Ebne durch PMON, die des andern Ganges, vor.

So ist nach den Bedingungen der Aufgabe klar, daß beyde Ebnen entweder eine und dieselbe, oder einander parallel, sind.

II. Nun sey AB eine söhlige Linie in der erstern Gangesebne und MN eine in der zweyten: Jene in der tiefern Stelle, diese in der höhern:

So haben beyde Linien der ihnen zugehörigen Ebne Streichen: Also einerley Streichen, und sind folglich parallel.

III. Man nehme in AB nach Gefallen einen Punkt E an, und verrichte von ihm bis in einen Punkt Q in MN, (der also höher als E liegt), einen Zug.

IV. Durch AB denke man sich eine söhlige Ebne, GR; und auf diese sey von Q das Loth QF gezogen; Man ziehe EF:

So ist QF der EQ Seigerteufe und EF ihre Sohle.

V. Beyde (QF, EF) hat man aus dem Zuge (III); auch der EQ oder EF Streichen, (333).

Folglich nach 255 auch den Winkel FEA den EF mit EA macht.

VI. Man setze

$$EF = b$$
$$QF = h$$
$$FEA = q$$

und beyder Ebnen (I) Neigungswinkel, (welche man gleich groß gefunden hat),

$$= p.$$

VII. Des andern Ganges Ebne schneide die söhlige Ebne durch AB in GH:

So sind GH, AB, MN parallel (Geom. 46 S. 1. Z.).

VIII. Auf GH sey QI senkrecht; Man ziehe FI welche auch auf GH senkrecht seyn wird (G. 46. S. 6. Z.), und folglich QIF der Ebne POMN Neigung (Geom. II. Th. 2. Erkl.): also = p (VI).

IX. Folg=

IX. Folglich (eb. Tr. 6. S.)

$$FI = h \cdot \mathrm{Cot}\, p.$$

X. Nun sey FK senkrecht auf AB; so liegen die Punkte K, F, I, in einer und derselben geraden Linie:

Denn FK, FI, sind Perpendikel aus einem Punkte F in der Ebne durch zwo Parallelen AB, GH, auf diese Parallelen (VII, VIII, V).

XI. Nach eb. Tr. 3. S. aber hat man

$$KF = b \cdot \sin q.$$

XII, Nun kann der Punkt Q, und folglich auch F, (des Punkts Q Projektion auf GR), zwo Lagen haben.

Erste. Beyde können auf der Seite liegen, wohin von E die Ebne CD fällt.

Der Linie EQ und folglich auch der EF Streichen ist also östlich oder westlich, nachdem CD gegen Morgen oder Abend fällt; oder gegen Abend oder Morgen aufsteigt.

Die 119 Figur stellt das vor.

Zweyte. Q, oder F, können auf der Seite liegen nach der CD von E aufsteigt.

Wenn also CD gegen Abend oder Morgen aufsteigt; also gegen Morgen oder Abend fällt; so hat EQ oder EF, westliches oder östliches Streichen:

In der 120. Figur ist das dargestellt.

XIII. Bey der ersten Lage ist der Parallelen AB, GH, Abstand

$$KI = KF + FI$$
$$= b \cdot \sin q + h \cdot \mathrm{Cot}\, p \text{ (IX, XI)}$$

Bey der zweyten hingegen hat man

$$KI = FK - FI$$
$$= b \cdot \sin q - h \cdot \mathrm{Cot}\, p \text{ (a. O.)}.$$

XIV. Sollen nun beyde Gangesebnen eine und dieselbe also beyde Gänge einer und derselbe, seyn:

So muß GH (VII) in AB zu liegen kommen:

Denn GH liegt mit AB in einer söhligen Ebne und zugleich auch in der Ebne MP, welche mit DC einerley seyn soll, (Fig. 121).

XV. Weil aber alsdenn Q in der Ebne DC (I) und über der durch AB gehenden söhligen Ebne, ist:

So liegt F nothwendig nach der Seite von AB zu, wohin diese Gangesebne DC aufsteigt, wie in der zweyten Lage (XII).

XVI. Nun sind aber auch I und K nur ein Punkt: Also ist

$$FI = FK$$

Folglich

$$FI - FK \text{ oder } b . \sin q - h . \text{Cot } p, = 0:$$

Also

$$b . \sin q = h . \text{Cot } p.$$

XVII. Diese Gleichung könnte ebenfalls bey der ersten Lage (XII) statt finden, wenn in der 119 Figur F in der Mitte zwischen GH (VII) und AB (II) läge.

XVIII. Man muß aber aus dem verrichteten Zuge (III) wissen, ob die erste oder zweyte Lage statt findet.

Wie man dies daraus erfahren kann, ist aus XII begreiflich.

XVIIII. Ich kann also annehmen, man weiß, daß die zweyte Lage statt findet.

XX. Bekommt man alsdenn die Gleichung

$$b . \sin q = h . \text{Cot } p \text{ (XVI):}$$

So zeigt sie folgendes an:

Aus dem Punkte F, (Fig. 120) des Punkts Q (III) Projektion auf der durch AB gehenden und des andern Ganges Ebne PM in GH schneidende Ebne, so daß sich GH mit AB auf einer und derselben Seite von F befindet, fallen auf AB und GH gleich lange Perpendikel:

Folglich gehen AB und GH in eine einzige gerade Linie zusammen;

Und

Und die beyden Perpendikel auch in ein einziges;
Und die beyden Punkte K, I, in einen einzigen.
Alsdenn entsteht folglich die 121 Figur.

XXI. Wenn also die zweyte Lage (XII) und die Gleichung $b . \sin q = h . \text{Cot } p$, (XVI) zusammen statt finden:

So sind beyde Gangesebnen eine und dieselbe und folglich auch beyde Gänge einer und derselbe.

XXII. Haben zwo Gangesebnen gleich große Neigungen und sind beyde zugleich entweder recht oder widersinnig fallend:

So liegen sie in einer Ebne, wofern

$$\sin q = \frac{h . \text{Cot } p}{b},$$

Haben sie aber einerley Streichen: So liegen sie in einer Ebne, woferne beyde zugleich recht- oder widersinnig fallen, und

$$\text{Cot } p = \frac{b . \sin q}{h}$$

ist.

Beyde Formeln erhält man aus (XVI), wo p und q zur Gangesebne DC gehören.

XXIII. So viel ist zwar in dieser Untersuchung geometrisch gewiß; Aber es fragt sich demohnerachtet noch: ob auch beyde Gänge ein Gang? zumal da ein Gang mehr als das blos geometrische einer Ebne ist.

Die Sache erhält schon einen großen Grad der Wahrscheinlichkeit, wenn an beyden Stellen einerley Gangarten brechen: Noch größer wird diese Wahrscheinlichkeit, wenn weder im Hangenden noch Liegenden des Ganges ein anderer Gang zu überfahren ist, der ihm fast gleichlaufend streichet.

Da aber ein Gang sowohl Veränderungen seiner Lage, als auch seines physischen, unterworfen:

So kann man unter den in XXI und XXII angezeigten Umständen selten mit Gewißheit, nur ziemlich zuverläßig, sagen, daß beyde Gänge einer und derselbe sind.

Daher gilt bey Streitigkeiten über eines Ganges Eigenthum nicht mehr der Meßkunst Anwendung, sondern der Beweis muß vom Vater, d. i. von Funde her mit offenen Durchschlägen geführt werden.

Man sehe Herrn von **Oppel** §. 876; **Lobethhans** Einleitnng zum Bergwerksrechte §. 89; **Baussens** Einleitung zu den in Deutschland üblichen Bergrechten 2c. Cap. X, §. 44; **Schönbergs** ausführliche Berginformation, Seite 48 u. f.

§. 555.

Anmerkung.

Die Vorschriften in XVI und XXI, giebt auch der Herr von Oppel §. 875, 877, aber ohne Beweis. Herr Hofr. **Kästner** hat über das bisherige (555) ausführlichere Untersuchungen angestellt, und sie in der 28. Anmerkung seiner Markscheidekunst mitgetheilt, von den ich das meiste im vorigen §. beygebracht habe.

Hier will ich noch anmerken, daß für Q tiefer als A, des Punkts F erste Lage auf der Seite von AB ist, nach der die Ebne CD steigt, aber in seiner zweyten Lage dahin zu liegt, wohin CD fällt.

XXVIII.

Vierung.

§. 556.

Man denke sich zwo Ebnen, davon die eine mit des Ganges hangenden Saalbande, die andere aber mit seinem liegenden eine parallele Lage hat, und jene $3\frac{1}{2}$ Lachter vom hangenden und diese so viel vom liegenden Saalbande entfernet ist:

So

So nennt man den Raum, den beyde Ebnen und die Saalbänder begränzen, dieses Ganges **Vierung**; die Ebnen selbst aber, mögen die **Vierungsebnen** heissen.

§. 557.

Die **Vierungsgerechtigkeit** eines älter belehnten Ganges auf einen jünger belehnten besteht darinne, daß alle Punkte des letztern Ganges die nicht über $3\frac{1}{2}$ Lachter von dem ihm am nächsten liegenden Saalbande des erstern entfernt sind, diesem älter belehnten zugehören.

§. 558.

Bey Treibung der Stöllen kommen einige Fälle vor, in denen auf das Recht des Alters nicht gesehen wird, dennoch aber einem Gange die Vierungsgerechtigkeit zukommt.

Hiervon sehe man Herrn **von Oppel** §. 917. **Schönbergs** Berginform. S. 197 rc. und überhaupt von der Vierungsgerechtigkeit das. S. 2, 3, 30, 31, 32, 33; u. a.

§. 559.

Einen Punkt in den Vierungsebnen zu finden, muß man von seinem hangenden Saalbande in die Gegend des Hangenden und von dessen liegenden Saalbande in die Gegend des Liegenden eine gerade Linie ziehen, die auf ihrem Saalbande senkrecht aufsteht und $3\frac{1}{2}$ Lachter lang ist (und Geom. 46. S. 5. Z. Erl.).

§. 560.

Eine solche Linie steht auf des Gangesebne senkrecht, und macht mit einer söhligen einen Winkel der dieses Ganges Neigung Ergänzung zu 90° ist.

Denn (122 Fig.) BA sey die Linie seines Fallens und DB eine solche wie 559 erfodert: so steht DB auf AB senkrecht, und schneidet verlängert, in C, die

durch A gehende söhlige Ebne; Man ziehe CA: so ist BAC des Ganges und DCA der DC Neigung: aber $\triangle$ ABC ist bey B rechtwinklicht: Folglich BCA $= 90°$ $-$ BAC.

§. 561.

Wenn ein jünger belehnter Gang einen älter belehnten schneidet: So treffen nicht alle Linien die auf einem Saalbande des letztern Ganges senkrecht stehen das diesem am nächsten liegende Saalband des jüngern Ganges in 3 $\frac{1}{2}$ Lachter.

Aber alle Punkte einer Vierungsebne von dem ihm am nächsten liegenden Saalbande des ältern Ganges, haben genannte Entfernung: Daher auch die Punkte ihres Durchschnittes mit dem Saalbande des jüngern Ganges.

§. 562.

Erklärung.

Diesen Durchschnitt wollen wir mit dem Herrn Bergmeister **Scheidhauer** die **Vierungslinie** nennen, dergleichen sowohl in der Gegend des Hangenden als Liegenden des ältern Ganges statt findet.

§. 563.

Ihre Punkte sind also alle von dem ihr am nächsten liegenden Saalbande des ältern Ganges genau 3 $\frac{1}{2}$ Lachter entfernt, und auf des jüngern Ganges Saalbande befindlich.

§. 564.

Ihre Lage ist einerley mit der Lage der Kreuzlinie beyder Gänge:

Denn beyde sind vermöge 556 und G. 2. Erkl. Zusatzes, einander parallel.

§. 565.

Die Entfernung d der Vierungslinie von der Kreuzlinie zu finden.

Auflö-

Auflösung.

I. Die Ebne FEB (123) stelle das eine Saalband des ältern Ganges vor, dessen Neigung $= \varphi$ und Streichen $= \gamma$ bekannt, die Ebne FBD hingegen des genannten Saalbande am nächsten liegende des jüngern Ganges, dessen Fallen $= \varphi'$ und Streichen $= \gamma'$ gegeben;

Ueberdies sey FB beyder Kreuzlinie, ACG die durch einen Punkt B in FB gehende söhlige Ebne, und DH die Vierungslinie.

II. Man ziehe DE auf FEB, aber DB und EB auf FB senkrecht:

So ist DB das gesuchte d und DE $= 3\frac{1}{2}$ Lachter $= 3, 5$ Lachter (I, 563).

III. Nun hat man zween Fälle zu unterscheiden:

1) Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben.

IV. Da liegt FB in der durch B gehenden söhligen Ebne ACG (491), und

$$\left.\begin{aligned} EBC &= \varphi \\ DBA &= \varphi' \end{aligned}\right\} (291).$$

V. Nun ist in dem bey E rechtwinklichten Dreyecke DEB

$$\sin DBE : 1 = DE : DB,$$

oder

$$\sin DBE : 1 = 3, 5 \text{ Lr.} : d:$$

Also

$$d = \frac{3, 5 \text{ Lr.}}{\sin DBE};$$

Aber

$$ABD + DBE + EBC = 2R$$

oder

$$\varphi' + DBE + \varphi = 2R:$$

Also

$$DBE = 2R - \varphi' - \varphi$$
$$= 2R - (\varphi' + \varphi).$$

VI. Folglich

$$d = \frac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin(\varphi + \varphi')}.$$

a) Wenn beyde Gänge verschiedenes Streichen haben.

VII. Da ist ebenfalls

$$\sin DBE : 1 = DE : DB;$$
$$= 3,5 \text{ Lr.} : d.$$

Hingegen der Winkel DBE ist der, den beyde Gangesebnen mit einander machen, und nach 497 gefunden werden muß.

VIII. Es bedeute daher hier gleichfalls

a der nach 255 aus γ und γ' (I) gefundene Winkel;

n' aber der Winkel, den die Kreutzlinie BF mit dem Durchschnitte des jüngern Gangesebne mit der söhligen ACG, und

n, der, den BF mit dem Durchschnitte des ältern Gangesebne ACG, macht:

So hat man

$$\left.\begin{aligned} \sin DBE &= \frac{\sin\varphi \ \sin a}{\sin n'} \\ &= \frac{\sin\varphi' \ \sin a}{\sin n} \end{aligned}\right\} \text{(a. D.)}:$$

IX. Also

IX. Also

$$d = \left.\begin{array}{l} \dfrac{\dfrac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin\varphi \sin a}}{\sin n'} \\[2ex] = \dfrac{\dfrac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin\varphi' \sin a}}{\sin n} \end{array}\right\} \text{(VII).}$$

Folglich

$$d = \frac{3,5 \text{ Lr.} \times \sin n'}{\sin\varphi \sin a}$$

$$= \frac{3,5 \text{ Lr.} \times \sin n}{\sin\varphi' \sin a}.$$

§. 566.

Es sey im Falle 2) des vorigen §. BH eine auf des jüngern Gange gezogene söhlige Linie:

So ist der ihr Streichen $= \gamma'$ (565, I) und schneidet die Vierungslinie DH unter einen Winkel DHB $= n'$ (565, VIII, und 564).

Wäre die söhlige Linie Bh auf des Aeltern Gange gezogen: So würde sie die Vierungslinie hE unter einen Winkel $= n$ geschnitten haben.

Aber

$$BH = \frac{DB}{\sin DHB}$$

$$= \frac{d}{\sin n'}$$

$$= \frac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin\varphi \sin a}$$

und

und eben so

$$Bh = \frac{3,5 \text{Lr.}}{\sin \varphi' \sin a}.$$

§. 567.

Durch einen Punkt H (Fig. 124) in der Vierungslinie, DH, gehe eine söhlige Ebne OQH; M sey ein anderer Punkt, dessen Seigerteufe MN = p in Beziehung auf OQH, also, wie viel M höher oder tiefer liegt als H, bekannt: Man sucht HM.

Auflösung.

Der Winkel DHQ ist der Vierungslinie DH Neigung, welche = α' seyn mag; diese aber ist einerley mit der Kreuzlinie BF ihrer (564). Man kann also α' nach 489 berechnen.

Nun ist in dem bey N rechtwinklichten Dreyecke

$$\sin \alpha' : 1 = NM : HM$$

Folglich

$$HM = \frac{NM}{\sin \alpha'}$$

$$= \frac{p}{\sin \alpha'}.$$

§. 568.

Auf einer söhligen Ebne ACE, (Fig) 125), die Vierungslinie DH, also eine Linie D'h' zu verzeichnen, auf der alle Punkte des jüngern Ganges FBD fallen, die von des ältern seinen MBP, drey und ein halbes Lachter entfernt sind.

Auflösung.

I. Wenn beyde Gänge verschiedenes Streichen haben.

I. Man

I. Man nehme auf der söhligen Ebne einen Punkt B an, der einen der Kreuzlinie vorbildet;

II. Ziehe durch diesen eine söhlige Linie BD in dem Streichen des jüngern Ganges;

III. Nehme auf ihr von B weg eine Länge BD $= \frac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin\varphi \; \sin a}$ (566) entweder dahin zu, wohin der Gang fällt, oder wohin er aufsteigt, nachdem nämlich die Vierungslinie in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des ältern Ganges verzeichnet werden soll.

IV. So bestimmt sich ein Punkt D der in der Vierungslinie DH liegt;

V. Zieht man durch diesen eine söhlige Linie hD′ in dem Streichen der Kreuzlinie BF:

So hat man das Verlangte.

VI. Beweis.

Nach 566 und I, II, III muß D in der Vierungslinie DH liegen.

Man stelle sich daher durch D eine seigere Ebne vor, die mit der durch die Kreuzlinie BF, parallel ist:

So geht jene durch DH (564) und schneidet die söhlige Ebne ACE in D′h.

Es müssen folglich in D′h alle Punkte des Jüngern Ganges fallen, die von des Aeltern $3\frac{1}{2}$ entfernt sind.

Aber D′h hat auch mit BF einerley Streichen.

II. Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben.

VII. Man ziehe durch B (I) eine Linie BD′ (Fig. 126) in einem Streichen, das von dem der Kreuzlinie um 6 Stunden verschieden ist;

VIII. Nehme BD $= \frac{3,5 \text{ Lr.} \times \operatorname{Cot}\varphi'}{\sin(\varphi' + \varphi)}$, und zwar von B nach der Gegend, nach der des Aeltern Gang, entwe=

entweder fällt oder aufsteiget; Das erste muß geschehen, wenn die Vierungslinie DH im Hangenden, das andere aber, wenn sie im Liegenden genannten Ganges angegeben werden soll:

VIIII. Hiedurch nun bestimmt sich auf ACE ein Punkt D′ durch welchen eine Linie hD′ in der Kreuzlinie Streichen gezogen, die verlangte Linie, giebt.

X. Beweis.

Für diesen Fall liegt die Kreuzlinie BF in der söhligen Ebne ACE (491).

Man denke sich durch die Vierungslinie DH eine seigere Ebne DHD′, welche die söhlige in D′h schneiden wird.

Dieser Durchschnitt ist mit FB parallel (564) und die zuverzeichnende Linie, (Bed.).

Man ziehe BD′ auf hD′ senkrecht:

So ist der BD′ Streichen von dem der BF um 6 Stunden verschieden, also bekannt (489), und

$$DBD' = \varphi'.$$

Ferner sey DB auf HD senkrecht, also = d:

So ist in dem bey D′ rechtwinklichten Dreyecke DD′B

$$1 : \text{Cos}\,\varphi' = d : D'B,$$
$$= \frac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin(\varphi' + \varphi)} : DB;$$

Folglich

$$D'B = \frac{3,5\ \text{Lr.} \times \text{Cos}\,\varphi'}{\sin(\varphi' + \varphi)}.$$

XXIX.

Vermessen.

§. 569.

Der söhlige Flächenraum, darinne Gewerken Befugniß erhalten haben, Bergwerk zu bauen, heißt **verliehenes Feld;**

Dieses über Tage abstecken und seine Gränzen angeben, dasselbe **vermessen,** oder **verschnüren.**

§. 570.

Auf Gängen wird das verliehene Feld nach einer söhligen Länge in des Ganges Hauptstreichen gestreckt.

§. 571.

Man nennt solches **streichendes Feld.**

§. 572.

Die Breite eines solchen Feldes bestimmt des Ganges Mächtigkeit und Vierung.

§. 573.

Das Vermessen geschieht nach **Fundgruben** und **Maaßen.**

In **Freyberg** ist eine Fundgrube = 60 Lachter.
Maaße = 40 Lr.

Im **Oberertzgebürge** ist die
Fundgrube = 42 Lachter
Maaße = 28 Lachter.

Von letzterer Größe sind auch die Fundgruben und Maaßen auf dem **Harz** und zu **Joachimsthal.**

§. 573'.

Sonst vermaße man noch **Lehnen** und **Wehren.**

Ein Lehn aber war = 7 Lr. und zwey Lehne gaben ein Wehr.

§. 574.

§. 574.

Der Punkt, wo das Anhalten der Fundgrube zu nehmen ist, heißt der **Fund**.

§. 575.

Dieser ist entweder vom beliehenen Gewerken willkührlich angenommen, oder durch die erste Entblößung eines Ganges, durch erstes Einwerfen des Kübels und Seils, oder durch besonderes Angeben im Muthzeddel und Verleyhbuche bestimmt, oder auch mittelst Eydes beschworen.

In jedem Falle aber muß dem Markscheider der Fund von Gewerken, oder vom Bergmeister des Orts, oder auch wohl durch einen in Rechtskraft ergangenen Bergbescheid angewiesen, oder durch Marken und Markscheidestufen bestimmt seyn, (574).

§. 576.

I. Von dem Funde aus wird gemeiniglich die eine Hälfte der Fundgrube dem Gebürge hinaufwärts, die andre aber demselben hinabwärts erstrecket.

II. Ihre Gränzen bestimmen zwo seigere Ebnen, deren Streichen von dem Hauptstreichen um 6 Stunden verschieden und welche von dem Funde um eine söhlige Länge deren Streichen mit dem Hauptstreichen übereinkommt und der halben Länge der Fundgrube, gleich ist, entfernt sind, (570).

III. An jeder Seite (I) der Fundgrube werden Maaßen angehängt, von den die, so an der Seite der Fundgrube liegen, wo das Gebürge ansteigt, die obern, die aber auf der andern Seite, wo das Gebürge abfällt, sich befinden, die **untern Maaßen** heißen.

Die erste, zweyte, dritte rc. obere Maaße ist die erste, zweyte, dritte rc. von der Fundgrube an; und so auch bey den untern Maaßen.

IV. Die

IV. Die Gränzen dieser Maaßen bestimmen ebenfalls seigere mit den in II parallele Ebnen, die aber nach dem Hauptstreichen um eine söhlige Länge = der Länge einer Maße, von einander entfernt sind, (570).

§. 577.

Solche Ebnen wie in II und IV vor. § mögen die Gränzflächen einer Fundgrube, oder Maaße heisen.

§. 578.

Zuweilen, und wenn der Fund auf einem Gange am Fusse des Gebürges genommen, kann die ganze Fundgrube vom Funde weg nach einer Seite zu erstrecket werden. Der Bergmeister des Orts muß aber dies in Verleyhbuch besonders anmerken lassen.

§. 579.

Ohne Bestimmung des Fundes können keine Maaßen vermessen werden, (576).

§. 580.

Die Berggesetze erlauben auf einem Gange nur eine Fundgrube zu bestätigen; doch macht folgender Fall hievon eine Ausnahme.

Wenn ein Gang in das Gegengebürge, das von dem, worinne schon der Fundgrübner liegt, durch einen Erbfluß abgesondert wird: So heißt der Theil des Ganges im Gegengebürge, von des Erbflusses Mitte angerechnet, das Gegentrom; Und auf diesem wird noch eine Fundgrube und zugehörige Maaßen verliehen, es mag nun des Gegentrom ein jüngerer oder der ältere abbauen wollen. Beyder Fundgruben und Maaßen aber haben ihre gemeinschaftliche Gränze in des Erbflusses Mitte.

§. 581.

Kann zu Ende des vermessenen Feldes wegen eines Erbflusses oder der schon bestimmten Gränze des Feldes einer Gewerkschaft, u. s. w. keine völlige Maße eingebracht

bracht werden: So heißt dieser Theil des verliehenen Feldes ein **Ueberschaar**.

§. 582.

Auf Flötzen und Stockwerken wird, wo es angeht, das Feld nach einem söhligen rechtwinklichten Parallelogramm abgegeben, und **geviertes Feld**, genannt.

§. 583.

Seine Breite hat also ein Streichen das von dem seiner Länge um 6 Stunden verschieden ist.

§. 584.

Eine **gevierte** Fundgrube ist meist 28 Lachter lang uud breit, eine **gevierte Maaße** aber 14 Lachter.

An vielen Orten haben die gevierten Fundgruben und Maaßen eben die Länge, wie die bey streichendem Felde, ihre Breite aber ist 28 Lachter, auch 14 Lachter.

In Eisleben ist ein **geviertes Lehn**, 66 Lachter lang und 22 Lachter breit.

§. 585.

Auf Seifenwerken wird nach 100 Lachter Länge und 50 Lachter Breite vermessen.

§. 586.

In solchem Felde darf man nur so tief als das Seifengebürge liegt bauen.

Hingegen Gänge, Flötze, Stockwerke erlauben die Bergrechte innerhalb dem verliehenen Felde so tief als möglich, oder wie der Bergman sagt: bis in ewige Teufe, abzubauen.

Diese wird bey Flötzen und Stockwerken seiger genommen, bey Gängen aber nach ihrer Donlege.

§. 587.

Die Punkte, in den sich die gemessenen Fundgruben und Maßen endigen, heissen **Marken**;

Die in selbigen ins Gestein eingehauene Zeichen, **Markscheidestufen**;

Die

Die über Tage deshalb gesetzten Gränzsteine, Lochsteine auch Marksteine,

Und jede der seigern Ebnen, die einer Gewerkschaft verliehenes Feld begränzen, die **Markscheide**.

§. 589.

Beym gevierten Felde werden wenigstens in die Winkelpunkte Lochsteine gesetzt, das heißt: **Es wird mit 4 Lochsteinen bereint.**

§. 590.

Es muß angewiesen werden, nach welcher Gegend der gevierten Fundgrube Länge gestreckt werden soll.

Dann aber wird dieselbe, wenn es nicht andere Umstände ändern *), so vermessen, daß der Fund in der Fundgrube Mitte liegt, jede Maaße aber, wo sie der Lehnträger hinlegt, an die Fundgrube angeschlossen, und so auch Maaßen an Maaßen.

§. 591.

Bauwürdigkeit des Feldes, die Gränze anderer Gewerkschaften Feldes, Lage des Gebürges, und dergleichen Umstände mehr, lassen oft nicht zu, daß noch eine Maaße mit ihrer gehörigen Länge und Breite eingebracht werden kann.

Dann muß man eine andere söhlige geradlinichte Figur bestimmen, deren Flächeninhalt gleich dem der Maaße ist.

§. 592.

Bey streichendem Felde kann jeder Punkt in der durch den angewiesenen Fund gehenden Fallinie des Ganges Hauptebne (469) als ein Anhaltepunkt der Fundgrube angesehen werden (574, 576 II, IV; 586); Und die Fundgruben und Maaßen nehmen in solchen Fallinien ihren Anfang und ihr Ende, (576).

*) M. s. Hertwigs Bergbuch, Seite 148 §. 9; Bergbau Spiegel, 2 Buchs 8 Cap. 16 §.

§. 593.

Jeder Punkt in der seigern Linie durch den angewiesenen Fund kann beym gevierten Felde zum Anhalten des Vermessens (569) dienen; Und die Gränzen der gevierten Fundgruben und meistens auch der Maaßen sind vier seigere einander rechtwinklicht schneidende Ebnen (582, 586, 597).

§. 594.

Ist auf einem Gange ein Punkt als der Endpunkt einer Fundgrube, oder Maaße gegeben, nebst des Ganges Hauptstreichen: So kann man dadurch alle übrigen höher und tiefer fallende Punkte, in den sich eben der Theil des vermessenen Feldes endiget, bestimmen (592).

§. 595.

In welcher Tiefe auch der Fund angewiesen wird: So ist dies doch in Rücksicht des zu verschiedenen Feldes gleichgültig und ändert nichts in Bestimmuug seiner Gränzen (592, 593).

§. 596.

Die söhlige Linie, die von einem Punkte einer von zwo gleichlaufenden söhligen Linien bis an die andere rechtwinklicht gezogen ist, heißt dieser gleichlaufenden Linien **söhlige Entfernung.**

§. 597.

Die söhlige Entfernung zwoer Fallinien des Ganges Hauptebne, wovon jede durch einen Endpunkt einer Fundgrube oder Maaße geht, ist gleich der Länge (573) genannter Fundgrube oder Maaße, (592, 576).

§. 598.

I. A (Fig. 127) sey auf dem Ausstreichen AB eines Ganges der End= oder Anfangspunkt einer Fundgrube oder Maaße;

JL eine durch AB gehende seigere Ebne;

AD

AD deren Durchschnitt mit der durch A laufenden söhligen;

AC die nach dem Hauptstreichen des Ganges gezogene söhlige Länge der Fundgrube, oder Maaße,

Und AB die durch C gehende Gränzfläche, welche AB und AD in B und D schneide:

So ist, wenn das Streichen von AB nicht gleich dem Hauptstreichen ist, AD > AC; wie aus 576 und Geometrie 9 S. 10 Z. erhellet.

II. Hätte AB mit AC gleiches Streichen:

So müßte AD auf AC liegen, und beyde Linien müßten folglich einander gleich seyn.

§. 599.

Es mag A (598 I) der Fund, oder der Endpunkt einer Fundgrube oder Maaße seyn, so sey AC = d:

Man soll von A aus, den Punkt D (a. O.) bestimmen.

Auflösung.

Aus des Ganges Hauptstreichen und dem Streichen seines Ausgehenden AB suche man nach 255 einen Winkel DAC = η:

So hat man D durch

$$AD = \frac{d}{\operatorname{Cos}\mu} \text{ (577; eb. Tr. 3. S.).}$$

§. 600.

Wäre des Ausgehenden AB Neigung BAD = f gegeben: So hätte man

$$AB = \frac{AD}{\operatorname{Cos} f}$$

$$= \frac{d}{\operatorname{Cos}\mu \operatorname{Cos} f}.$$

§. 601.

Bestimmt man auf einer söhligen Ebne in der Grube einen Punkt, der in einer Linie liegt, die durch den Lochstein, oder an Tage angewiesenen Fund geht, und (wie bey Gängen) entweder ein Streichen hat, das von dem Hauptstreichen des Ganges um 6 Stunden verschieden, oder, (wie bey Flötzen rc.) seiger ist: So sagt man: **Man fälle einen Lochstein oder den Fund auf diese söhlige Ebne.**

Geschieht diese Bestimmung mit dem in der Grube gegebenen Fund über Tage: So heißt das, **den Fund zu Tage ausbringen;**

Auf gleiche Art versteht man die Redensart: **Eine Markscheidestufe von einem Stolln oder Strecke auf eine höhere oder tiefere Strecke, oder zu Tage aus, bringen.**

§. 602.

Den Fund A (Fig. 128) zu Tage auszubringen.

Auflösung.

1) Bey streichendem Felde.

I. Man bringe dessen Oertung B zu Tage aus (427);

II. Ziehe von da eine söhlige Linie BC nach der Gegend, nach der der Gang von A aus aufsteigt, die aber ein Streichen hat, (das von dem Hauptstreichen des Ganges um 6 Stunden verschieden ist):

III. Und nehme

$$BC = AB \operatorname{Cot} \varphi$$

wo φ des Ganges Fallen und AB die seigere Entfernung der Punkte A, B.

Beweis.

AC sey die durch A gehende Fallinie der Hauptebne des Ganges: So liegt C in dieser Linie (601); Und

eine

eine Linie wie II der Auflösung verlangt muß AC in den gesuchten Punkte C schneiden, und mit AB bey B einen rechten Winkel CBH machen.

Man findet daher BC nach eb. Tr. 6 Satze.

2) Bey gevierten Felde.

Da bringe man des Fundes A Oertung zu Tage aus, (601).

§. 603.

Auf gleiche Art kann man einen Lochstein, den über Tage gegebenen Fund, in die Grube fällen, wenn man nur dazu § 430 zu Hülfe nimmt.

Auch so lassen sich Markscheidestufen auf höhere und tiefere Strecken oder zu Tage aus bringen.

§. 604.

I. Einen auf einem Gange gegebenen Punkt A, (Fig. 129) es mag nun der Fund, oder ein Lochstein oder eine Marke seyn, auf eine angewiesene höhere oder tiefere Strecke in CD zu bringen, ist folgendes Verfahren brauchbar:

II. Auf der gegebenen Strecke nehme man auf dem Gange einen Punkt D an, und ziehe von D bis A:

III. Dadurch findet sich der DA Sohle = DB und deren Streichen, (333).

IV. Nun suche man aus genannten Streichen und dem von BC, (als der durch A gehenden Fallinie AC Sohle), den Winkel DBC = ε, (255.).

Ferner aus eben dem Streichen der BC und dem Hauptstreichen, (als dem der söhligen Linie DC, [Bed.]) den Winkel BCD = μ:

V. So hat man

$$DC = \frac{BD.\ \sin \varepsilon}{\sin \mu}$$ (eb. Tr. 10 S.).

VI. Dieses DC muß man von D aus in dem Hauptstreichen nach der Gegend ziehen, nach der der

Gang fällt, wenn W. BCD = μ spitzig; Ist er aber stumpf: so muß DC nach der entgegengesetzten Richtung genommen werden. Dies alles muß geschehen, wenn A höher als C liegt; Ist hingegen A tiefer: So erfolgt die Sache umgekehrt.

§. 605.

Streichendes Feld zu vermessen.

Auflösung.

I. Wenn der Fund über Tage gegeben ist.

Da bestimme man nach 276 eine auf dem Funde in des Ganges Hauptstreichen laufende Linie, deren Sohle so groß ist, als die Längen der zu vermessenden halben oder ganzen Fundgrube und die verliehenen obern oder untern Maaßen betragen, (576, 578, 572).

Nun gebe man vom Funde aus nach a. h eine söhlige Linie an deren Länge = der halben Fundgrube (576) oder der ganzen (578), und merke deren Endpunkt an, von dem weg man auf gleiche Art die erste Maaße, und von deren Endpunkte die zweyte, u. s. f. bestimmt.

An diese so gefundenen Punkte, werden die Lochsteine gesetzt.

Wenn man richtig gemessen hat, muß der Endpunkt der letzten Maße mit dem Endpunkte der abgesteckten Linie zusammen fallen.

Uebrigens muß man wissen, ob man obere oder untere Maaßen oder beyde zu gleich, zu vermessen hat.

II. Ist der Fund in der Grube gegeben:

So bringe man ihn zu Tage aus (602), und verfahre alsdann wie vorhin.

§. 606.

Wollte man Lochsteine auf des Ganges Ausstreichen setzen: So wird man sich schon nach 509, 599, oder 600 zu helfen wissen.

§. 607.

§. 607.

Geviertes Feld zu vermessen.

Auflösung.

I. Der Fund f (Fig. 130) ist entweder über Tage gegeben oder nicht; Im letztern Falle bringe man ihn zu Tage aus (602).

II. Hierauf bestimme man durch den Fund eine Linie ic in einem Streichen, nach welchem der Fundgrube Länge ic gelegt werden soll, und deren Sohle so groß als gleichgenannte Länge (276).

III. Wenn nämlich der Fund in der Mitte kommen soll: So macht man fc = fi;

Sollte aber dies nicht seyn und der Fund in a oder e liegen, und von da aus nach ab oder ed vermessen werden: So nimmt man ab oder ed, = ic.

IV. Durch der Fundgrube Endpunkte [c oder i; oder b oder d oder a oder e (III)] ziehe man Linien bd, ae in einem Streichen das von dem der Fundgrube Länge um 6 Stunden verschieden ist, und deren Sohle = der Fundgrube Breite (276).

V. Wenn nämlich der erste Fall in III statt findet: So macht man cb = cd = ie = ia = ½ Breite der Fundgrube; für den zweyten aber macht man bd = ae = Br der Fundgrube.

VI. Läßt man in den so bestimmten Punkten a, b, c, d, Lochsteine setzen:

So ist die Fundgrube vermessen, (582).

VII. Um auch ein oder etliche Maaßen von bd, oder ba, oder ae, oder ed aus, zu vermessen:

So verlängere man, wenn dieses aus c in g geschehen soll, ic bis dahin, und mache cg = der Länge der zu vermessenden Maaße (276).

Aus g bestimme man eine der cg winkelrechten Linie nach p oder h, wohin nämlich der Maße Breite gelegt werden soll, und mache deren Sohle gh = jtzt genannter Breite (a. O.).

Giebt man aus c eben so die söhlige Länge cq = gh ab: So erhält man der Maaße vier Winkelpunkte c, g, h, q, worinn Lochsteine gesetzt werden können.

VIII. Auf ähnliche Art verfährt man bey den übrigen Maaßen.

IX. Tritt bey Vermessung der letzten Maaße der Fall 591 ein: So kann man sich, wenn man gehörig Geometrie weiß, leicht helfen.

Es wird indessen, da sich deshalb keine allgemeinen Regeln geben lassen, genug seyn, hievon einige Fälle anzuführen.

X. Liegt der eine Mittelpunkt g der letzten Maaße ch in der Grenzlinie SK der Maaße oder Fundgrube mK eines älter Belehnten, und der jüngere wollte das innerhalb h, g, n liegende Feld mit zu der nun zu vermessenden Maaße gl nehmen, deren längste Seite sich nach go, der Verlängerung von gh (VII) erstrecken soll:

So ziehe man von g bis K, wodurch sich die söhlige Länge gK und deren Streichen findet (333).

Nun suche man aus genanntem Streichen und der gh ihres (VII) den Winkel hgK, (255); überdies aus der gewöhnlichen Länge und Breite (584) einer Maaße, ihren Flächeninhalt = A (G. 42 S.):

So giebt

$$\frac{A}{gK.\ \sin hgK}$$

die söhlige Länge go, kl, die man von g und K aus in der gh Streichen abzugeben hat, (G. 67 S; und eb. Tr. 3. S; und 276).

XI. Hätte die längste Seite nach gk zu gelegt werden sollen:

So

So erhielte man

$$\text{gu oder hw} = \frac{A}{\text{hg. sin hgK}}$$

XII. Wenn fe (Fig. 131) eine Maaße des ältern Belehnten, ab aber eine des jüngern ist, und dieser das zwischen c, e, b, in freyen liegende Feld zu Lehn haben will, das der deshalb noch an ab zu hängende Maaße ch längste Seite ci nach cb erstrecket werden soll:

So ziehe man von c nach e, und verfahre übrigens wie in X.

XIII. Soll in cl der verlängerten ce, die längste Seite zu liegen kommen:

So bestimmt man ihre oder der bm Größe nach XI.

XIV. Soll das Feld eKcbe mit zur Maaße kommen:

So ziehe man nicht nur von c bis e, sondern auch noch von c bis K;

Dadurch weiß man die söhligen Längen ce, cK, (333); überdem ist Kc als die Länge oder Breite der Maaße fe (XII) bekannt.

Aus diesen drey Seiten aber kann man des Dreyecks Kce Flächeninhalt = B finden (eb. Tr. 21 S.).

Zieht man diesen von A (X) ab: So erhält man den Flächeninhalt eines Parallelogramms, cm, oder ch, welches nach XII oder XIII, von c und b aus nach l, m, oder von c und e aus nach i, h, abgegeben werden soll.

§. 608.

Wenn (Fig. 132) abde eine gevierte Fundgrube oder Maaße, und e der Fund, oder sonst ein richtiger Winkelpunkt genannten Feldes:

So

So ist

$$eb = \sqrt{(ed^2 + bd^2)},$$

$$\text{tang } bed = \frac{bd}{ed},$$

und aus diesem Winkel und der ed Streichen findet sich das der eb (256).

Giebt man daher nach 276 in genannten Streichen eine söhlige Linie $eb = \sqrt{(ed^2 + bd^2)}$, ab:

So muß deren Fundpunkt mit dem Lochsteine in b zusammen fallen.

§. 609.

Dieß dient zur Prüfung, ob die Lochsteine gehörig gesetzt sind.

Voigtel, (Markscheidekunst S. 146), hat sich hiezu schon eines ähnlichen Verfahrens bedient; nur sucht er sin bed aus $eb : bd = r : \sin bed$.

§. 610.

Auf einem Gange ist der Fund angewiesen:

Man soll in Grundrisse die Theile des Grubengebäudes angeben, welche in die Fundgrube, und welche in jede Maaße, fallen.

Auflösung.

I. Man ziehe die auf diesem Gange verführten Baue ab, (328 rc.);

II. Zeichne sie in Grundriß (396),

III. Und suche des Ganges Hauptstreichen (XXIV).

IV. Durch den Punkt, der im Grundrisse den Fund vorstellet, ziehe man in dem gefundenen Hauptstreichen, eine Linie;

V. Trage auf selbiger von diesem Punkte aus mittelst des Risses verjüngten Maßstabes, auf beyde Seiten die Länge der halben Fundgrube, oder nur auf einer Seite die Länge der ganzen (578).

VI. Und

VI. Und aus den so erhaltenen Fundpunkten der Fundgrube zu deren beyden Seiten, oder nur auf einer, die Länge einer Maaße, so oft als erfodert wird.

VII. Durch die so erhaltenen Punkte ziehe man endlich Linien, die die in V, winkelrecht schneiden; (597).

§. 611.

Wenn man die Fundamentallinie des zu dem Grundrisse (610 II) zu fertigenden Seigerrisses mit der Linie des Hauptstreichens (a. §. V) parallel ziehet, und die Linien in a. § VII verlängert, und durch den Seigerriß fortziehet:

So schneiden selbige auch auf dem Seigerrisse die Theile der daselbst verzeichneten Baue ab, die zur Fundgrube und jeder Maaße gehören, (13, 16).

§. 612.

Wer das Verfahren 607 wohl inne hat, sieht leicht, wie geviertes Feld im Grundriß verzeichnet werden kann.

Das Verzeichnen im Seigerriß geschieht wie gewöhnlich (399).

§. 613.

Wenn jemand sein Feld über Tage **abpfählen** läßt, entweder blos zu seiner eignen Nachricht, oder damit eine andere mit ihm markscheidende Gewerkschaft ihre Maaßen vermessen lassen kann:

So sagt man, daß dieses **Feld mit verlohrner Schnur vermessen oder überschlagen werde.**

Geschiehet aber dieses Vermessen mit gewissen Feyerlichkeiten, und wird zugleich das Feld gehörig verlochsteinet auch jedem Lochsteine gewöhnliche Zeugen beygelegt:

So heißt es ein **erbliches Vermessen**; oder man sagt: daß ein **Erbbereiten gehalten werde.**

§. 614.

Von dem beym Erbbereiten gewöhnlichen Solennitäten findet man Nachricht in Schönbergs Berginformation 1sten Theile, Seite 28 § 38; im 2 Buche 9 Capitel Spans Bergbauspiegel; Hertwigs Bergbuche unter dem Worte: Erbbereiten, § 3 und 4; auch in einer kleinen Schrift: vom Erbbereiten (1757).

§. 615.

Bevor erblich vermessen wird, muß der Markscheider auf dem Gebürge die Punkte angeben, in welche die Lochsteine zu setzen sind, (603, 604).

Anmerkung.

§. 616.

Wird ein Markscheider zu Verrichtung eines bey Bergrechtshändeln erfoderlichen Zuges gebraucht: So muß er allemal in Gegenwart derjenigen ziehen, deren Gerechtsame dabey zu beobachten sind. Es ist ihm daher nicht genug, die streitige Frage mit allen damit verknüpften Umständen wohl inne zu haben, sondern er handelt auch sehr vorsichtig, wenn er sich von dem Bergrichter, der ihm einen solchen Zug auftrug, schriftliche Anweisung geben läßt: was er eigentlich abzuziehen und dabey anzumerken habe.

Ist indessen die eine von den streitigen Partheyen mit seiner Arbeit nicht zufrieden: So kann diese mit Erlaubniß des Bergamts auf ihre Kosten von einem andern Markscheider den erfoderlichen Zug verrichten lassen.

Weichen beyde Markscheider in ihren An- und Abgaben von einander ab: So kann von den zwistigen Partheyen ein dritter Zug von einem dritten Markscheider verlangt werden, der hierinne den Ausschlag geben soll.

Ein solcher Zug wird ein **Währzug** genannt.

Die

Die Unkosten hiezu muß die Parthey, die ihm verlangt, tragen; oder beyde, wenn beyde ihn verlangten.

Er muß in Beyseyn der Bergbeamten geschehen: (von Schönbergs Berg-Inst. 1.ster Theil, 111te Seite 8 §).

Was der Währzug entscheidet, dabey bleibt es, bis durch offenes Durchschlagen ein anderes erwiesen.

XXX.

Absteckung seigerer Ebnen.

§. 617.

Wenn man auf der Erdfläche zwischen einer geraden Linie Endpunkte, (die durch gewisse Merkmale bezeichnet seyn können), andere, die mit ihnen in einer seigern Ebne liegen, zu bestimmen hat:

So heissen dies die Feldmesser eine **gerade Linie abstecken.**

Eigentlicher heißt es mit Herrn Prof. Mayer (pr. Geom. 1 Theil § 30) eine **Vertikalfläche**, oder: **seigere Ebne** (7) **abstecken.**

§. 618.

Wenn also dies verlangt wird: So müssen dazu zween Punkte gegeben seyn.

§. 619.

Absteckestäbe sind runde Stangen von guten trocknen Holze, 5 bis 6 Fuß hoch, ohngefähr 1 Zoll dicke und unten mit einer eisernen Spitze oder Stachel versehen, um sie damit in dem Boden zu befestigen.

§. 620.

Sind diese Stäbe an ihren obern Ende mit einer Fahne versehen: So heissen sie **Meßfahnen.**

§. 621.

Selbige werden 10 und mehr Fuß hoch gemacht, um sie über niedrige Gebüsche und Anhöhen hervorragen zu lassen und erkennen zu können.

§. 621.

Sollen Stäbe vertikal in einer seigern Ebne stehen; So müssen offenbar ihre Axen sich in einer solchen Ebne befinden.

§. 622.

Eine seigere Ebne abzustecken, wenn man aus einem (A) der dazu gegebenen Zween Punkte A, B, (Fig. 133) den andern B sehen kann.

Auflösung.

In A, und B befestige man in Boden vertikal ein Paar Absteckestäbe oder Meßfahnen AC, BD mittelst eines an sie herabhangenden Lothes:

So ist eine Ebne durch AC und BD eine seigere (7).

Nun trete man zween oder drey Schritte hinter AC, und lasse in E einen Absteckestab oder eine Meßfahne EF vertikal so stecken, daß, wenn man mit dem Auge längst AC vorbey und nach BD hin visiret, es scheinet, als wenn AC, BD, EF, gleichsam einen einzigen Stab ausmachten.

So verfahre man mit allen noch einzusetzenden Stäben; welche insgesammt, wo nicht völlig genau, doch ohne großen Irthum in einer einzigen seigern Ebne liegen werden.

§. 623.

Auf diese Art kann man nicht nur eine Vertikalfläche zwischen A und B abstecken, sondern auch, wenn es nöthig ist, über A oder B hinaus erweitern.

Reicht man dann mit den vorhandenen Stäben, deren man wenigstens 6 und ein Paar Fahnen (620) haben muß, nicht aus, welches sich oft zuträgt: So kann man von denen bereits in der Mitte eingesetzten

Stäben

Stäben einige ausziehen, und an ihrer Statt etwa 2 bis 3 Fuß hohe Pfähle einschlagen lassen; da man alsdenn die Arbeit weiter fortsetzen kann.

Mayers pracktische Geometrie, I Th. § 32.

§. 624.

Die Dicke des vor dem Auge stehenden Stabes verursachet, wie man leicht bemerken wird, allemal im visiren merkliche Hinderung, daß es daher nicht ohne Schwierigkeit abgeht, die folgenden Stäbe mit den erstern genau in eine seigere Ebne zu bringen.

Auch ist diese Hinderung desto größer, je näher sich das Auge hinter dem Stabe befindet.

Den daher entspringenden Fehler einigermaaßen zu bestimmen, dient aus vor. § angef. Buches 33 §. folgendes.

§. 625.

I. In O (Fig. 134) sey das Auge; vor ihm in einer gewissen Entfernung ein Stab, deren Durchmesser ab, seiger aufgerichtet; desgleichen über cd, mn ein paar andere Stäbe, und die Mittelpunkte von ab, cd, mn, seyen i, l, k:

So sind Vertikallinien durch diese Punkte der Stäbe Axen.

II. Liegen i, l, k in einer geraden Linie, also die seigern Linien dadurch in einer Ebne:

So sind die Stäbe über ab, cd, mn in einern seigern Ebne (621).

III. Das Auge O befinde sich in der durch i, l, gezogenen geraden Linie liO und visire an dem über ab auf gerichteten Stabe hinaus; Man ziehe die Ziellinien Oah, Obf und verlängere mn zu beyden Seiten:

So ist hf der Raum, den die Dicke ab des vor dem Auge stehenden Stabes in der Entfernung Om zu bedecken scheint, und alles was innerhalb des Winkels hOf liegt, wird dem Auge O von ab bedeckt.

IV. Wenn man also in 622, die Stäbe so setzen wollte, daß sie einander zu decken schienen: So begienge man offenbar Fehler.

Denn man setze innerhalb hOf einen Stab, wohin man will, in μ: So scheint es als wenn dieser von den Stäben über ab, cd bedeckt würde, aber er befindet sich nicht in der erweiterten seigern Ebne durch il, sondern in einer durch i und μ, welche von jener um den Winkel μik abweicht.

Dieser ist also der Fehler, den man begienge, wenn man genannte seigere Ebnen für eine und dieselbe hielte.

Aber W. kif wäre der größte, den man begehen könnte.

V. Ist nun Ok in Rücksicht ab sehr groß: So kann man ohne merklichen Irthum W kif = kOf setzen, und hat, wenn ib die halbe Dicke der nächsten Stange vor dem Auge = L Zolle, ihre Entfernung von O, oder Oi = E Zolle,

$$\text{tang kof} = \frac{L}{E}$$ (eb. Tr. 19 S. vor.).

VI. Wäre die Entfernung Ok in der ein Stab mit denen über ab, cd in eine seigere Ebne ausgestecket werden soll, = F Zolle: So hätte man (III)

$$hf = \frac{2\,F.\,L}{E}$$ Zoll;

weil

$$Oi : Ok = ib : kf$$ (Geom. 26. S.),

und

$$2 \,.\, kf = hf.$$

VII. Aus V erhellet: je dicker der Stab und je näher er sich vor dem Auge befindet, desto größer ist der Fehler kOf.

VIII. Hieraus sieht man leicht, wie dieser Fehler so viel als möglich vermindert werden kann.

Einige

Einige rathen deshalb in den nächsten Stab vor dem Auge kleine Löcher der Länge herab bohren zu lassen, wodurch denn freylich die Gefahr zu fehlen beträchtlich vermindert wird.

IX. Indessen kömmt die ganze Sache auf des Auges O Lage an.

Man muß dasselbe etwas seitswärts, wie in O, halten, dergestalt, daß die Ziellinie obdn an der Stäbe Seitenfläche hinaus streichet und sie also in b, d, n berührt.

§. 625.

I. Auch der schiefe Stand verursacht bey Absteckung einer seigern Ebne, Fehler.

Diese lassen sich, (nach vor. § angef. O.) folgendermasen beurtheilen.

II. Stehen beyde Stäbe AC, BD, (Fig. 135.) vertikal: So lassen sich die folgenden leicht in eine Ebne bringen (624).

III. Stünde aber Bd schief: dann würde ein Beobachter, welcher hinter AC z. E. nach d oder der Richtung cd visirte, den dritten Stab nicht bey E in der erweiterten seigern Ebne AB, sondern in e, wo der Stab ef in die Ziellinie Cdf einträfe, setzen lassen: daß man also statt der Vertikalfläche ABF, die Cde erhielte.

Beyde also machen, wenn Ae, AE söhlige Linien sind, mit einander den Winkel EAe, und A, B, e liegen nicht in einer und derselben seigern Ebne.

IV. Man fälle von d auf Ae das Loth dc und von c auf AE das cn:

So giebt letzters an, wie weit d ausserhalb der seigern Ebne ABF liegt.

V. Man hat aber

$$\sin cAn = \frac{cn}{Ac} \text{ (IV und eb. Tr. 19. S. Vor.),}$$

und, wenn der Stab Bd nur einigermaaßen von A entfernet ist, ohne merklichen Irthum

$$\sin cAn = \frac{cn}{AB}.$$

VI. Wenn man also die seigere Ebne Acf mit ABF für einerley annimmt: So ist der dadurch begehende Fehler eAE, desto beträchtlicher, je weiter d ausserhalb ABF und je näher Bd (III) der AC (II).

VII. Steht Bd zwar schief, aber doch in ABF: So ist

$$cn = 0,$$

und daher auch

$$W\ eAE = 0.$$

VIII. Da in manchen Fällen, besonders in bergigten Gegenden, die Stäbe sehr nahe an einander kommen, und man oft an ihren obern Ende vorbey visiren muß: So sieht man, wie nothwendig in solchem Falle ihre seigere Stellung ist.

IX. Aus dem bisherigen ergeben sich noch für 622 folgende brauchbare Regeln:

1.) Die Absteckestäbe und Meßfahnen müssen so weit, als es nur angeht, von einander gesetzt werden, damit, wenn solche ja aus zufälligen Ursachen eine schiefe Lage bekommen sollten, der daraus zu befürchtende Fehler vermindert wird, (VI).

2.) Man muß allemal, so viel als möglich, bey einem Punkte des Stabes, der näher am Boden liegt, vorbey visiren; weil ein solcher Punkt sich weniger ausser der wahren Vertikalfläche befindet, als jeder höherer.

§. 626.

A, B, (Fig. 136) seyen zween Punkte auf der Erdfläche;

Von

Von dem einen A aus, kann der andere B nicht gesehen werden:

Man soll einen Punkt C angeben, der in der durch A, B laufenden seigern Ebne AB liegt.

Auflösung.

Man verrichte von A bis B einen Zug, und bemerke darunter einen Punkt D, von dem man glaubt, daß er sich in der seigern Ebne AB befinde.

Aus diesem Zuge aber läßt sich der AB und AD Streichen, nebst dessen Beschaffenheit finden, auch die söhlige Länge von AD, $= b$, (333);

Ueberdies erhält man aus genannten Streichen den Winkel CAD $= \mu$ (255).

Nun gebe man von D aus eine söhlige Linie DC in einem von der AD um 6 Stunden verschiedenen Streichen ab, dergestalt, daß DC der DA zur Rechten oder Linken zu liegen kommt, nachdem AD sich rechter oder linker Hand AB befindet;

Mache

$$DC = b \tan \mu$$ (eb. Trig. 5. S.).

Und fasse in den so bestimmten Endpunkt C der DC einen Pfahl seiger einschlagen.

§. 627.

Bestimmt man auf diese Art mehrere Punkte E F, G, H, J ꝛc.: So steckt man dadurch eine seigere Ebne AB ab.

Die zu E, F, G, H, J gehörigen D kann man gleich währenden Zuges, der von A bis B und über B hinaus geschieht, anmerken; Auch den Zug selbst in der ohngefehr beurtheilten seigern Ebne AB, verrichten.

§. 628.

Die Aufgabe 626 hätte auch mittelst des Winkelweisers aufgelöst werden können, indem man von A bis

bis B gezogen, daraus der AB Streichen gesucht und übrigens nach 231 verfahren, hätte.

§. 629.

Beyde Verfahren (628, 627) können einander zur Probe dienen.

§. 628.

Wäre $\mu = 0$: So wäre es auch DC.

Hieraus erhellet, wie 626 gebraucht werden kann, das Verfahren 622 zu untersuchen.

§. 629.

627 dient auch, zu Absteckung einer seigern Ebne, wenn zwar B von A aus gesehen werden kann, aber zwischen A und B sich sehr tiefe Thäler befinden.

§. 630.

Die söhlige Entfernung des Punktes C′ von A (626), oder

$$AC = \frac{b}{\mathrm{Cos}\,\mu}.$$

§. 631.

I. Soll von einem gegebenen Punkte A (Fig. 137) bis in einen andern B ein **Feldgestänge** schieben und nirgend seitwärts gebrochen seyn:

So giebt man die seigere Ebne, in der es zu führen ist, nach 622, oder 627 an.

II. Soll es aber weder über noch unter sich die geringste Beugung haben: So muß man aus A in B eine Linie abgeben, deren Lage mit AB einerley ist.

Das Verfahren hiezu ist folgendes:

Kann man aus A den Punkt B sehen: So schraube man in A gehörig den Winkelweiser und visire nach B, wodurch man der AB Streichen und Fallen finden kann. Uebrigens aber verfahre man nach 223.

Ist B von A aus nicht sichtbar: So ziehe man von A bis B. Dadurch erhält man der AB Lage, und kann alsdann, wie vorhin, verfahren.

III. Von den Punkten, die zwischen A und B zubemerken, können welche, wie G, sich in das Gebürge vertiefen.

In solchem Falle muß man auf des Gebürges Oberfläche Punkte, wie F, angeben, wo angesessen werden muß, wenn im Gebürge Durchschnitte gemacht, oder Röschen getrieben werden sollen, die alle Hindernisse aus dem Wege räumen, den Feldgestänge eine ganz gerade Richtung zu geben.

Die Bestimmung solcher Punkte geschieht folgendergestalt:

Auf dem nächsten Pfahle DE, wo noch der ausser dem Gebürge fallende und zu AB gehörige Puukt E angemerkt werden kann, schraube man, wie erfoderlich, den Winkelweiser, und bestimme den Punkt J wo AB des Gebürges Oberfläche trift (223); Schlage in J einen Pfahl JK senkrecht, und gebe von K aus KH in der Lage AB ab (a. §);

Der an H vertikal eingeschlagene Pfahl HF giebt F, den Punkt auf des Gebürges Oberfläche seiger über G. Mißt man nun JK und HF: So erhält man KJ — HF = FG, = der seigern Tiefe des G unterm F.

Wie man von A aus weiter zu verfahren hat, um einen andern Punkt M, auf des Gebürges Oberfläche, nebst MN, zu bestimmen, fällt in die Augen.

§. 632.

I. M (Fig. 138) sey ein Punkt in der geraden Linie AB, deren Neigung BAE = φ bekannt (333);

C unter M in der durch AB laufenden Vertikalebne ABE nach 626 bestimmt,

Und AL die söhlige Entfernung des C von A nach 630 berechnet, so wie CL = DN, der Seigerteufe von AD (626) nach 333 gefunden.

Da nun:

$$ML = AL'. \tang \varphi \text{ (eb. Tr. 5 S.)}:$$

So hat man

$$CM = AL. \tang \varphi - CL.$$

II. K habe mit C, H mit M, und J mit L einerley Bedeutung, und K liege über H.

Weil nun KJ nach 626 und 333; AJ, des K söhlige Entfernung von A, nach 630, und HJ = AJ. tang φ, bekannt:

So hat man

$$KH = KJ - AJ. \tang \varphi.$$
$$= -(AJ. \tang \varphi - KJ).$$

III. Wenn man also nach 627 in der seigern Ebne ABE einen Punkt C oder K angiebt, dessen Seigerteufe in Rücksicht A, = p, und söhlige Entfernung von A, = f:

So ist dieses Punktes Abstand von dem gerade über oder unter ihm sich befindenden Punkte M oder H der AB

$$= \pm (f. \tang \varphi - p), \text{ [I, II]}.$$

IV. Hiedurch lassen sich auf dem Gebürge Punkte in einer Linie, wie II, III vor. Js erfodert, bestimmen.

XXXI.

Markscheider Angaben, die bey Wasserleitungen vorkommen.

§. 633.

Von Punkten A, C, oder E, F die von der Erdkugel (32) Mittelpunkte K (139 Fig.) gleich weit entfernt sind, sagt man: daß sie gleich hoch oder wagrecht liegen.

§. 634.

§. 634.

Höher liegende Punkte sind weiter vom Mittelpunkte K entfernet, als niedriger liegende.

§. 635.

Zu einer Horizontallinie wird erfodert, daß alle Punkte in ihr gleich hoch liegen, und alle Vertikallinien auf sie winkelrecht stehen (6).

Da man nun die Erde als eine Kugel ansehen kann (32): So liegt die **wahre Horizontallinie** AC für einen Punkt A der Erdoberfläche in der Peripherie des durch A laufenden größten Kreisses dieser Kugel.

§. 636.

Die **scheinbare Horizantallinie** AB für A steht in genannten Punkte auf der durch ihn gehende Vertikallinie AK senkrecht.

§. 637.

Sie ist also eine Tangente von AC (635 und G. 19 S. 1 Z.).

§. 638.

Durch einen Punkt C in der wahren Horizontallinie AC (635) gehe die Vertikallinie FK, welche die scheinbare Horizontallinie AB (636) in B schneide:

So heißt BC die mit AC zu sammengehörige **Senkung des wahren Horizonts unter dem scheinbaren;**

§. 639.

Und die lothrechte Tiefe CD um welche ein Punkt D auf der Erdfläche tiefer liegt als ein anderer A, das **Gefälle** des Punkts D in Rücksicht A, oder des Bodens von A bis D.

§. 640.

CD = DB — CB.

Diese Differenz muß für das eigentliche Gefälle positiv seyn; für das uneigentliche aber, oder wenn D höher als A läge, negativ.

§. 641.

So lange der Bogen AC (635) $= b$ in Vergleich des Erdhalbmessers KC $= r$ sehr klein ist, so lange kann man ohne merklichen Irthum CB (638) $= \frac{b^2}{2r.}$ setzen.

Beweis.

CG sey $= 2r$: So ist
$BG \times BC = ABq$ (eb. Trig. 16 S. 7. Z.)
$= BCq + 2r. BC.$

Man kann aber nach der Voraussetzung AB $= b$ und BCq in Rücksicht 2r. BC, $=$ Null nehmen, ohne dadurch einen merklichen Fehler zu begehen:

Also hat man
$$b^2 = 2r. BC.$$

§. 642.

I. Wenn x ein sehr kleiner Bruch: So kann man $1 + 2x$ für $(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$ setzen; weil denn x^2 gegen $1 + 2x$ verschwindet.

Man erhält also für $x = \frac{1}{2} n$,
$$(1 + \tfrac{1}{2} n)^2 = 1 + n.$$
Folglich
$$\sqrt{(1 + n)} = 1 + \tfrac{1}{2} n.$$
II. Für $\sqrt{(1 - n)}$ hat man $1 - \frac{1}{2} n$.

III. Da $\text{Cos}\, b = \sqrt{(1 - \sin b^2)}$;
So ergiebt sich für ein sehr kleines b
$$\text{Cos}\, b = \sqrt{(1 - b^2)}$$
$$= 1 - \tfrac{1}{2} b^2, \text{(II)}.$$

§. 643.

Man kann auch
$$CB = \tfrac{1}{2} r b^2,$$
nehmen.

Beweis.

$KB = r. \sec b$ (eb. Tr. 4. Erkl.);

Also

$$BC = r \sec b - r,$$

$$= r\left(\frac{1}{\operatorname{Cos} b} - 1\right), \text{[a. O. 5. Zus.]}$$

$$= r\left(\frac{1 - \operatorname{Cos} b}{\operatorname{Cos} b}\right).$$

Da aber b selten $> \frac{1}{2}$ Grad, folglich meist von geringer Größe ist:

So kann man $\operatorname{Cos} b = 1 - \frac{1}{2} b^2$ setzen, (vorigen § III):

Folglich

$$BC = r\left(\frac{1 - (1 - \frac{1}{2} b^2)}{1 - \frac{1}{2} b^2}\right)$$

$$= \frac{r. \frac{1}{2} b^2}{1 - \frac{1}{2} . b^2}$$

Weil aber $\frac{1}{2} b^2$ gegen 1 unbeträchtlich: So hat man BC wie angegeben.

§. 644.

I. Diese Formel setzt b in Decimaltheilen des Sinustotus $= 1$ voraus.

Wäre aber b in Sekunden gegeben: So müßte man für b den Werth $\frac{b}{206264}$ setzen (139 Bew.) und also

$$BC = \frac{1}{2} r. \frac{b^2}{206264^2}$$

$$= \frac{1}{2}. \frac{19632120}{206264^2}. b^2 \ (32)$$

$$= 0,$$

$= 0,0002307 \cdot b^2$, in par. Fuß.
$= 0,0002653 \cdot b^2$, in Leipz. Fuß.
$= 0,0000379 \cdot b^2$, in Frb. Lachtern.

II. Für ein gegebenes b in Längenmaße muß man wissen, daß ein Grad auf der Erde $= 342645$ par. Fuß: Also 1 Sekunde $= 95,2$ par. Fuß.
$= 109,5$ Leipz. Fuß
$= 15,6428$ Frb. Lachter.

Wäre nun $b = m$ Lachter: So hätte man

$$BC = \frac{0,0000379}{(15,643.)^2} \cdot m^2$$

$$= 0,0016\,22 \cdot m^2.$$

Für $b = p$ Pariserfuß, ergiebt sich

$$BC = 0,0000000 2545 \cdot p^2.$$

Man sehe Herrn Prof. Mayers praktische Geometrie § 199.

§. 645.

Für einen andern Bogen β ist die zugehörige Senkung des wahren Horizonts unter dem scheinbaren

$$= \tfrac{1}{2} r \beta^2, (643)$$

oder

$$= \frac{\beta^2}{2r} (641).$$

Woraus erhellet, daß sich diese Senkung wie das Quadrat der ihr zugehörigen Weite verhält.

§. 646.

Hienach sind Tafeln berechnet worden, aus den man für ein gewisses b oder β die ihm zugehörige Senkung nehmen kann.

Solche Tafeln finden sich in Büchern vom Wasserwägen.

Unter andern, in Picards Abhandlung vom Wasserwägen mit Lamberts Beyträgen, (Berlin 1770), Seite

Seite 6, und 155: Böhms Feldmeßkunst, S. 304; Scherffers Institutionum Geometricarum parte secunda, (Wien 1770), Seite 99 ꝛc.

Indessen sind die gegebenen Formeln (644) diesen Tafeln vorzuziehen, zumal wenn man sich der Logarithmen bedient.

§. 647.

I. Da für den Sinustotus = 1

$$BC = r \sec b - r \text{ (643 Bew.)}$$
$$= r (\sec. b - 1)$$

und

$$\sec. b = 1 + \tfrac{1}{2} b^2 + \frac{5}{24} b^4 + \frac{61}{720} b^6 + \text{ꝛc.}$$

(Kästners Analys. d. U. §. 303).

So hat man für jeden Bogen b die Senkung

$$BC = r \left(\tfrac{1}{2} b^2 + \frac{5}{24} b^4 + \ldots\right),$$

woraus auch für ein kleines b die Formel 642 folgt.

II. Für den Sinustotus = r ist, für jede Weite,

$$BC = \frac{b^2}{2r} + \frac{5 b^4}{24 r^3} + \frac{61 b^6}{720 r^5} + \text{ꝛc.}$$

woraus für ein sehr kleines b auch die Formel 642 folgt.

III. Nach beyden Formeln läßt sich der Fehler finden, den man begienge, wenn man BC nach 643 oder 642 berechnete. Und man wird sehen, daß er für b = 1 Grad noch eine geringe Größe ist: Also für b kleiner als 1 Grad eine noch geringere.

Indessen zeigt Lambert, (in s. Beytr. zu Picards Abh. vom Wasserw. im V. Abschnitte), daß die berechnete BC allemal um den 570ten Theil unzuverläßig werde; und räth daher bey großen Nivellements an, nicht viel über eine viertel Meile auf einmal hinaus zu nivelliren, wenn man für alle Fehler stehen wollte.

§. 647.

§. 647.

In 641 wurde die Tangente AB für den Bogen AC genommen.

Wenn man dieses darf, muß AB vor AC nicht merklich verschieden seyn.

Nun ist aber in Decimaltheilen des Halbmessers = 1

Bogen $\frac{1}{2}^{\circ}$ = 0, 0087269

Tang 1° $\frac{1}{2}^{\circ}$ = 0, 0087266:

Also AB — AC = 0, 0000005.

Für den Erdhalbmesser = 3272020 Toisen ist dieser Unterschied = 0, 97 Toise.

Für Bogen und Tangente von $\frac{1}{4}^{\circ}$ beträgt er 0, 32 Toise.

Und die Tangente von 9' ist von ihren Bogen noch nicht in zehnmillionen Theilchen des Halbmessers unterschieden.

Wäre AB = 4000 Toisen: So betrüge AB — AC noch nicht 0, 004 Toisen oder 0, 00394 Lachter, wie man leicht sieht, wenn man aus der Tangente den Bogen berechnet, (Anal. des Unend. 299).

§. 648.

Eines gegebenen Punktes D Gefälle in Rücksicht eines andern angewiesenen A zu finden, wenn A und D nicht über 2 $\frac{1}{4}$ Meile von einander entfernt sind.

Auflösung.

I. Man verrichte von A bis D einen Zug;

II. Suche der AD Sohle und Seigerteufe, (333).

III. Jene sey = m, diese = P;

IV. So hat man das verlangte Gefälle

= P — 0, 001622 m^2.

V. Kommt

V. Kommt diese Differenz positiv:
So liegt D tiefer als A, wie erfodert wird (639);
Kommt sie negativ:
So zeigt dies an, daß D höher als A sich befinde; (646).
Ist sie aber = 0:
So sind D und A wagrecht.

Beweis.

Auf die scheinbare Horizontallinie AB sey aus D das Loth DL gefällt:
So ist

$$AL = m$$

und

$$DL = P.$$

Wenn aber A, D nicht über $2\frac{1}{4}$ Meile von einander entfernt sind, so kann man ohne merklichen Irthum AB für den Bogen AC (638) als die Weite von A bis D, nehmen, (648), und also dadurch $DL = DB = P$ folglich $AL = AB = AC = m$ setzen; da man alsdenn nach 640 und 644 II die Formel IV erhält.

Für D unter AC ist $DB > CB$; über C, (in D',) $< CB$; in C, $= CB$; woraus V erhellet.

§. 649.

Ein Punkt D (Fig. 140, 141) sey von A ohngefehr $2\frac{1}{4}$ Meile entfernt;
Eines andern Punktes E Weite von D sey eben so groß, oder weniger größer als $2\frac{1}{4}$ Meile:
Man verlangt des E Gefälle in Rücksicht A.

Auflösung.

I. Man verrichte von A bis D, und dann von D bis A einen Zug;

II. Suche

II. Suche nach vor. § das Gefälle CD von D in Rücksicht A;

III. Eben so das von E bezogen auf D, (648).

IV. Und addire dieses (III) zu jenem (II); wobey man sich aber der Addition mit entgegengesetzten Größen erinnern wird.

Beweis.

Aus K, (so der Erdkugel Mittelpunkt vorstellt,) sey durch A und D die Kreisbogen ACF, HDG gezogen:

So ist CD = FG = dem Gefälle von D, und FE = dem von E, in Rücksicht A; aber GE = dem von E bezogen auf D'.

Nun liegt D entweder tiefer oder höher oder eben so hoch als A.

Findet der erste Fall statt (Fig. 140): So ist für E

1.) tiefer als D und A.

$$FE = DC + GE;$$

2.) höher als D und tiefer als A,

$$FE' = DC - GE'$$
$$= DC + (-GE'.)$$

3.) höher als D und A,

$$FE'' = GE'' - (FG)$$
$$= GE'' - (DC)$$
$$= DC + (-GE'').$$

Für den zweyten Fall hat man (Fig. 141)

$$FE = GE - DC$$
$$= -DC + GE;$$
$$FE = DC - GE'$$
$$= -DC + GE;$$
$$FE'' = -DC + (-GE'').$$

Für den dritten Fall ist DC = 0, und man hat

$$FE = 0 \pm GE; \text{ (648. V).}$$

§. 650.

§. 650.

A, F seyen zween sehr weit von einander, entfernete Punkte:

Man soll das Gefälle von F in Rücksicht A finden.

Auflösung.

Zwischen A und F nehme man Punkte D, E, ꝛc. an, die nicht über $2\frac{1}{4}$ Meile von einander liegen;

Suche nach 648 das Gefälle von D in Rücksicht A, und nach 649 das von E ꝛc. bezogen auf A; dann aber, nach eben diesen §, das Verlangte.

Beweis.

Die Sache erhellet aus dem Verfahren selbsten.

§. 651.

Das bisherige Verfahren, das Gefälle zu finden, wird in der Markscheidekunst hinreichend seyn, zumal da es weit richtiger ist, als das gewöhnliche der Markscheider, auch diesen selten in dieser Absicht Meilen weit entlegene Punkte vorkommen.

Nimmt man zwischen A und F (650) ohngefehr $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Meile von einander entfernte Punkte und bedient sich des Kästnerischen Gradbogens: So wird man das verlangte Gefälle sehr genau finden.

Indessen kann auch der Markscheider hiezu mit Vortheil eine gute Wasserwage gebrauchen.

Eine solche ist die Brandersche, welche im Wesentlichen mit Sisson seiner übereinkommt, nur daß bey dieser in dem Brennpunkte des Objektivs ein Haarkreuz ist, bey jener aber ein Brandersches Glasmikrometer.

Die Beschreibung von Sissons Wasserwage findet sich im V. Bande der Schwedischen Abhandlungen, S. 144 ꝛc. der deutschen Uebersetzung; Herr Brander

 beschreibt

beschreibt seine in **Lamberts** Anmerkungen über die **Branderschen** Mikrometer von Glase ꝛc. (Augspurg 1769), Seite 63 u. f. Aus **Lamberts** Beyträgen zu **Pikards** Abhandlung von Wasserwägen, Seite 290 ꝛc. kann man auch ihre Einrichtung sehen.

Uebrigens lernt man aus den in 646 angeführten Schriften nicht nur mehrere Wasserwagen kennen, sondern auch das Verfahren selbst; dazu noch, u. a. Herrn **Silberschlags** ausführlichere Abhandlung der Hydrotechnik, (2 Theile: Leipzig 1772), zu setzen ist, wo von § 170 bis 183 von Wasserwägen gehandelt wird.

§. 652.

Auf des Gebürges Oberfläche ist ein Punkt A gegeben, auch ohngefähr die Gegend, wohin zu ein anderer Punkt mit A in einer söhligen Ebne liegen soll:

Man verlangt diesen Punkt.

Auflösung.

I. Man verrichte von A (Fig. 143) nach dieser Gegend zu einen Zug bis in C, einen Punkt, den man für den verlangten hält, und

II. Suche nach 333 der AC Seigerteufe.

III. Ist diese = 0:

So ist C der verlangte Punkt:

IV. Ist sie aber steigend:

V. So schlage man in C einen Pfahl senkrecht, daß das Stück des Pfahls von C bis an sein oberes Ende B, = der Seigerteufe (II) ist; oder daß man von C aus ein Stück BC = genannter Größe, nehmen kann,

VI. Und gebe von B aus, ohngefehr nach dem Ansteigen des Gebürges zu, eine söhlige Linie BC ab:

VII. Wo

VII. Wo diese in des Gebürges Oberfläche in E, eintrift, da ist der verlangte Punkt.

VIII. Ist die Seigerteufe II zu groß, daß V nicht angeht:

So nehme man CB = einem Theile dieser Seigerteufe, und thue, was VI verlangt;

In E schlage man einen Pfahl senkrecht und nehme EF = der Seigerteufe (II) übrigen Theil, und thue von F aus, was VI befielt:

So erhält man das Verlangte.

Wäre dieser Theil der Seigerteufe noch zu groß:

So sieht man leicht, wie man damit auf ähnliche Art verfahren kann.

IX. Hat man die Seigerteufe CB (II) [144. Fig.] fallend gefunden:

X. So schätze man das ohngefehre Ansteigen des Gebürges, und berechne daraus und aus CB, wie weit von C dem Gebürge herabwärts ein Punkt E liege, der mit A sich in einer söhligen Ebne befindet.

XI. Hierauf setze man von C bis in E oder etwas weiter herabwärts in D, den Zug fort;

XII. Suche die AD Seigerteufe DF; und verfahre übrigens, wenn diese steigend ist, wie in V, VI, VII.

XIII. Sollte D noch zu hoch liegen:

So muß man den Zug noch weiter herabwärts fortsetzen, bis man einen Punkt erhält, der mit A in einer söhligen Ebne oder tiefer liegt.

§. 653.

Auf des Gebürges Oberfläche ist ein Punkt A (Fig. 144) gegeben, auch ohngefähr die Gegend, wohin zu ein anderer um eine gegebene Seigerteufe tieferer Punkt liegen soll:

Man verlangt ihn.

Auflösung.

I. Man thue I, II, vor. §;

II. Liegt C tiefer als es soll:

So schlage man vertikal in C einen Pfahl, CD, (145 Fig.);

Nehme CB = der Differenz der gefundenen (I), und gegebenen Seigerteufe,

Und mache, was VI vor. § verlangt:

So ist E der verlangte Punkt.

III. Kann man an CD nicht CB nehmen:

So wird man sich VIII (vor. §) erinnern.

IV. Ist C höher als verlangt wird:

So verfahre man nach X, XI, XII, XIII, vor. § und II dieses.

§. 654.

I. Wenn man nach vorigen beyden §en mehrere nach einer gegebenen Richtung liegende Punkte bestimmt, die entweder mit dem nächst vorhergehenden in einer söhligen Ebne, oder um eine gegebene Seigerteufe tiefer, liegen:

So giebt man eine Linie an, die zur Richtung des Weges eines zuführenden Wassergrabens dienen kann.

Doch muß dabey der Wasserarchitekt hauptsächlich auf drey Stücke sehen: 1) gehörige Breite, und Tiefe, 2) erfoderliche Rösche, und 3) Verwahrung des Wassers gegen das Verseigern.

Kann der Graben noch so geführt werden, daß ihm benöthigten Falls mehrere Wasser zugeführt werden können: So darf dies nicht vorbey gelassen werden.

II. Man sieht, daß die Weissung des Weges des Grabens nicht blos für den Markscheider gehört, sondern meist auf den Wasserarchitekt ankomme, dem dazu noch ein guter Situationsriß der Gegend, in der der Wassergraben zuführen, sehr nützlich seyn wird.

III. Nach

III. Nach 653 kann auch eines Teichs Spiegel abgesteckt werden.

§. 655.

Wenn von A bis B (Fig. 146) ein Graben geführt werden soll: So muß dessen untere durch A, B laufende Fläche, oder seine Sohle, gehörige Rösche haben, welche von dem Gefälle, das B in Rücksicht A hat, oder haben soll, abhängt.

Ist nun E ein Punkt auf des Gebürges Oberfläche über des Grabens Sohle:

So heißt die seigere Linie ED von E auf diese Sohle, die Tiefe derselben unter E.

Läge genannte Sohle höher als E: So hiesse ED die Höhe dieser Sohle über E.

§. 657.

Wenn die Krümmung der Erdoberfläche zwischen A und B (Fig. 147) nicht in Betrachtung gezogen werden darf (648); die söhlige Entfernung des Punktes B von A, oder AF = S, die des E von A, oder AC = s, das Gefälle von B in Rücksicht A, oder BF = P und das der söhligen Länge s zugehörige, oder DC = x

So ist

$$S : s = P : x$$

und daher

$$x = \frac{sP}{S}.$$

§. 658.

I. Die Seigerteufe EC von AE sey = K:

So ist, für E über des Grabenssohle

$$ED = EC + CD$$

$$= K + \frac{sP}{S},$$

 unter

unter derselben,

$$E'D' = E'C' - D'C'$$

$$= K - \frac{fP}{S}.$$

II. Liegt E in des Grabenssohle, in D, oder D':
So ist

$$ED = 0$$

und

$$K = \frac{fP}{S}.$$

III. Für E, über D ist K kleiner als $\frac{fP}{S}$,

aber unter D', größer.

IV. Für E' tiefer als A ist Sg $AE' = -E'C' = -K$.

Sieht man nun des Grabenssohle Tiefe unter E als positiv und ihre Höhe über E' als negativ an, und heißt die zu suchende Höhe oder Tiefe $= y$:

So enthält

$$K + \frac{fP}{S} = y$$

alle Fälle die hier vorkommen können, man muß nur auf das Positive und Negative des K gehörig Rücksicht nehmen.

§. 659.

I. Wäre A und B auf des Gebürges Oberfläche, und des Grabens Tiefe $= T$ bekannt:

So hat man

$$y = K + T + \frac{fP}{S}$$

(IV vor. §), wo T allemal positiv ist.

II. Läge aber B auf des Grabens Sohle, aber nicht A:

So hat man y allemal nach a. O.

§. 660.

§. 660.

A und B liegen auf des Grabens Sohle und des von A nach B zu führenden Grabens Weg A E E′ B ist angewiesen:

Man soll des Grabens Sohle Tiefe oder Höhe, unter oder über jedem der vorgegebenen Punkte E, E′ rc. finden.

Auflösung.

Man ziehe von A durch E, E′ rc. bis in B;

Suche P, S, und jedes Punktes ſ und K, (648, 657),

Und daraus nach 658 IV das Verlangte.

§. 661.

Wenn A und B nicht auf des Grabens Sohle lägen, aber T gegeben wäre:

So wird man sich bey Auflösung voriger Aufgabe nach 659 zu helfen wissen.

Für den Fall 659 II bleibt genannte Auflösung ungeändert.

§. 662.

Von A nach B soll ein Graben geführt werden, dessen Weg A E E′ B angewiesen; und sein Gefälle soll auf jede 100 Lachter söhliger Länge = P seyn:

Man verlangt, was 660 verlangte.

Auflösung.

I. Wenn die Bedingung 657 statt findet, suche man jedes Punktes ſ und K, (333):

So hat man das Verlangte

$$= K + T + \frac{ſP}{100} \text{ rc. (659 und Bed.).}$$

II. Fände genannte Bedingung nicht statt:

So verfahre man nach I bis so weit als es angeht (657, 648);

Diesen letzten Punkt sehe man als einen neuen Anhaltepunkt an, und verfahre wie vorhin (I); Nur muß bey jede nun zu suchende Höhe oder Tiefe des Grabenssohle, zu $K + T + \frac{f.P}{100}$ &c., noch dieses letzten Punktes Höhe über dieser Sohle addirt, oder seine Tiefe davon subtrahirt werden.

§. 663.

Nach 660, 661, 662, lassen sich Punkte des Grabenssohle angeben, daß er dadurch geführt überall einerley Rösche erhält, worauf man sonderlich bey Führung eines Grabens zu sehen hat; doch können gewisse Umstände davon abzugehen erlauben, oder es selbst fodern. Wenn man z. B. den Graben in einen Teich bringt, so kann man ihm bis dahin mehr Rösche als gewöhnlich geben, der aber vom Teiche aus die gehörige, welche entweder schon vorgeschrieben ist, oder von dem Gefälle des Wasserlaufs Entpunkt in Rücksicht seines Anfangspunktes abhängt. Und man kann so dann am füglichsten bey einem jedem Theile des Grabens, der eine besondere Rösche erhalten soll, das Verfahren angef. hen besonders beobachten.

§. 664.

Wenn CB (Fig. 148) eine söhlige Linie = S, der das Gefälle AB = P zugehört:

So heißt der Winkel ACB der **Gefällwinkel.**

§. 665.

Er sey = ϑ:

So ist

$$\tan \vartheta = \frac{P}{S}.$$

§. 666.

§. 666.

Es sey A ein Punkt auf der Sohle einer in die Gegend C dem auf die söhlige Länge S gegebenen Gefälle P gemäß zu treibenden Wasserrösche:

Man verlangt ihre Länge, AC, und deren Streichen, auch das ihr zukommende Gefälle, BA.

Auflösung.

Man verrichte von A bis in die durch C gehende seigere Ebne einen Zug:

So läßt sich BC = S AC = ſ überdies der AC Streichen finden (333);

Auch ist ϑ, (665), bekannt:

Also

$$AC = \frac{ſ}{\operatorname{Cos}\vartheta} \text{ (eb. Tr. 4. S. 3.)}$$

$$BA = ſ \tan \vartheta; \text{ (a. O. 5. S.)}$$

oder auch B'A wie 657 giebt.

§. 667.

Wäre C auch auf der Röschen Sohle gegeben, aber dabey nicht S und P:

So findet sich BA nach 648 IV und BC = ſ nach a. O. III, auch der AC Streichen (333).

Daraus aber hat man ϑ (665), und

$$AC = \sqrt{(BA^2 + ſ^2)},$$

$$= \frac{BA}{\sin\vartheta};$$

oder auch wie vorhin.

§. 668.

Wenn auf der Oberfläche des Gebürges der Anfangspunkt A der Röschensohle, oder der Punkt der Einröschung, gegeben:

So läßt sich der Punkt C, wo genannte Sohle diese Oberfläche auf der andern Seite wieder schneidet, oder wo man wieder ausröschet, nach 653 finden;

Dann auch der AC Streichen und Länge, (666).

§. 669.

Der AC Länge und Streichen, nebst dessen Beschaffenheit, ist gegeben, auch P und S, (664): Man soll C finden.

Auflösung.

Man ziehe von A bis in D (150. Fig.) mit verlorner Schnur;

Dadurch erhält man der AD Streichen und dessen Beschaffenheit auch $\mathfrak{S}$ AD = BE = b;

Nun suche man ACB = ϑ, (665);

$$BC = \mathfrak{S}\ AC$$
$$= AC \operatorname{Cos} \vartheta;$$

Und aus den bekannten Streichen

$$\mathfrak{W}\ EBC = w.$$

Dann aber hat man

$$EC = \sqrt{(BC^2 + b^2 - 2\ BC.\ b \operatorname{Cos} w)}$$
$$= \sqrt{(AC^2 \operatorname{Cos} \vartheta + b^2 - 2\ AC.\ b \operatorname{Cos} \vartheta \operatorname{Cos} w)}$$

und

$$\sin BEC = \frac{BC \sin w}{EC};$$

aus welchem Winkel, (BEC), und der AD Streichen sich das von EC und dessen Beschaffenheit finden läßt.

§. 670.

I. Wenn von A (Fig. 149) das Wasser bis B mittelst Spundstücken gebracht, oder welches eben das, von A bis B eine Wasserleitung geführt werden

den soll: So muß ebenfalls deren Weg angewiesen auch jedes Spundstückes Länge $= e$ gegeben seyn. Gemeiniglich ist $e = 12$ Fuß.

II. Nun sind entweder P und S (664) vorgeschrieben, oder man muß diese Größen für B in Rücksicht A suchen, (648): Also weiß man allemal ϑ (665); daraus aber und aus e ergiebt sich die söhlige Entfernung der Pfeiler Mittelpunkte

$$= e \operatorname{Cos} \vartheta.$$

III. Oft ist B von des letzten Pfeilers Mittelpunkte nicht so weit entfernt, daß des letzten Spundstückes Länge $= e$ würde.

Da muß man, um diese Länge zu finden, aus dem Zuge die söhlige Entfernung q genannter Punkte berechnen, (333): Man hat alsdann die zu suchende Länge

$$= \frac{q}{\operatorname{Cos} \vartheta}.$$

IV. Diese Formel gilt allemal, wenn die söhlige Entfernung der Pfeiler Mittelpunkte gegeben, oder diese Punkte selbst schon angewiesen sind.

V. Eines Pfeilers seigere Höhe DE erhält man, wenn man aus dem Zuge von A bis dieses Pfeilers Mittelpunkt D, die Seigerteufe von $AD = DC = K$, und dessen Sohle $AC = \mathfrak{f}$ berechnet, (333), da denn

$$DE = -K + \frac{\mathfrak{f}P}{S} \text{ (II und 658 IV),}$$

wenn A in der untern Ebne des Bodens liegt; befindet sich aber A in der obern Ebne, auf der das Wasser läuft: So kommt des Bodens Dicke in Betrachtung und muß zu $-K + \frac{\mathfrak{f}P}{S}$ addirt werden.

VI. Daß

VI. Daß der Ausdruck für DE etwas negatives geben muß, ist aus 658 IV begreiflich. Will man in dessen DE positiv erhalten: So muß man $K - \frac{fP}{S}$ machen, (658 I); dann aber hat man in dem Falle, wenn auf des Bodens Dicke Rücksicht zu nehmen ist, diese von $K - \frac{fP}{S}$ abzuziehen.

VII. Die Zahl der Spundstücken von A bis zum letzten Pfeiler = der Anzahl derselben.

§. 671.

Sollen die Wasser von A bis B mittelst eines Dammes gebracht werden:

So findet sich aus dem gegebenen oder gefundenen P und S, jedes Punktes der Ebne, worauf die Wasser laufen, Erhöhung über jeden Punkt des angewiesenen und ausgesteckten Weges des Dammes,

$$= - K + \frac{fP}{S}.$$

Vor. §s VI gilt auch hier.

§. 672.

Der Endpunkt B (Fig. 151) eines Grabens oder einer Wasserleitung ist angewiesen;

Man soll den dazu gehörigen Anfangspunkt finden.

Auflösung.

Wenn in der Nähe ein fliessendes Wasser das gefaßt werden kann.

Man ziehe von B bis an dieses Wassers Ufer in A, und

Berechne das Gefälle des B gegen A, (648).

Ist dieses brauchbar: So kann man A für den verlangten Anfangspunkt annehmen. Wo nicht: So ist

ist es entweder zu klein, (wo man auch A tiefer als B hätte finden können), oder zu groß. In beyden Fällen setze man den Zug durch, nach Belieben nicht gar zu weit von einander entfernte, im ersten Falle dem Ufer hinaufwärts im zweyten selbigen hinabwärts genommene Punkte C, D, E ꝛc. fort, und berechne das Gefälle des B gegen jedem derselben: Bey welchem Punkte es dem gehörigen Gefälle gleich oder am nächsten kommt, den kann man für den gesuchten annehmen.

Wenn in der Nähe eine Quelle oder Teich.

Da ziehe man bis dahin.

Findet sich die Quelle höher als B: So kann ihr Wasser nach diesem Punkte geleitet werden; Auch des Teiches Wasser, wenn B gegen einem Punkte auf der Sohle des Teiches am Damme ein eigentliches Gefälle hat, das nur nicht wegen seiner beträchtlichen Minderkeit unbrauchbar ist, wiewohl bey jedem eigentlichen Gefälle des B in Rücksicht eines Punktes das Wasser von selbigen nach B hinläuft.

§. 673.

Kann man nach vorigem § mit der Sohle eines Wasserlaufes an dem Ufer eines fliessenden Wassers nicht tief genug einkommen: So muß man sehen, ob daselbst die Wasser durch Anlegung eines Wehrs so hoch als nöthig angespannt werden können.

Dies geschieht: Wenn man an diesem Ufer einen Punkt A bestimmt, bis an welchen die Wasser treten müssen, um über die Sohle des Wasserlaufs hoch genug zu stehen; hierauf Punkte angiebt, die mit A in einer söhligen Ebne liegen, und an beyden Ufern herum und dem Strohme aufwärts durch solche Stellen laufen, wo das Wasser bey gewöhnlichen Fluthen anzulaufen pfleget. Dies giebt nun eine Linie bis an welche der Strohm durch das anzulegende

Wehr

Wehr aufgeschwellet werden muß. Hieraus aber läßt sich beurtheilen, ob ein solches Wehr anzulegen, und ob und wo die Ufer zu erhöhen und sodann für des Wassers Austreten und Durchbruch zu verwahren sind. Uebrigens können auch die beyden Punkte, bis an welche der obere Wehrbaum zu erhöhen, nach 652 angegeben werden.

§. 674.

I. Graben, die die Aufschlagewasser wieder abführen, Abzugsgraben, giebt man selten mehr als $\frac{1}{8}$ Lachter Gefälle auf 100 Lachter söhlige Länge; Doch läßt man seine Sohle beym Anfangspunkte auf wenige Lachter Länge mehr anlaufen, damit des Wasserrades Schaufeln nicht im Wasser waden dürfen, wenn dasselbe etwa zurück gedämmt werden sollte.

II. Damit indessen eines solchen Grabens Sohle so tief gelegt werde, daß von dem Gefälle so wenig als möglich verlohren gehe: So wird meistens sein Endpunkt angewiesen.

Ist nun auch dieses Grabens Weg vorgezeichnet, und man verrichtet von dem gegebenen Endpunkte durch diese vorgeschriebene Punkte einen Zug: So hat man des Grabenssohle Vertiefung unter jedem dieser Punkte $= - K + \frac{f}{800}$ und Erhöhung über jeden $= K + \frac{f}{800}$, (I und 658 IV); wobey zu merken, daß K und f in Achtellachter ausgedrückt seyn müssen.

§. 675.

Wenn B' (Fig. 152) des Abzugsgraben, B des obern Grabens Endpunkt und BC' das Gefälle (674 I) des B' gegen dem Anfangspunkte A' des Abzugsgraben gegeben:

So

So hat man der Punkte A, B' seigere Entfernung A'B
$= Sg\ B'B - B'C$.

§. 676.

Ist nebst dem Endpunkte B' (Fig. 153) des Abzugsgraben auch seine söhlige Länge a B' = g sammt deren Streichen und dessen Beschaffenheit bekannt, überdies A'B, (vor. §):

So läßt sich B finden, wenn man von A bis D mit verlohrner Schnur zieht;

Dadurch weiß man EB = S B'D = f und W EB'a (333, 254); daraus aber EA, oder S DB, $= \sqrt{(f^2 + g^2 - 2\ fg\ Cos\ EB'a)}$, und $sin\ aEB' = \frac{S\ DB.\ sin\ aB'E}{g}$; aus diesem W aEB' aber und DB' und dessen Beschaffenheit, das Streichen der DB und ob es östlich oder westlich, (256).

§. 677.

Will man einen Stolln AB (Fig. 154) zu einen Wasserlauf brauchen, und jenen deshalb umwenden, d. h. seine Sohle dergestalt hauen, daß nun die Wasser nach der Gegend laufen, von der sie vorhin durch ihn abgeführt worden; So läßt sich die Tiefe DB jedes Punktes D der neuen Sohle AD unter jedem B der AB folgendermaaßen finden.

Man verrichte von A bis B mittelst des Gradbogens einen Zug:

Suche daraus BC = Sg AB, und AC = S AB, (333);

Dann aber der söhligen Länge AC zukommende Rösche CD (338 I):

So hat man

BD = BC + CD.

§. 678.

Die meisten der in diesem Abschnitte vorkommenden Aufgaben lehrt Herr **von Oppel** von § 827 bis 841 mittelst der im 504 § seiner Markscheidekunst beschriebene Wasserwage auflösen.

Mir scheinen die bisherigen Verfahren, wenigstens eben das zu leisten, ohnerachtet sie in keinem Markscheidebuche so vorgetragen sind.

XXXII.

Markscheider Angaben, die beym Teichbaue vorkommen.

---

§. 679.

Das bey einem Teiche erfoderliche Nivellement der Gegend kann von dem Markscheider nach 648 649, 650, verrichtet werden.

§. 680.

Wenn man da, wo der Damm hinkommen soll, seine vorgeschriebene Richtung durch Absteckung einer Vertikalfläche angiebt, und dabey Punkte auf der Erdoberfläche bestimmt, bis in welche das Wasser bey seinem gegebenen höchsten Stande ausspiegelt:

So heißt das einen **Teich abstecken.**

§. 681.

Dazu muß allezeit des Teichessohle tiefster Punkt gegeben seyn.

Aus diesem nämlich wird die Vertikalfläche (680) zu beyden Seiten abgesteckt.

§. 682.

Auf der Erdoberfläche ist ein Punkt A (Fig. 155) gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin

hin zu ein anderer um eine gegebene Seigerteufe höherer Punkt liegen soll:

Man verlangt diesen.

Auflösung.

Sie ist mit der in 653 völlig einerley.

§. 683.

Einen Teich abzustecken.

Auflösung.

I. Von dem tiefsten Punkte E der Teichsohle aus, stecke man nach B und C (Fig. 156) in des Dammes Richtung eine seigere Ebne ab.

II. Und bestimme in derselben auf der Erdoberfläche zween Punkte B, C, die um den gegebenen höchsten Wasserstand AE höher liegen als E (682);

III. Eben einen solchen Punkt D gebe man auf der Erdfläche in der seigern Ebne an, die ohngefehr mitten durch den Teich geht;

IV. Endlich gebe man zwischen B und D sowohl als C und D Punkte ab, die mit B, C und D in einer söhligen Ebne liegen, (652 680).

§. 684.

I. Man kann zu diesem Geschäfte mit Vortheil die Rothische Bergwage (Fig. 153, I) gebrauchen, von der folgendes hier aus Herrn Geheimden Rath Böhms Feldmeßkunst mit zu theilen, dienlich seyn wird.

II. **Einrichtung.** AB ist ein Richtscheid von leichtem Tannenholze, 10 Fuß lang 1 Zoll dicke;

An dessen beyden Enden A, B sind zween Füsse AC, BD von guten trocknem Eichenholze rechtwinklicht befestigt, deren jeder 1 Fuß lang 1 Zoll dicke und 2 Zolle breit seyn kann. Sie sind unten zu geschärft, um sie genau auf einen verlangten Punkt zu setzen; sie

sind aber auch des Abnutzens wegen mit eisernen Blechen beschlagen.

In des Richtscheides Mitte E ist ein $3\frac{1}{2}$ Fuß hoher und 1 Zoll dicker Arm EO von Eichenholze fest aufgesetzt; An ihn kann EG = $1\frac{1}{2}$ Fuß = GF, seyn, welches letzte Stücke man sich der Bequemlichkeit wegen abrunden läßt.

An des Arms letzten Theil FR (Fig. 157, II) = $\frac{1}{2}$ Fuß ist ein Breth KN (Fig. 153 I) in Gestalt eines rechtwinklichten Parallelogramms angebracht.

Es wird aus Birnbaumholz 8 Zolle hoch 15 Zolle lang und 1 Zoll dicke gefertiget; darauf mit KL eine Parallele, (etwa $\frac{1}{2}$ Zoll darunter) gezogen; aus dieser Parallele Mitte O einige concentrische Halbkreise beschrieben, und diese von L nach K in 180 Grade und jeden wieder in 4 gleiche Theile getheilet.

In O ist ein zarter, runder wohl polirter stählerner Stift eingeschlagen, woran der Perpendikel OQ (Fig. 153, IV) zu hängen kommt.

Dieser kann von meßingenen Bleche gemacht werden, und muß unten bey Q, wo er die Grade anzeigen soll, fein zu gespitzt seyn; auch, damit er bald zur Ruhe komme, das breite Stücke bey P, gleichförmig mit Bley begossen werden. Damit er aber nicht verloren gehe, ist der Stift in O mit einer Schraube oder einem Haken zu versehen.

Das Breth KN muß nun an des Armes EO Theil FR dergestalt befestiget werden, daß KL mit AB und CD aufs genauste parallel laufe.

In dieser Rücksicht bohrt man in FK zwey Löcher S, R (Fig. 157 II); das obere R rund, das untere S etwas länglicht.

Auch zwey solche Löcher werden durch das Breth KN gebohrt, daß sie auf die vorigen genau passen.

Durch

Durch jedes dieser beyden Löcher wird eine Schraube gesteckt, dergestalt, daß der Kopf T (Fig. 157 III) wider das Breth KN drückt und hinter FR erstlich das runde Stücke Eisen U vorgesteckt und die Schraubenmutter W angeschraubet, wird. Damit aber der Kopf T dem Perpendikel nicht im Wege sey, hat man ihn in das Breth KN einzulassen.

III. Justirung. CD muß genau = 10 Fuß und die Linie von O nach 90° auf CD senkrecht seyn.

Ersteres erhält man leicht, wegen dem zweyten aber, ist die Wage am kürzesten folgendermaaßen zu justiren.

Man setze die Wage hin;

Merke die Punkte an, wo die Füße auf stehen;

Auch wie viel der Perpendikel über oder unter 90° anzeige;

Wende nun die Wage herum, daß C zu stehen kommt, wo vorher D gestanden, D aber, wo vorher C,

Und sehe, was der Perpendikel in dieser zweyten Lage der Wage angiebet.

Beträgt dieses so viel über oder unter 90° als was bey der ersten Lage unter oder über 90° betrug: So ist die Wage richtig;

Wo nicht: So lasse man die Schraube, die durch das Loch S in FR geht, etwas nach und verschiebe das Breth KN bis der Perpendikel so viel über oder unter 90° anzeigt, als was er in der ersten Lage unter oder über 90° angab;

Fahre hierauf mit Umwenden der Wage und Verschieben des Brethes so lange fort, bis der Perpendikel in beyden Lagen des Instruments aufs genaueste gleich viel, auf der einen Seite über, auf der andern unter 90° anzeiget;

Als dann aber ziehe man die Schraube wieder an, daß das Breth KN feste bleibe.

IV. Gebrauch. Dieser und der Grund davon, kommt im Wesentlichen mit dem, was deshalb vom Gradbogen gesagt worden, überein; nur findet man durch diese Bergwage immer gleich langer Linien-Neigungen, wodurch denn deren Seigerteufe und Sohlen wie gewöhnlich, berechnet wird. Indessen findet sich ihr Gebrauch ausführlich beschrieben in dem in I a. Buche § 115 und 116; vorher aber schon in der 1755 von ihrem Erfinder, Herrn Rothe, herausgegebene: Beschreibung einer neuen Bergwage.

Wie sie beym Teichabstecken gebraucht werden kann, läßt sich aus folgendem beurtheilen:

Man setze der Bergwage einen Fuß, AC (Fig. 157) in B (Fig. 156) und rücke den andern so lange, bis der Perpendikel auf 90° spielt; So ist der Punkt, in dem der andere Fuß BD, (Fig. 157), die Erdfläche schneidet, der verlangte. Auf die Art giebt man aus dem gefundenen wieder einen andern, und auf gleiche Weise mehrere, an.

§. 685.

Wenn ein schon vorhandener Teich erhöhet werden soll:

So verfährt man bey Absteckung seines neuen Spiegels auf ähnliche Art, wie 683, oder 684 IV.

§. 686.

I. Wenn die seigere Ebne 683 I durch des Dammes Mitte geht: So steckt man seine untere Breite ab,

Wenn man (Fig. 156) von B und C aus auf beyden Seiten söhlige Linien BF, BG, CH, CJ in einem Streichen zieht, das von dem vorhin genannter seigern Ebne um 6 Stunden verschieden ist, und BF = BG = CH = CJ = ½ Dammbreite, macht; dann aber zwischen F H, und G, J eine seigere Ebne absteckt.

II. Geht

II. Geht eine seigere Ebne 683 I durch die einen Endpunkte F, H, des Dammes unteren Breite: So findet man die andern G, J:

Wenn man FG, HJ so zieht, wie I verlangt und selbige = dieser Breite macht.

Zwischen G und J nun kann man eine Vertikalfläche abstecken.

§. 687.

Ist des Dammes obere Fläche oder Kappe nicht söhlig: So suche man darauf angenommener Punkte Seigerteufen bezogen auf den höchsten Endpunkt dieser Fläche (333).

Man kann alsdann beurtheilen, wie der Damm auszugleichen.

§. 688.

[illegible]y A, (Fig. 158, 159), der Anfangspunkt eines durch B, C, bis wieder in A verrichteten Zuges, durch den man der söhligen Linien AB, BC, CD Streichungsinusse und Streichungkosinusse weiß:

Man verlangt des Dreyecks ABC Inhalt = a.

Auflösung.

Man hat hier zween Fälle.

Erste: Wenn des Dreyecks ABC letzten Seite CA Streichkosinus südlich, (159).

Da ist

$$
\begin{aligned}
a = &\ \text{Strk AB Strs BC} + \\
&\ \tfrac{1}{2}(\text{Strs AB Strk AB} \\
&\ - \text{Strs BC Strk BC} \\
&\ - \text{Strs AC Strk AC}).
\end{aligned}
$$

Zweyte: Wenn Strk CA nördlich, (Fig. 158).

 Dann

Dann hat man

a = Strf AB Strk BC +
½ (Strf BC Strk BC
— Strf AB Strk AB
— Strf AC Strk AC).

Beweis.

Auf die durch A, B, C gehende Mittags- oder Magnetlinien SN, (Fig. 158, 159), deren nördliches Ende N, werden von B, C, A die Perpendikel BD, CE, AF, gefällt, und DB bis in G und CE bis in H verlängert:

So ist

AD = Strk AB
BD = Strf AB;
BE = Strk BC
= CG
CE = Strf BC
= BG
CF = Strk AC
FA = Strf AC:
= CH.

Nun ist in der 159. Fig. Strk CA südlich, und in der 158sten nördlich: Aber in jener ist.

1) Δ ABC = dem Rechtecke DF — (Δ ADB + Δ BCG + Δ CAF)

in dieser

2) Δ ABC = dem Rechtecke DC — (Δ ADB + Δ BCG + Δ CAH)

Und

DF = AD (DB + BG)
= Strk AB (Strf AB + Strf BC);
DC = GC (DB + BG)
= Strk BC (Strf AB + Strf BC);

Δ ABD

$\triangle$ ADB = ½ Strk AB Strs AB
$\triangle$ BCG = ½ Strk BC Strs BC
$\triangle$ ACF = ½ Strk CA Strs CA
= $\triangle$ CAH:

Also, für 1)
$\triangle$ ABC = Strk AB (Strs AB + Strs BC)
— (½ Strs AB Strk AB
+ ½ Strs BC Strk BC
+ ½ Strk CA Strs CA),

für 2)
$\triangle$ ABC = Strk BC (Strs AB + Strs BC)
— (½ Strs AB Strk AB
+ ½ Strs BC Strk BC
+ ½ Strk CA Strs CA),

woraus man für beyde Fälle, 2, wie angegeben, findet.

§. 689.

Bey dieser Berechnung kommt das Positive und Negative der Streichsinnsse und Streichkosinusse nicht in Betrachtung.

§. 690.

Wenn die Figur ABCDEFGH, (Fig. 160), lauter auswärtsgehende Winkel hat, und man theilt diese Figur von einem ihrer Winkel Scheitel A aus mittelst Diagonalen in Dreyecke:

So erhält man so viele Dreyecke, als die Figur Seiten hat, weniger zwey.

Eben das erhält man auch bey einer Figur ABCD EFGH, (Fig. 161), die einwärts gehende Winkel hat, wenn man diese Theilung von eines solchen Winkels Scheidelpunkte B aus, verrichtet.

§. 691.

Aus dem Streichen zwoer nächst aneinander liegenden Seiten einer Figur läßt sich der Winkel finden, den sie einschliessen (254).

Kommt dieser größer als 12 Stunden: So ist es ein einwärtsgehender Winkel.

Auf die Art kann man sehen, ob eine Figur einwärtsgehende Winkel habe, ohne die Figur erst zu zeichnen.

§. 692.

Von A durch B, C, D .... bis wieder in A ist ein Zug verrichtet worden, durch den man der Figur Seiten Streichsinusse Streichkosinusse und Streichen weiß, (333):

Man soll dieser söhligen Figur Inhalt suchen.

Auflösung.

Man verzeichne die abgezogene Figur in Grundriß;
Zerlege sie nach 690 in Dreyecke,
Und berechne jedes Inhalt einzeln, (688):
Ihre Summe giebt den verlangten Inhalt.

§. 693.

I. Man kann diesen auch ohne Fertigung der Figur Grundriß finden.

II. Gesetzt, man sollte ihn für die Figur ABCDEFG, (Fig. 160, 161) suchen: So sehe man vor allen Dingen, ob die Figur lauter auswärtsgehende Winkel oder auch mit einwärtsgehende, habe, (691).

III. Im ersten Falle berechne man den Inhalt auf folgende Art:

IV. Man nehme die Seiten, wie sie nach der Ordnung des Zuges vom Anfangspunkte A, (Fig. 160), auf einander folgen, daß also AB die erste, BC, die zweyte, CD die dritte ꝛc. ist.

Nun suche man nach 688 den Inhalt von Dreyecken,

Erstlich aus Strs AB, Strk AB Strs BC, Strk BC, Strs AB + Strs BC = Strs AC, Strk AB + Strk BC = Strk AC;

Denn

Dann aus Strſ CD, Strk CD, Strſ AC, Strk AC, Strſ AC + Strſ CD = Strſ AD, Strk AC + Strk CD = Strk AD;

Hierauf aus Strſ DE, Strk DE, Strſ AD, Strk AD Strſ AD + Strſ DE = Strſ AE, Strk AD + Strk DE = Strk AE;

Ferner aus Strſ EF, Strk EF, Strſ AE, Strk AE, Strſ AE + Strſ EF = Strſ AF, Strk AE + Strk EF = Strk AF,

Und aus Strſ AG, Strk AG, Strſ GF, Strk GF, Strſ AF, Strk AF:

Die Summe dieſer ſo gefundenen Inhalte giebt den verlangten.

V. Hat die Figur ABCDEFGH, noch einwärtsgehende Winkel, (Fig. 161):

So ſehe man eines ſolchen Winkels Scheitelpunkt, B, als des Zuges Anfangspunkt an, zähle von dieſen aus, die Seiten, und verfahre übrigens wie in IV.

§. 694.

Weiß man einer geradlinichten Figur Seiten und Winkel: So läßt ſich ihr Inhalt = M folgendermaaßen finden.

Für ein ordentliches Vieleck, deſſen Seite = a und deren Anzahl = n, hat man

$$M = \frac{1}{2}\, naa \sin \frac{360^\circ}{n}.$$

Iſt die Figur irregulär: So kann man aus ihren gegebenen Seiten und Winkeln, ſo wohl alle Diagonalen als auch deren zugehörige Höhen berechnen. Alsdann verfährt man entweder nach Geometrie 42 Satzes 16 Zuſatze, oder man berechnet blos die Diagonale und ſucht, nach eb. Trig. 21 Satze. 2, den Inhalt jedes Dreyecks, in die die Figur vertheilt iſt: dieſe Inhalte ſummirt geben M.

§. 695.

Den Innhalt eines Teichspiegels zu finden.

Auflösung.

Die Linie, wo sich des Dammes innere Abdachungsfläche und der Wasserspiegel einander schneiden, ziehe man ab;

Von dieser Linie einen Endpunkte bis zum andern verrichte man durch genannten Spiegels Gränzpunkte einen Zug:

Dadurch finden sich dieser Fläche Seiten Streichsinusse, Streichkosinusse und Streichen;

Aus diesen aber läßt sich nach 693 der verlangte Inhalt finden.

§. 696.

Wenn man sich den Damm mit einer seigern Ebne durch seine Breite, geschnitten vorstellt: So hat man (Fig. 162) ein Trapezium ABCD davon AB = des Dammes obere Breite, DC = seiner untern, BC, AD die Fallinien der äussern und innern Abdachungsflächen.

Es mag das **Dammprofil** heißen.

§. 697.

Seinen Inhalt zu finden, wenn AB = a, DC = b, BC = c, AD = d und des Dammes Höhe AE oder CE = e, gegeben.

Auflösung.

Wenn AB parallel DC.

Da ist der Inhalt

$= \frac{1}{2} e (a + b)$, (Geom. 42. S. 18. Z).

Wenn AB nicht parallel DG,

Berechne man aus a und e des Dreyecks ABC Inhalt $= \frac{1}{2} ae$;

Daraus und aus a und c suche man den Winkel B durch

sin

$$\sin B = \frac{e}{c};$$

Aber aus a, c, B die Diagonale $AC = f, = \sqrt{(a^2 + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B)}$.

Und hierauf des Dreyecks ADC Inhalt

$$= \tfrac{1}{4}\sqrt{(b + d + f)(b + d - f)(b + f - d)(d + f - b)}$$ [Tr. 21. S.].

Hiezu $\frac{1}{2}$ ae addirt, giebt das Verlangte (42. S. 18. Zus.).

§. 698.

Wenn $BF = e$:

So ist gemeiniglich in dem bey F rechtwinklichten Dreyecke BFC,

$$BF : FC = e : c;$$

Daher

$$f^2 = a^2 + c^2 - 2ac\left(1 - \frac{e^2}{c^2}\right)$$

$$= a^2 + c^2 - 2ae.$$

§. 699.

Wenn der höchste Wasserstand $= h$:

So ist gemeiniglich

$$e = h + 2 \text{ Fuß; auch} = h + 1\tfrac{1}{2} \text{ Fuß}$$

$$a = h$$

$$b = 4h:$$

Also, [wenn die Zahl, (wie hier 2 Fuß,) die anzeigt, um wie viel e höher als h, $= n$,]

$$c = (h + n)\sqrt{2}, \text{ (698, und Geom. 15 S.)}$$

$$= 1,4142.. \times (h + n)$$

und

$$d = (h + n)\sqrt{5};$$ (Geom. a. S. und weil gewöhnlich

$$d : e = 2 : 1);$$

oder auch

$$d = 2,2383.. \times (h + n).$$

§. 700.

§. 700.

I.) Man hat daher des Dreyecks ABC Inhalt
$= \frac{1}{2} h (h + n)$; (697, 699);

II.) $f_{,}^2 = h^2 + 2 (h + n)^2 - 2h^2$, (698, 699)
$= h^2 + 4hn + 2n^2$
$= h^2 + 2n (2h + n)$:

Also
$$f = + \sqrt{(h^2 + 2n (2h + n))}.$$

III.) Des Dreyecks ADC Inhalt ist
$= \frac{1}{4} \sqrt{[(3h + 2,2383.. (h + n) + f) \times (3h + 2,2383.. (h + n) - f) \times (h. 2,7616... - n. 2,2383... + f) \times (n. 2,2383.. - h. 2,7616... + f)]}$, (a. O.).

§. 701.

Den Inhalt eines Teichdammes zu finden.

Auflösung.

Wenn des Dammes ABDFA, (Fig. 163), obere Länge L gleich der untern, und die Endflächen AF, BD vertikal auch die Kappe AE und untere Fläche HD söhlig.

Da ist der Damm ein rechtwinklichtes vier seitiges Prißma:

Man suche daher den Inhalt des Dammprofils, (697, 700), und multiplicire ihn in L.

Wenn des Dammes untere Länge $L' > L$ und AE mit HD parallel.

Dann kann man ihn als eine abgekürzte Pyramide, ansehen.

Ist daher der Inhalt von AE $= S$, der von HD $= B$:

So ist des Damms seiner
$= (B + S + \sqrt{BS}) \frac{1}{3} e$, (G. 63. S. 4. Z.).

Dieser

Dieser findet sich aus S, b, a, e,

$$= \frac{1}{3} e S \left(1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} \right) \text{[a. D.];}$$

Oder auch

$$= \frac{1}{3} S (h + n) \left(1 + \frac{4h}{h} + \frac{16 h^2}{h^2} \right), [699]$$

$$= 7 S (h + n);$$

Aber aus B, b, a, e

$$= \frac{1}{3} e B \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right) (\text{G. a. D}).$$

Oder auch

$$= \frac{3}{4} B (h + n), (699).$$

§. 702.

Weil

$$7 S (h + n) = \frac{3}{4} B (h + n):$$

So ist

$$\frac{28}{3} S = B.$$

Ist daher L′ gegeben: So kann man des Dammes untere Breite finden.

§. 703.

Wenn ein Teich an allen Stellen gleich tief ist, oder doch beynahe gleiche Tiefe hat: So kann man ihn als eine abgekürzte Pyramide ansehen, deren Höhe = dem Wasserstande. Eines solchen Teiches Inhalt findet man nach Geom. 63. S. 4. Zusatze.

Hat ein Teich, wie gewöhnlich, nicht aller Orten gleich große Tiefe, sondern ist, bey Punkten des Wasserspiegels, die näher dem Damme sind, größer als bey entferntern: So findet sich des Teiches Inhalt ziemlich genau, wenn man ihn als eine umgekehrte, abgekürzte Pyramide ansieht, deren Höhe gleich ist dem Wasserstande im Mittel des Teiches.

XXXIII.

Höhenmessung mit dem Barometer.

§. 704.

Die Quecksilbersäule im Barometer (Aer. 67) hält mit dem Drucke der Luft das Gleichgewicht, (Aer. 72).

§. 705.

Ihre Höhe heißt die Barometerhöhe.

§. 706.

Stünde also das Quecksilber in dem Gefäße CD (Fig. 164) bis an BC in der Röhre aber bis an A: So wäre BA die Barometerhöhe.

§. 707.

Dichtigkeit und Federkraft der Luft nimmt beständig ab, auf je größere Höhen man kommt.

§. 708.

Daher ist die Barometerhöhe zu gleicher Zeit auf Bergen kleiner, als am Fuße derselben oder im Thale.

§. 709.

Weiß man also das Gesetz, nach welchem sich der Druck der Luft in verschiedenen Höhen über der Erdfläche richtet: So hat man auch ein Mittel, aus gegebenen Barometerhöhen sogleich die Höhe einer gewissen Stelle über der andern zu finden.

§. 710.

Die Naturlehrer nehmen folgendes Gesetz an.

Die Dichte der Luft verhalte sich bey gleicher Wärme an jeder Stelle über der Erdfläche, wie die Kraft, womit sie zusammengepreßt wird.

§. 711.

Dieses Gesetz hat Mariotte, und vorher schon Robert Boyle, durch Versuche gefunden, bey denen

die

die Luft mit doppelter oder dreyfacher Kraft in die Hälfte, oder in den dritten Theil des vorigen Raums zusammengepreßt ward.

Obgleich manche Umstände auf dieses Gesetzes Richtigkeit Einfluß haben, so kann man es doch in den Oertern, wohin wir mit dem Barometer kommen, annehmen; wenigstens kann man diese Umstände Anfangs bey Findung einer Regel, wie 709 erwähnt, beyseite setzen, um die Untersuchung nicht allzuverwickelt zu machen. Hernach aber müssen sie in Betrachtung gezogen werden, wovon weiter unten.

§. 712.

Zwischen den Parallelen am, bd, (Fig. 165), sey eine Luftsäule von der Erdoberfläche bis an der Atmosphäre äusserstes Ende enthalten;

Die ganze Höhe am durch Horizontalebnen ce, fg, hi, u. s. w. in eine sehr große Anzahl kleiner einander gleiche Theile ac, cf, fh, u. s. w. getheilt:

So ist auf die Art die ganze Luftsäule abmd in lauter gleich große Schichte aceb, cfeg, u. s. w. getheilt, daß man die Luft in jeder, wegen ihrer geringen Höhe, als gleichförmig dicht annehmen kann.

§. 713.

Weil diese Schichte gleichen Raum haben; So verhalten sich ihre Gewichte, wie ihre Dichtigkeiten.

§. 714.

Der Druck der ganzen Luftsäule auf die untere Fläche ab heisse P; der auf die Flächen ce, fg, hi, u. s. w. Q, R, S, u. s. w.:

So sind P, Q, R, S, u. s. w. in folgender geometrischen Proportion:

P;

$$P;\ P.\frac{Q}{P};\ P.\frac{Q^2}{P^2};\ P\frac{Q^3}{P^3};\ \text{u. s. w.}$$

deren Exponente $= \frac{Q}{P}$.

Beweis.

Es seyen

der Schichte	acbe;	cfeg;	fhgi;	u. s. w.
Dichtigkeiten	d,	d',	d'',	u. s. f.
Gewichte	p,	p',	p'';	u. s. w.:

So hat man

$$Q = P - p,$$
$$R = P - p - p',$$
$$S = P - p - p' - p'',$$

u. s. w.:

Also

$$d : d' = Q : R,\ (710)$$
$$= P - p : P - p - p';$$
$$d' : d'' = R : S,\ (\text{a. O.}),$$
$$= P - p - p' : P - p - p' - p'',$$

u. s. w.

Folglich nach 713

$$p : p' = P - p : P - p - p',$$
$$p' : p'' = P - p - p' : P - p - p' - p'',$$
$$p'' : p''' = P - p - p' - p'' : P - p - p' - p'' - p''',$$

u. s. w.

Mithin nach Nr. VI Cap. 34, II

$$P : P - p = P - p : P - p - p'$$
$$P - p : P - p - p' = P - p - p' : P - p - p' - p''$$

u. s. w.

Setzt man nun statt $P - p$, $P - p - p'$ u. s. w. die ihm gleichen Größen Q, R: So hat man

$$P : Q = Q : R,$$
$$Q : R = R : S,$$

u. s. w.

Also

Also

$$R = \frac{Q^2}{P}$$

$$= P\,\frac{Q^2}{P^2}$$

$$S = \frac{R^2}{Q}$$

$$= P\,\frac{Q^3}{P^3}$$

u. s. w.

Da nun

$$P = P$$

$$Q = P\,\frac{Q}{P}:$$

So erhellet, was der Satz behauptet.

§. 715.

Es sey vw die mte Schichte über ab, und xy die nte;

Der Druck der Luft auf vw $= X$

xy $= Y$;

Die Höhe av $= h$;

ax $= H$;

Die Barometerhöhe

bey a $= B$,

= v $= b$,

= x $= \beta$;

So verhalten sich

$$h : H = m : n$$

und

$$P, X, Y \text{ wie } B, b, \beta, \ (704, 710)$$

§. 716.

Es ist

$$h : H = \log \frac{B}{b} : \log \frac{B}{\beta}$$

Beweis.

$$X = P \left(\frac{Q}{P}\right)^m, [714, 715],$$

$$Y = P \left(\frac{Q}{P}\right)^n,$$

Also

$$\frac{X}{P} = \left(\frac{Q}{P}\right)^m$$

$$\frac{Y}{P} = \left(\frac{Q}{P}\right)^n,$$

Folglich

$$\log \frac{X}{P} = m \log \frac{Q}{P}$$

$$\log \frac{Y}{P} = n \log \frac{Q}{P};$$

Mithin

$$\log \frac{X}{P} : \log \frac{Y}{P} = m : n.$$

$$= h : H, (715);$$

Aber

$$\left.\begin{array}{l} X : P = b : B \\ Y : P = \beta : B \end{array}\right\} (715).$$

Also

$$h : H = \log \frac{b}{B} : \log \frac{\beta}{B}$$

= log

$$= \log \frac{B}{b} : \log \frac{B}{\beta}$$

§. 717.

Die Erfahrung hat gelehrt, daß wenn B = 29 pariser Zolle = 348 Linien, und man sich um h = 12, 497 Toisen über die unterste Station a erhebt alsdann zu Ende der Höhe h, bey v, die Barometerhöhe nur 348 — 1 = 347 Linien ist.

§. 718.

Man hat also

$$12,497 : H = \log \frac{348}{347} : \log \frac{348}{\beta} \; [716]$$

$$= 0,0012497 : \log \frac{348}{\beta}$$

Also

$$H = 10000 \log \frac{348}{\beta}$$

§. 719.

Einer andern Station r Barometerhöhe sey = b, und die Erhöhung dieser Station über der, wo die Barometerhöhe = 348 Linien ist, = h:

So ist

$$h = 10000 \log \frac{348}{b}.$$

§. 720.

Mittelst des Barometers die Höhe (r x) eines Orts (x) über dem andern (r) zu finden; vorausgesezt, daß die Atmosphäre zur Zeit der Beobachtung im Gleichgewichte auch wenigstens zwischen beyden Oertern durchgängig gleich warm gewesen.

Auflösung.

Man bemerke die Barometerhöhen b, β, in dem niedrigern Orte, r sowohl als höhern, x,

Und mache

$$rx = 10000 \log \frac{b}{\beta},$$

oder

$$= 10000 (\log b - \log \beta):$$

So hat man das Verlangte.

Beweis.

$$ar = h, (719)$$
$$ax = H, (715)$$
$$rx = ax - ar$$
$$= H - h$$
$$= 10000 \log \frac{348}{\beta} - 10000 \log \frac{348}{b},$$

(718, 719),

woraus angegebene Formel folgt.

Exempel.

Gesetzt man fände am Fusse eines Berges die Barometerhöhe

b = 27 Zoll 8 Linien
= 332 Linien;

Auf des Bergesspitze aber

β = 26 Zoll 4 Linien
= 316 Linien:

So hat man

log 332 = 2, 5211381
log 316 = 2, 4996871

Unterschied = 0, 0214510,

diesen mit 10000 multiplicirt, giebt 214, 51 Toisen, als die Höhe des Bergesspitze über seinen Fuß.

We

Weil bey Beobachtung der Barometerhöhen fast immer kleine Fehler vorfallen: So kann man sich auf die Decimalbrüche der Toisen nicht verlassen.

§. 721.

Dies Exempel findet sich auch in Herrn Prof. **Mayers** praktischen Geometrie 2ten Theile, Seite 286; und die bisherigen Schlüße sind einerley mit dem in dasigem 197. §.

§. 722.

Hätte das Gesetz 710 seine völlige Richtigkeit: So würde auch das Verfahren 720 die verlangte Höhe ganz genau geben. Indessen ist schon aus 711 begreiflich, daß die nach 720 gefundenen Höhen nicht mit den trigonometrischen Messungen derselben übereinstimmen können; Und die Erfahrung hat es auch gelehrt.

So glaubt **Bouguer** durch seine Erfahrungen gefunden zu haben, daß man, um die wahre Höhe zu erhalten, die Formel

$$\frac{2910000}{30} \log \left(\frac{b}{\beta}\right)$$

gebrauchen, oder von 10000 log $\left(\frac{b}{\beta}\right)$ den dreyßigsten Theil abziehen müsse.

Es wird mir erlaubt seyn, die vornehmsten Umstände, die auf das Gesetz 710 Einfluß haben, hier meist nach Herrn Prof. **Mayers** praktischen Geom. 198. §. kürzlich beyzubringen.

§. 723.

Wegen der Voraussetzung 720, daß der Zustand der Luft in dem untersten Orte sich nicht verändern darf während daß man sich in den höhern begiebt und da die Barometerhöhe beobachtet, verfährt man sicherer, wenn man mit einem andern Barometer in dem untern Orte den Stand des Barometers zu ver-

schiedenen Zeiten observiren läßt, während in dem obern Orte die Barometerhöhe beobachtet wird. Es versteht sich, daß die beyden Barometer, deren man sich bey diesem Verfahren bedient, mit einander übereinstimmen, d. i. in dem untern Orte einerley Barometerhöhe anzeigen müssen. Sollten selbige nach vorhergegangener sorgfältigen Vergleichung nicht mit einander übereinstimmen: so muß man den Unterschied anmerken.

Aus diesen zu unterschiedenen Zeiten in dem untern Orte beobachteten Barometerhöhen, kann man leicht sehen, ob sich, während man in der obern Stelle die Barometerhöhe beobachtet, der Zustand der Luft durchaus verändert hat, oder nicht. Weiß man nun die Zeiten, in welchen die Barometerhöhen der beyden Orten beobachtet worden: So läßt sich daraus ohne großen Irthum berechnen, wie hoch das Barometer in dem untern Orte zu der Zeit gestanden haben muß, da man in dem obern die Barometerhöhe beobachtete.

II. Die Berechnung läßt sich mittelst der Regel detri folgendermaaßen anstellen:

Gesetzt, Morgens um 8 Uhr habe man in dem untern Orte beyde Barometer mit einander vollkommen übereinstimmend und ihre Höhe = 27 Zoll 4 Linien gefunden; um 3 Uhr Nachmittags aber, der Beobachter in der untern Stelle die Barometerhöhe = 27 Zoll 8 Linien, und der Beobachter in dem obern Orte Nachmittags um 1 Uhr den Barometerstand = 26 Zolle $2\frac{1}{3}$ Linie: Nun schließe man:

Wie sich verhält die Zeit von 8 Uhr Morgens bis 3 Uhr Nachmittags, zur Zeit von 8 Uhr Morgens bis 1 Uhr Nachmittags, so verhält sich der Unterschied der Barometerhöhen, die in dem untern Orte um 8 Uhr und 3 Uhr beobachtet worden, zum Unterschiede dieser Barometerhöhen von 8 Uhr bis 1 Uhr; also:

7 Stun=

7 Stunden: 5 Stunden = 4 Linien: $2\frac{6}{7}$ Linien.

Da also um 3 Uhr das untere Barometer um 4 Linien höher stand als um 8 Uhr: so würde es um 1 Uhr nur $2\frac{6}{7}$ Linie höher gestanden haben, als um 8 Uhr: Folglich würde um 1 Uhr die Barometerhöhe in der untern Stelle = 27 Zolle 4 Linien + $2\frac{6}{7}$ Linie = 27 Zolle $6\frac{6}{7}$ Linie gewesen seyn, zu der Zeit, da sie in dem obern Orte = 26 Zoll $2\frac{1}{3}$ Linie war.

Diese beyden letzten Barometerhöhen muß man gebrauchen, die Höhe des obern Ortes über dem untern zu finden.

§. 724.

Die verschiedene Wärme sowohl in der untern als obern Atmosphäre verändert nicht nur den Zustand der Luft und deren Druck auf das Quecksilber, sondern dehnt auch letzteres aus, und ändert folglich dadurch die Barometerhöhe.

Beydes muß bey Findung der Höhen der Oerter mittelst des Barometers in Betrachtung gezogen werden.

Herr **De Lüc** hat bey seiner Regel, (die er in seinem Werke: Recherches sur les modifications de l'Atmosphére,... 2 Theile, Genf 1772, 4°, aufgestellt hat), hierauf Rücksicht genommen, daher selbige auch der Wahrheit näher kommt, als die in 720.

Von angeführtem Werke hat Herr **D. Gehler** in Leipzig eine Übersetzung mit lehrreichen Anmerkungen geliefert.

Alles aber, was zu Herrn **de Lücs** Regel gehört, hat Herr H. **Kästner** in der seiner Markscheidekunst beygefügten **Abhandlung von Höhenmessungen durch das Barometer**, S. 348 u. f. f. sehr deutlich und gründlich ausgeführt. Ueberhaupt findet sich in dieser Abhandlung fast alles, was in dieser Sache bisher gethan worden, mit Prüfung und Vergleichung gesammlet.

Da Herrn de Lücs Regel zu wichtig ist, so halte ich es nicht für überflüßig, selbige auch hier nebst kurzer Darstellung ihrer Gründe beyzubringen.

§. 725.

Die Quecksilbersäule im Barometer ist bey größerer Wärme länger als bey geringerer.

§. 726.

Nach Herrn de Lücs Erfahrungen wird eine 324 par. Linien lange Quecksilbersäule um 6 Linien länger, wenn sie bis zur Hitze des siedenden Wassers erwärmt wird.

§. 727.

Bey einem Quecksilberthermometer mit der Reaumürschen Skale, (Karstens Naturlehre § 419) muß also die Thermometerhöhe = 80 seyn, wenn die Quecksilbersäule in vor. § bis auf 6 Linien angewachsen ist.

§. 728.

Für ein solches Thermometer, ist aus Herrn de Lücs Erfahrungen anzunehmen:

Die Quecksilbersäule (726) ist zu der Zeit = 324 par. Linien lang gewesen, da die Thermometerhöhe = 10 war.

§. 729.

Also hat man für eine Thermometerhöhe = m, die Barometerhöhe

$$= 324 + \frac{m - 10}{80} . 6 \text{ Linien},$$

und ihre Aenderung

$$= \frac{m - 10}{80} 6 \text{ Linien}$$

§. 730.

§. 730.

Man kann auch mit Herrn de Lüc annehmen:

Bey gleicher Aenderung der Wärme ändern sich die Längen von zwo Quecksilbersäulen in der Verhältniß ihrer Längen.

§. 731.

Wenn bey m Grade Wärme die Barometerhöhe = b Linien, und die Aenderung dieses Barometerstandes bey 10 Grad Thermometerhöhe, = x.

So hat man

$$324 + \frac{m-10}{80} 6 \text{ Linien} : b \text{ Linien}$$

$$= \frac{m-10}{80} 6 : x, [730].$$

Folglich

$$1 + \frac{(m-10)6}{80 \cdot 324} : \frac{b}{324} = \frac{(m-10)6}{80} : x;$$

Oder, (da m nicht größer als 80 wird, folglich $\frac{(m-10)6}{80 \cdot 324}$ ein sehr kleiner Bruch bleibt, ohne merklichen Irthum

$$1 : \frac{b}{324} = \frac{(m-10)6}{80} : x;$$

Also

$$x = \frac{b \cdot (m-10)}{324 \cdot 80} \cdot 6$$

$$= \frac{b \cdot (m-10)}{4320}.$$

§. 732.

Wenn man sich beym Verfahren 720, nach vor. § verbesserte Barometerhöhen bedient:

So giebt selbiges bey einer Wärme von $16\frac{3}{4}$ Reaumürschen Graden die Höhe richtig an;

Bey geringerer Wärme aber muß man für jeden Reaumürschen Grad $\frac{1}{215}$ der gefundenen Höhe abziehen, bey größerer zu setzen.

Dieses folgt aus Herrn de Lucs Versuchen.

§. 733.

Ist also die Thermometerhöhe in der obern und untern Stelle, $= m$, die gefundene Höhe der einen Stelle über der andern $= H$, (720, 731):

So ist, was noch von H abgezogen oder dazu gesetzt werden muß

$$= \frac{(16\frac{3}{4} - m)\,H}{215}, \ (732).$$

Diese Verbesserung aber ist für m, die Thermometerhöhe in der untern Stelle, und n, den Thermometerstand in dem obern Orte

$$= \frac{\left(16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}\right) H}{215}$$

§. 734.

Also die gesuchte Höhe

$$= H - \frac{\left(16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}\right) H}{215},$$

$$= H\left(1 - \frac{16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}}{215}\right), \ [732].$$

Bey

Bey einer größern Wärme als $16\frac{3}{4}$ Grade wird der Bruch $\frac{16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}}{215}$ negativ, und dieser negative von 1 abgezogen wird positiv, zu 1 addirt, wie auch 732 verlangt.

§. 735.

Aus dem bisherigen läßt sich nun Herrn de Lüc's Regel im Zusammenhange so darstellen, wie man sie in Herrn Prof. Mayers praktischen Geometrie, § 198 II, aber ohne Beweis, findet:

Sie ist folgende:

I.) Die in dem obern Orte beobachtete Barometerhöhe sey $= \beta$ par. Linien und zu eben der Zeit die Thermometerhöhe über dem Eispunkte $= m$;

II.) Die in dem untern Orte beobachtete und nach 723 II auf eben die Zeit (I,) reducirte Barometerhöhe $= b$ par. Linien; Thermometerhöhe $= n$ Grade über dem Eispunkte.

III.) Man verbessere wegen der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme die Barometerhöhe der obern Stelle um so viel Linien als die Größe $\frac{\beta(m-10)}{4320}$, [731], und die Barometerhöhe des untern Ortes um so viel Linien als die Größe $\frac{b(n-10)}{4320}$ angiebt, und nenne die solchergestalt verbesserten Barometerhöhen, nämlich

$$\beta - \frac{\beta.(m-10)}{4320}, = \beta'$$

$$b - \frac{b(n-10)}{4320}, = b';$$

IV.) Nun

IV.) Nun suche man aus β', b', (nach 720) die Höhe des obern Ortes über dem untern:

Sie wird seyn

$$= 10000 \log \left(\frac{b'}{\beta'}\right);$$

V.) Hierauf ziehe man von $16\frac{3}{4}$ Graden über dem Gefrierpunkte die halbe Summe der in beyden Stationen beobachteten Thermometerhöhen ab, und nenne den Rest C:

So ist

$$C = 16\tfrac{3}{4} - \left(\frac{m+n}{2}\right).$$

VI. Was IV giebt, multiplicire man mit $1 - \frac{C}{215}$:

So erhält man die wahre verbesserte Höhe des obern Ortes über dem untern:

Sie wird also in Toisen seyn

$$= \left(1 - \frac{C}{215}\right) 10000 \log \frac{b'}{\beta'}.$$

§. 736.

Exempel.

Es sey die Barometerhöhe in der untern Station, oder

$$b = 27 \text{ Zoll } 4\tfrac{1}{2} \text{ Linien}$$
$$= 328,5 \text{ Linien};$$

Die Thermometerhöhe oder

$$n = 18 \text{ Grade}$$

die Barometerhöhe in der obern Stelle, oder

$$\beta = 26 \text{ Zoll } 2\tfrac{3}{4} \text{ Linie}$$
$$= 314,75 \text{ Linien}$$

und die Thermometerhöhe oder

$$m = 7 \text{ Grade}:$$

So

So ist

$$\frac{\beta\,(m - 10)}{4320} = - \frac{3 \cdot 314,75}{4320}$$

$$= - 0,\ 2 \text{ Linien},$$

$$\frac{b\,(n - 10)}{4320} = \frac{8 \cdot 328,\ 5}{4320}$$

$$= + 0,\ 6 \text{ Linien}.$$

Folglich die verbesserten Barometerhöhen, oder

$$\beta' = 314,\ 75 + 0,\ 2$$
$$= 314,\ 95 \text{ Linien},$$
$$b' = 328,\ 5 - 0,\ 6,$$
$$= 327,\ 9 \text{ Linien}.$$

Ferner hat man

$$C = 16\tfrac{3}{4} - \left(\frac{18 + 7}{2}\right)$$
$$= 16,\ 75 - 12,\ 5$$
$$= 4,\ 25;$$

und

$$\frac{C}{215} = \frac{4,\ 25}{215}$$
$$= 4,\ 25.\ 0,\ 0046$$
$$= 0,\ 019:$$

Daher

$$1 - \frac{C}{215} = 0,\ 981:$$

Folglich die verbesserte Höhe

$$= 0,\ 981 \cdot 10000 \log \frac{327 \cdot 9}{314,95}$$
$$= 0,\ 981 \cdot 10000 \cdot 0,\ 01\ 74998$$
$$= 171,\ 67 \text{ Toisen}.$$
$$= 1030,\ 02 \text{ par. Fuß}.$$

Die

Die Decimaltheile des Fusses kann man füglich ausser Acht lassen; (720 Ex.).

§. 737.

In diesem Exempel waren die Thermometerhöhen über dem Eispunkte, folglich positiv. Sind beyde oder eine unter dem Eispunkte, also negativ: So muß man sich bey Berechnung b′, β′, C, darnach richten.

§. 738.

Braucht man ein Farenheitisches Thermometer: So muß man beym Verfahren 735 die beobachteten Grade desselben auf Reaumürsche bringen; wobey zu merken, daß $2\frac{1}{2}$ Farenh. Grade = 1 Reaumürschen.

§. 739.

Herr de Lüc hat nach seiner Regel über 400 Höhen durchs Barometer gemessen, sie mit den geometrischen Messungen verglichen, und bey den meisten nur einen sehr geringen Unterschied gefunden.

§. 740.

I. Er brauchte dazu, um desto sicherer zu verfahren, zwey Thermometer, deren Einrichtung man aus seinem Werke (724) sowohl als aus Herrn H. Kästners Abh. von Höhenmessungen § 293, 524, kennen lernet.

II. Das erste war am Barometer, und diente zur Berechnung b′, β′; so wie das zweyte, die Temperatur der Luft anzugeben, und C zu finden.

Sowohl Barometer mit dem ersten Thermometer, als auch solche zweyte Thermometer brauchte Herr de Lüc zwey; eins an der einen Gränze der zu messenden Höhe, das andere an der andern.

Indessen begeht man eben keinen großen Fehler, wenn man sich auch nur eines Thermometers bediente: Nur muß man selbiges neben dem Barometer in freyer Luft und an einen schattigen Ort hängen.

§. 741.

§. 741.

Die übrigen Vorsichten und Bemerkungen beym bisherigen Gebrauche der Barometer sind, (meist aus Herrn Prof. Mayers praktischen Geometrie 198. § IV,) kürzlich noch folgende:

I.) Barometer und Thermometer müssen in Absicht ihrer Eintheilungen die nöthige Genauigkeit haben.

Das Quecksilber muß, ehe man damit sowohl Barometer als Thermometer füllet, vorher wohl gereiniget und durchs Feuer von Luft befreyet werden: denn die Luft übern Quecksilber ist die vornehmste Ursache der Nichtübereinstimmung der Barometer und Thermometer, daß, wenn diese Luft n mal dünner als die natürliche, die beobachtete Barometerhöhe um den nten Theil kleiner ist als sie in einem vollkommenen Barometer seyn würde, (Kästners Abhandlung von Höhenm. § 7; 286,); Und wegen der Luft, die aus dem Quecksilber in die torricellische Leere steigen kann, auch wegen der an den innern Wänden der Röhre hängenden Luft, bleibt in dem Raume über dem Quecksilber eine unbekannte Masse Luft, die noch dazu durch Feuchtigkeit und Wärme eine sehr verschiedentliche Federkraft bekommen kann, (a. O. 287).

II.) Wegen der gewöhnlichen Einrichtung der Barometer und der genauen Angabe der Höhe des Quecksilbers (706) ist es gut, wenn die eingetheilte Skale noch etwa ½ Zoll bis unter die Oberfläche des Quecksilbers im Gefässe reicht, um den Stand dieser Oberfläche an der Skale bemerken zu können.

Die Zolle an der Skale müssen wenigstens bis auf Linien genau getheilt seyn; und die äussersten Zolle noch genauer, wenn man, kleinere Theile als Linien zu bestimmen, sich nicht auf das Augenmas verlassen will.

III.) Die Barometer, mit einer hölzernen Kapsel sind nicht ganz zu Höhenmessungen tauglich, weil man die

den Stand der Oberfläche des Quecksilbers in dieser Kapsel nicht bemerken kann.

Vorzüglicher und bequemer dazu sind die Barometer von Herrn de Lüc, welche, wie die 166. Figur darstellet, aus einer einzigen Glasröhre efbc bestehen, die bey f wieder aufwärts sich in eine weitere Röhre fbc, (welche die Stelle des gewöhnlichen Gefässes vertritt), krümmet. Die lange Röhre ist oben wie gewöhnlich bey l verschlossen, die kurze fbc aber bey i mit einer kleinen Oefnung versehen, damit die Luft auf die Oberfläche drucken könne. Sinkt oder steigt die Oberfläche e des Quecksilbers in der langen Röhre: So steigt oder sinkt die Quecksilberoberfläche in der weitern Röhre. Man sieht, daß sich an der engen Röhre sowohl als an der weitern eine Skale befinden müsse, um die senkrechte Entfernung beyder Oberflächen bc und e genau zu erhalten. Nach Herrn de Lüc läßt sich diese Skale folgendergestalt einrichten: Wo sich das Quecksilber in beyden Schenkeln der gebogenen Röhre in eine Horizontallinie setzt, wenn diese Röhre an ihren beyden Enden noch offen, da schreibe man an jeden Schenkel Null; Nun trage man pariser Zolle von diesen beyden Gränzen, am langen Schenkel hinaufwärts, am kurzen niederwärts. Die Höhe des Quecksilbers erhält man bey einem so zugerichteten Barometer, wenn man die Zahlen, bey denen das Quecksilber im langen Schenkel sowohl als im kurzen steht, addirt; (Kästner a. a. O. § 289).

IV.) Bey Beobachtung der Barometerhöhen muß das Auge in der Fläche bc, oder e liegen in der sich das Quecksilber endiget, damit man keine Parallaxe zu befürchten habe.

V.) Die Barometer sowohl als Thermometer, müssen so genau als möglich vertikal hängen.

§. 742.

§. 742.

Ausser den angeführten Schriften (724), kann man vom Barometer und Thermometer noch folgende nachlesen:

Michaeli du Crest's kleine Schriften von Thermometern und Barometern aus dem franz. von J. C. Thenn; Augspurg 1770.

Strohmayers Anleitung, übereinstimmende Thermometer zu verfertigen. Göttingen 1775.

Karstens Lehrbegrif der gesammten Mathematik, 3te Theil. Greifswalde 1769. Aerostatik III, IV Abschnitt.

Dessen Anfangsgründe der Mathematik, 2ter Band. Greifswalde 1778. Aerostatik IV und V Abschnitt.

Dessen Anfangsgründe der Naturlehre, Halle 1780; X und IXX Abschnitt.

J. H. von Magellan physikalische mathematische Abhandlungen von J. 1779 und 1780. Leipzig 1781.

Branders Beschreibung zweyer besonderer und neuerer Barometer rc. Augspurg 1772.

§. 743.

Nach der Regel 720 oder 735 kann man auch die Tiefen der Gruben messen, so genau als es Regel und Umstände erlauben.

Herr Prof. Zimmermann hat dergleichen barometrische Beobachtungen auf dem Harze anstellt, wovon man in Herrn Hofr. Kästners Abhandlung von Höhenmessungen § 396 u. s. w. Nachricht findet. Nach ihm daselbst Herr de Lüc; Kästners Aer., neue Auflage, §. 79.

Auch Celsius hat ähnliche Beobachtungen gemacht, wovon man ebenfalls in a. B. § 241 rc. und § 260 rc. Nachricht antrift.

XXXIII.

Kurze Geschichte der Markscheidekunst.

§. 744.

Den ersten schriftlichen Unterricht in der Markscheidekunst trift man in der Mitte des 16ten Jahrhunderts in dem bekannten Buche des Agricola an. Sie ist da gleichsam noch in ihrer Kindheit, und man muß über 100 Jahre warten, ehe man sie in einiger Vollkommenheit schriftlich aufgesetzt findet.

Das 16te und 17te Jahrhundert erndte reichlich mathematische Kenntnisse ein; nur scheinen selbige nicht bis zu den damaligen Markscheidern gekommen zu seyn, welches sich auch noch itzt auf die meisten fortgepflanzt hat. Selbst die wenigen Schriftsteller, (**Agrikola, Reinhold, Voigtel**), die vor dem 18ten Jahrhundert über die Markscheidekunst geschrieben, haben in ihren Markscheidebüchern nicht die mathematischen Kenntnisse angebracht, die man schon damals hätte von ihnen fodern können. Sie verdienen aber demohnerachtet den wärmsten Dank, und **Voigtel** besonders, der sie zuerst brauchbar vortrug.

So wie sie **Voigtel** aufgestellt hatte, blieb sie (ohnerachtet einige Markscheidebücher nach der Zeit herauskamen), bis selbige durch von **Oppel, Scheidhauer** und **Kästner** zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht wurde.

§. 745.

Schriften über diese Kunst sind schon hin und wieder im Buche angeführt worden.

Herr von Oppel giebt davon im 7 und 8ten § Nachricht; vollständiger aber, besonders von den die das System behandelt haben, Herr Professor Scheibel in seiner Einleitung zur mathematischen Bücherkenntniß, im zehnten Stückes zweyten Abschnitte.

Mir scheint es nicht überflüßig, sie darnach mit einigen Zusätzen hier in chronologischer Ordnung aufzuführen.

§. 746.

Jahr: 1556.

GEORGII AGRICOLAE de Re Metallica, Libri XII. Quibus officia, Instrumenta, Machinae, omnia denique ad Metallicam spectantia, non modo luculentissime describuntur, sed & per effigies, suis locis insertas, adjunctis Latinis, Germanicisque appellationibus ita ob oculos ponuntur, ut clarius tradi non possint. Ejusdem de Animantibus subterraneis Liber, ab Auctore recognitus: cum Indicibus diversis; quicquid in opere tractatum est pulchre, demonstrantibus. Basileae. Cum Privilegio Imperatoris in annos V. & Galliarum Regis ad Sexennium. In Folio, 5 Bl. Titel ꝛc. 538 Seiten, Text voller instructivischer Holzschnitte, 19 Bl. lateinisch-deutsches Bergwerks-Lexicon, 17 Bl. Register, und 1 Blatt, auf welchem steht: Basiliae apud Hieron. Frobenium & Nicolaum Episcopium. M. D. LVI. Mense Martio.

Dieser Schriftsteller ist der erste, der die Bergbaukunst systematisch behandelt hat, wenigstens weiß man keinen ältern. Sein Werk ist in schönen Latein geschrieben, und verdient wirklich den großen Ruf, in dem er noch bey

Bergwerksverständigen steht. Im V. Buches zweyten Theile trägt er die damalige Markscheidekunst vor, nachdem er vorher im ersten von dem Grubenbaue gehandelt hat.

Andere Ausgaben dieses Werkes erzählt Herr Prof. Scheibel a. a. O. Seite 473 und 474.

Man hat davon auch eine deutsche und italienische Uebersetzung. Die deutsche ist (nach angeführtem Buche) von 1557, und hat den Titel:

Vom Bergwerck xij Bücher Darinn alle Empter, Instrument, Gezeuge, vnd alles zu diesem Handel gehörig, mitt schönen Figuren vorbildet vnd klärlich beschrieben seindt, erstlich in Lateinischer sprach, durch d.n Hochgelerten vnd Weittberümpten Herrn Georgium Agricolam, Doctorn vnd Burgermeister der Churfürstlichen statt Kempnitz, jezundt aber verteütscht durch den Achtparen vnd Hochgelerten Herrn Philippum Bechium, Philosophen, Arzet, vnd in der Loblichen Vniversitet zu Basel Professorn. Getruckt zu Basel durch Jeronymus Froben, vnd Niclausen Bischoff, mitt Keiserlicher Freyheit. In Folio. 4 Bl. Titel und Zuschrift des Uebersetzers 491 Seiten Text mit den nämlichen Figuren des Originals, 4 Bl. Deutsch, lateinisch Register und 2 Bl. Anzeige und Zeichen des Buchdruckers.

Ich besitze eine deutsche Uebersetzung von 1580. Sie führt den Titel:

Berckwerck Buch: Darinn nicht Allain alle Empter Instrument Gezeug, vnd alles, so zu diesem Handel gehörig, mit Figuren vorgebildet, vnd klärlich beschrieben. Sondern auch, wie ein rechtverstendiger Berckmann seyn sol, vnd

vnd die Gäng außzurichten seyen. Item, von allerley Gängen, Klüfften, vnd absetzen deß Gesteins. Von den Massen, vom Marscheyden. Deßgleichen wie ein Gang zu hauwen, wie alle Schächt zu senken vnd auffzurichten seyen. Von den Stollen, Fellorten, Radstuben, vnd andern Gebeuwen. Von allerley Trögen, wassergeheussen, wasserkunst, Pompen vnd Rinnen, ꝛc. Vom bösen Wetter vnd andern sorglichen zufellen, so den Berckheuwern widerfehrt. Vom probieren, vnd was sonst darzu vonnöhten. Wie man das Ertz bereiten, klauben, buchen, rösten, quätschen, rädern, wäschen, im Röstofen brennen, vnd allerley Ertz mit nutz schmeltzen soll. Wie das Golt vom Silber, vnd das Silber vom Golt, Item das Kupffer vom Golt, vnd das Bley vom Golt vnd Silber, zu scheyden sey, vnd wie die zwey köstlichen Metall mit nutz sollen gebrannt werden. Auch wie das Silber vom Kupffer vnd vom Eysen zu seygern sey. Letstlich von allerley harten Säfften, die auß wassern vnd flüßigen Säfften, oder vermischten steinen gemacht werden. Vnd wie entlich das Saltz zu sieden, vnd Glaß zu machen sey. Durch den Hochgelehrten vnd weitberühmten Herrn Georgium Agricolam, der Artzney Doctorn, vnd Burgermeister der Churfürstlichen Statt Kemnitz, erstlich mit grossem fleyß, mühe vnd arbeit, in Latein beschriben, vnd in zwölff Bücher abgetheilt: Nachmals aber durch den Achtbaren, vnd auch Hochgelehrten Philippum Bechium, Philosophen, Artzt, vnd in der löblichen Vniuersitet zu Basel Professorn, mit sonderm Fleyß Teutscher Nation zu gut verteutscht vnd an Tag geben. Allen Berckherren, Ge-

werken Berckmeistern, Geschwornen, Schichtmeistern, Steigern, Wäschern vnd Schmeltzern, nicht allein nützlich vnd dienstlich, sondern auch zu wissen hochnotwendig Mit Römischer Keys. May. Freyheit nicht nachzutrucken. Gedruckt in der Keyserlichen Reichßstatt Franckfort am Mayn, 2c. Im Jar, M. D. LXXX. In Folio. 4 Bl. Tittel und Zuschrift des Verlegers. 461 Seiten Text mit den nämlichen Figuren des Originals; 3 Bl. Deutsch-Lateinisch Lexikon und Zeichen des Buchdruckers; über leztern steht: Gedruckt in der Keyserlichen Reichßstatt, Frankfort am Mayn, durch Peter Schmidt, in verlegung Sigmundt Feyrabendts: darunter: ANNO M. D. LXXX.

1574.

Gründlicher vnd Warer Bericht. Vom Feldmessen, Sampt allem, was dem anhengig. Darin alle die jrthumb, so bis daher im Messen fürgeloffen, entdeckt werden. Desgleichen vom Markscheiden kurzer vnd gründlicher vnterricht. Durch Erasmum Reinholdum Doctorem. Mit Kay. May. Befreyung auf xxx Jhar. In 4. ohne Blätter- und Seitenzahl.

Das Werk vom Feldmessen besteht aus fünf Theilen. Die Markscheidekunst hat folgenden besondern Titel: Vom Markscheiden kurzer vnd gründlicher Vnterricht. Durch Erasmum Reinholdum, Doctorem. Mit Kay. May. Befreyhung auf xxx Jhar M. D. LXXIIII. 14 Bogen.

Am Ende steht: Getruckt zu Erffurdt durch Georgium Bawmann wonhaftig aufm Vischemarckt.

Der

Der Urheber dieses Buches, ein Sohn Erasmi Reinholdi, eines bekannten Astronomen, berichtet in der Vorrede, daß man bisher diese Kunst heimlich gehalten habe; daher es denn gekommen, daß fast niemand etwas davon verstanden, und oft 200 oder mehr Gewerke einem allein glauben müssen. Agricola erwähnt auch diese Mode der damaligen Markscheider.

Eine zu Frankfurt 1615 besorgte Auflage führt Herr von Oppel § 7 an.

1686.

Geometria subterranea, oder Markscheide-Kunst, — durch NICOLAUS Voigteln, h. t. Churfürstlich Sächß. und respective Hoch-Gräffl. Mannsfeld. Zehendnern in der Grafschaft Mannsfeld, und Berg-Voigt in Thüringen, auch Markscheidern, ꝛc. Mit Churfürstl. Sächß. Gnädigsten Privilegio. In Verlegung des Autoris selbsten. Eisleben, Gedruckt durch Johann Dietzeln. In Folio. 1 Titelk. 4 Bogen Titel ꝛc. 152 Seiten, 9 Kupfertafeln, ganze Bogen.

Dieser Schriftsteller ist, wie schon erwähnt, der erste, der die Markscheidekunst brauchbar vorgetragen, welches auch von ihm Herr von Oppel § 7 rühmt.

Mir scheint Voigtel mehr mathematische Kenntnisse gehabt zu haben, als Bayer, (von dem weiter unten), wenigstens war Voigtel mit Euklid's Elementen bekannt, wie aus vielen Stellen seines Buches erhellet. Eine nicht gemeine Erscheinung.

Voigtel meldet auch in der Vorrede, daß diese Kunst von den meisten Markscheidern

 geheim

geheim gehalten würde, überdieß sey er, so viel ihm wissend, der erste, der von dieser Materie geschrieben.

Man sieht, daß seit Reinholds Zeiten nichts darüber in Druck herausgekommen, und Voigteln, Reinholds Werk nicht bekannt gewesen; Auch noch nicht, da er seines Buches zweyte Auflage besorgte.

Sie führt den Tittel:

Vermehrte GEOMETRIA SUBTERRANEA, oder Marckscheide-Kunst — allen Bergwercks-Liebenden zum Unterricht und versicherlichen Nutzen zum andern mahl herausgegeben, durch Nicolaus Voigteln, der Mannßfeld- und Eißleb- auch Hedtstettischen Bergwercke Zehendnern. In Verlegung des Autoris: EISLEBEN, druckts Gottfried Andreas Leg Anno 1713. Ebenfalls in Folio. 4 Bl. Titel, Vorrede und Inhalt. 228 Seiten Text, 10 Kupfertafeln, ganze Bogen.

1710.

LEONH. CHR. Sturms — Vier kurtze Abhandlungen, I. Von Geometrischer Verzeichnung der regulieren Vielecke. II. Von dem Gebrauch des Proportional - Circuls. III. Von der Trigonometria plana. IV. Von der Markscheidekunst, als ein Anhang dem kurtzen Begriff der gesamten Mathesis beyzufügen — Frankfurt an der Oder, Verlegts Jer. Schrey und Joh. Chr. Hartmann. In 8. 2 Bl. Titel ꝛc. 27 Seiten, 5 Kupfertafeln.

Sturm ist in der Markscheiderkunst eben so wenig bewandert gewesen, als in den Theilen der Mathematik, die nicht nahe mit Baukunst, Fortifikation und gemeiner praktischen Geometrie verwandt sind.

1726.

1726.

JOH. FRJDER. WEJDLERJ Institutiones Geometriae Subterraneae. Cum Figuris aeneis. Vitembergae apud Viduam Gerdesiam. In 4; 10 Bogen, 4 Kupfertafeln.

Dieses Buch ist bisher das einzige gewesen, das, ohnerachtet es vollständiger seyn könnte, zu Vorlesungen, zu gebrauchen und besonders zu haben war.

Herrn von Oppels Urtheil (§ 7): daß er zuerst die Markscheidekunst genauer mit mathematischen Begriffen, als sonst gewöhnlich, verbunden, ist nicht ungegründet.

Die daselbst angefügten Sohlen und Seigerteufen Tafeln sind von wenig Nutzen, ob gleich viele Markscheider sie brauchen. Nützlicher könnten sie seyn, wenn **Weidler**, da er nun einmal hat solche Tafeln beyfügen wollen, sie auf mehrere Decimalstellen berechnet hätte. **Weidler** würde sie gewiß weggelassen haben, wenn er nur den Markscheidern gehörige trigonometrische Kenntnisse zu getrauet hätte. Daher mag es auch wohl gekommen seyn, daß sein Markscheidebuch gar nicht seinen mathematischen Einsichten entspricht.

Indessen fand es doch damals Beyfall, da 1750 eine zweyte und verbesserte Auflage herauskam, die bey folgender Uebersetzung zum Grunde gelegt worden:

Herr Johann Friedrich Weidlers — **Anleitung zur unterirdischen Meß- oder Markscheidekunst**, aus der lateinisch-verbesserten Auflage in das Deutsche übersezet, von Niklas Fuchsthaler aus den frommen Schulen, Lehrer der Größenlehre.

lehre. Wien, gedruckt, bey Johann Thomas Edlen von Trattnern — 1765; gr. 8; 117 Seiten, 4 Kupfertafeln.

1744.

Gründlicher und deutlicher Unterricht von dem ganzen Berg-Bau-Schmeltz-Wesen und Marckscheiden, in drey Haupt-Theile eingetheilt — von Johann Gottfried Jugel, der Wissenschaften Cultor. Berlin, zu finden bey Johann Andreas Rüdiger. In 4; 284 Seiten, 13 Kupfertafeln.

Diese Schrift ist unter aller Kritik; und doch findet sich eine neue Ausgabe:

Geometria subterranea oder unterirdische Meßkunst der Berge und Grubengebäude, insgemein die Markscheidekunst genannt. Zum Besten derer, die sich dieser Wissenschaft widmen wollen, nach einer sechs und dreyßigjährigen Bemühung herausgegeben, von Johann Gottfried Jugel. — Leipzig, verlegts Johann Paul Kraus. Buchhändler in Wien, 1773; 4; 3 Alph. 6 Bogen; 8 Kupfertafeln.

Des Herrn Verfassers Kenntnisse in diesem Fache haben sich nach einer so langen Bemühung eben nicht verbessert.

1747.

Art, das Hauptstreichen und Fallen der Steinkohlenflötze zu finden, von Andres Swab, Auscultanten im Königl. Bergcollegio.

Dieser Aufsatz findet sich im IX B. der Abhandlung der Kön. Schwed. Akad. der Wiss. der Kästnerischen Uebersetzung 165 bis 168 Seite.

Die

Die Sache beruht mit den Aufgaben 453, 459 auf einerley Grund, ist nur anders behandelt.

1749.

Anleitung zur Markscheidekunst nach ihren Anfangsgründen und Ausübungen kürzlich entworfen. Dresden. Verlegts George Conrad Walther Königl. Hof-Buchhändler. Gr 4; 484 Seiten; 2 Bl. Register, 13 Kupfertafeln.

Anhang der Anleitung zur Markscheidekunst. Dresden 1752. gr. 4.; 165 Seiten, 1 Kupfertafel.

Dieses klassische Werk verewigt den Nahmen seines zu früh verstorbenen Verfassers des Herrn von Oppel. Er brachte die Markscheidekunst zuerst zu einem hohen Grade der Vollkommenheit, indem er ein Werk lieferte, welches bisher das einzige war, daraus man vollständigen Unterricht dieser Kunst schöpfen konnte, und jedem Freunde der unterirdischen Geometrie schäzbar ist. Es für jeden Markscheider brauchbar zu machen, giebt er erst von Arithmetik, Geometrie und ebenen Trigonometrie den nöthigen Unterricht, mit Anwendungen auf den Bergbau; Druckt die Vorschriften zu den Markscheider Angaben mit Worten aus, und läßt den, der Mathematik versteht, die Rechtfertigung selbst suchen, den, der das nicht weiß, zur Strafe in Unwissenheit.

Die Anzahl der Markscheider ist freylich klein, die dieses Buch gehörig verstehen, und die darinne enthaltenen Lehren in Ausübung zu bringen wissen. Dafür können sie aber auch auf den Namen eines Markscheiders

ders den gerechtesten Anspruch machen. Die wenigen Fehler, die man darinne antrift, hat Herr Hofr. Kästner angemerkt und berichtiget, (Anm. über die Markscheidekunst).

Gründlicher Unterricht vom Berg-Bau, nach Anleitung der Markscheider-Kunst — von August Beyern, Sr. Königl. Maj. in Pohlen und Churfl. Durchl. zu Sachßen, Berg-Commissario, Markscheidern, auch des Raths und Berg-Schöppen-Stuhls zu Freyberg Assessore. Schneeberg, zu finden bey Carl Wilhelm Fulden, Buchhändlern. In Folio. 3 Bogen Titel, Vorr. Inhalt, 251 Seiten Text, 7 Seiten Register, nebst 8 Bogen Kupfertafeln und 6 halben Bogen Holzschnitte.

Dieses Buch enthält sehr viel Gutes und Herr von Oppel fällt (§ 929) darüber ein vortheilhaftes Urtheil.

Es wird von den Markscheidern nicht wenig geschätzt, besonders hoch von denen, deren mathematische Kenntnisse sich nicht über etwas Rechenkunst und gemeine Geometrie erstrecken.

1759.

Gründliche Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, sammt zweyen Anhängen vom Wasserwägen und der unterirdischen Meß- oder Markscheidekunst — von Andreas Böhm, der Weltweißheit und Meßkunst ordentlicher Lehrer und Aufseher über die Universitäts-Bibliothek zu Giessen. Mit XXIV Kupfertafeln. Frankfurt und Leipzig, bey Heinrich Ludewig Brönner. In 4.; 2 Bogen Titel, Zuschrift Vorrede; 304 Seiten.

Die

Die Markscheidekunst fängt Seite 241 an, und ist eigentlich ein Auszug aus der Oppelischen Anleitung. Indessen lernt man daraus mehr, als aus Weidlern.

Diese Schrift ist 1779 von neuem vermehrt und verbessert, aber nicht in der Markscheidekunst, aufgelegt worden.

1762.

Jacob Friedrich Malers Geometrie und Markscheidekunst. Mit Kupfern. Carlsruhe, druckts und verlegts Michael Macklot, Markgräfl. Baden- durchlachischer Hof-Buch-Händler. In 8. 1½ Bogen Titel und Vorbericht, 248 Seiten, 9 Kupfertafeln.

Der Unterricht von Markscheiden geht S. 213 an. Ist nicht vollständig.

Von 1767 ist eine neue Auflage vorhanden, darinne Herr Hofr. Kästner einiges vermehrt und verbessert hat, aber nicht in der Markscheidekunst.

1767.

Anleitung zur Markscheidekunst, oder unterirdischen Geometrie, worinnen die Praxis mit der Theorie verbunden, zum Nutzen und Gebrauch aller Liebhaber dieser Wissenschaft, hauptsächlich aber seiner Zuhörer. Verfasset von Johann Stephan Stigler, der Mathematik Professor in dem churbaierischen Löbl. Cadetencorps. München. gr. 8. 7 Bl. Titel, Zuschr. und Vorr. 79 Seiten 4 Kupfertafeln.

Nach dem Titel kann man mehr vermuthen als man findet: der Herr Verfasser hätte dem Buche mehr Vollständigkeit geben

ben müßen, wenn es seiner Absicht hätte entsprechen sollen. Weidler enthält mehr.

1772.

Wie die Abweichung der Magnetnadel von Norden aus dem Auf- und Untergange der Sonne durch Hülfe des Markscheider-Compasses zu bestimmen sey?

Das Hauptstreichen und Fallen eines Ganges, aus 3 auf demselben gegebenen, sich aber nicht in gerader Linie befindenden Punkten, zu bestimmen.

Wo dies vom Herrn Bergmeister Scheidhauer abgehandelt wird, ist § 284 IV angeführt.

1773.

D. Johann Peter Eberhards Neue Beiträge zur Mathesi applicata. Worinn die ersten Gründe der Mühlenbaukunst, Hydrodechnik und Bergwerkswissenschaft erklärt werden. Nebst einigen Zusätzen zur Mechanik, Optik und Gnomonik. Mit XXVI Kupfertafeln Halle in Magdeburgischen, zu finden in der Rengerischen Buchhandlung. In 8. 1 Bogen Titel und Vorrede. 400 Seiten.

Man findet die Markscheidekunst von Seite 240 bis 256.

Des Herrn Verfassers Absicht ist wohl nicht gewesen, vollkommene Markscheider zu bilden.

1775.

Betrachtungen über die Grubenprofile, und die Art selbe zu verfertigen, von Franz Dembscher königlichen Markscheider zu Schemnitz in Ungarn.

Vor-

Vorschläge zur Verbesserung des Gradbogens, dessen sich die Markscheider bedienen, von Lorenz Siegel, kais. königl. Markscheider und Probierer zu Schladming in Steyermark.

Diese beyden lesenswürdige Aufsätze finden sich, (wie schon von dem andern § 146 *) angemerkt worden) in dem I Bande der Abhandlungen einer Privatgesellschaft in Böhmen. Prag, Med. 8. Der erste steht S. 145-159; der zweite 160-163.

Anmerkungen über die Markscheidekunst. Nebst einer Abhandlung von Höhenmessungen durch das Barometer. Von Abraham Gotthelf Kästner, Königl. Grosbr. Hofrathe und Professor der Mathematik und Physik. Göttingen, im Verlage der Wittwe Vandenhoeck. In 8; 27 Bl. Titel Zuschrift, Vorrede und Inhalt, 440 Seiten, 4 Kupfertafeln.

Diese Anmerkungen, die jedem Kenner und Liebhaber der Markscheidekunst höchst willkommen seyn mußten, sind bey Gelegenheit der Vorlesungen über Weidlers Institutiones Geometriae Subterraneae entstanden. Sie enthalten nicht blos Erläuterungen, sondern meistentheils Berichtigungen, Zusätze und andere lehrreiche Untersuchungen; Anwendungen der Arithmetik, Geometrie, beyder Trigonometrien und Analysis auf die Markscheidekunst; Vorschläge, Markscheider Arbeiten bequemer oder richtiger zu bewerkstelligen; Auflösungen von Aufgaben, die, besonders in von Oppels und Bayers Büchern nicht deutlich genug, ohne Beweis, oder auch gar nicht, aufgelöset sind.

Die

Die Abhandlung von Höhenmessungen kennt man schon aus § 724.

1776.

Franz Ludwig Cancrinus, Hochfürstlich-Hessen-Hanauischen Cammerrathes, erste Gründe der Berg und Salzwerkskunde. Sechster Theil, andere Abtheilung. Frankfurt am Mayn. In 8; 1 Alph. 8 Bogen 33 Kupfertafeln.

Des 6ten Theiles erste Abtheilung enthält, die Arithmetik, Geometrie und ebne Trigonometrie; die zweite hier angeführte, die eigentliche Markscheidekunst; ziemlich vollständig. Aufgaben durch die sphärische Trigonometrie aufgelößt sind nicht beygebracht. der Herr Verf. entschuldigt sich deswegen in der Vorrede. Hätte demohnerachtet Kästners Anmerkungen geschickt benutzen und mehrere Aufgaben durch die ebene Trigonometrie auflösen können, wodurch dieses Buch brauchbarer worden wäre. Eine Ersparniß in den Kupfertafeln hätte ohne Schaden der Deutlichkeit wohl gemacht werden können.

1780.

Elemens de la géométrie souterraine, théorique & pratique, d'aprés les leçons de M. König, Directeur des Mines de Basse-Bretagne; extraits des Voyages métallurgiques de M. Jars, de l'ac. royale de sc. A Paris, chez Jombert, fils áiné & junior & chez Cellot, rue Dauphine 1780.

Dieses Buch habe ich noch nicht bekommen können. Nach dem Journ. encycl. 15 sept. 1780. T. VI. P. III. p. 379 soll es gedrungen und doch deutlich geschrieben seyn, auch von der Gänge Streichen, den Flötzen

tzen, rc. und von allen Markscheiderarbeiten vollständigen Unterricht geben, sezte aber arithmetische, geometrische, und trigonometrische Kenntnisse voraus; die Kupfer sollen vortreflich gestochen seyn, und theils der Gruben Innere, theils Markscheiderwerkzeuge vorstellen.

Auf die Art wäre diese Markscheidekunst besser als die von Gensanne, welche sehr fehlerhaft ist. Ihre ganze Aufschrift, und wenn sie ans Licht getreten, ist mir entfallen. Daher ich sie hier nur erwähnen wolle, so wie auch, das Clemm in seinem mathematischen Lehrbuche etwas von der Markscheidekunst beygebracht hat; ist aber so wenig und unvollständig, daß er es lieber hätte weglassen sollen.

1781.

Anwendung der Geometrie und beyder Trigonometrien auf die Markscheidekunst.

Dieser Aufsatz findet sich als ein Anhang zu dem dritten Theile meiner **Erläuterungen der Kästnerischen Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie.** Ist 212, 8. Seiten stark, und hält das meiste, was in der Markscheidekunst vorkommen kann. Ich habe da zuerst des Herrn Bergmeister **Scheidhauers**, scharfsinnige Theorie der Streichsinusse und Streichkosinusse, rc. bekannt gemacht, und mit Beweisen unterstützt. Was in genanntem Anhange steht, findet sich hier verbessert und vermehrt.

Christian Ludolph Reinhold — Geometria Forensis, oder die aufs Recht angewandte Meßkunst. Erster Theil, welcher die reine Geometrie über und unter der Erde, wie auch auf dem Wasser enthält. Mit 38 Kupfern. Münster, bey Philipp Heinrich Perrenon. In 8. 262 Seiten, ohne Titel, Zuschrift, Vorrede und Register.

> Die Markscheidekunst steht Seite 238-262. Sie ist eben so wenig gut wie das ganze Buch gerathen.

§. 747.

Das sind, so viel mir bekannt, alle Schriften die über die Markscheidekunst oder einen Theil derselben heraus gekommen sind.

Man sieht, daß diese für den Bergbau so wichtige Kunst meist von den deutschen Mathematikern bearbeitet und nur von diesen zu einem so hohen Grade der Vollkommenheit gebracht worden.

§. 748.

Noch einige Schriften in denen von des Markscheiders Amt und Pflicht:

> von Schönbergs Berg-Information 1ster Theil 110te Seite, 2ter Theil 64 Seite;
>
> Balthasar Rößlers Bergbau-Spiegel des 4ten Buches 1, 2, 3 Capitel;
>
> G. E. von Löhneiß Bergordnung 1 Theil 13 Artikel;
>
> u. a. m. von den von Oppel § 8.

XXXV.

Zusätze und Erinnerungen.

§. 749.

Zu § 231, 276. (I) Hier kann man mit Vortheil folgende Vorrichtung brauchen, (Fig. 167):

AB ist eine parallelipedische Stange von Holz, ohngefehr 1½ Lachter lang und 2 Zoll breit und dicke.

CD ein Breth, von leichten Holze 1 Achtellr. lang und eben so breit; Es ist in 4 gleich große Quadrate GX, XH, HY, YG getheilt, welche mit schwarzer Farbe ausgemacht sind, daß also in der Mitte ein weisses Creutz XYGH bleibt.

Dieses Breth läßt sich mittelst einer eiserner Zarge E an AB auf- und abschieben, und in jeder verlangter Höhe durch die Stellschraube bey E fest stellen.

Damit aber das Breth allemal eine feste Lage habe und doch bequem auf und abgeschoben werden könne: So ist auf jeder Seite der Zarge eine Feder, die oben und unten übergeht, angeniethet.

Um auch das Breth höher zu schieben als man reichen kann, so ist an selbiges ein kleiner etwa ½ Lr. langer Stab JF oben mittelst eines Gewerbes also angeleimt, daß er neben der großen Stange AB herab hängt und samt derselben mit einer Hand umfasset werden kann. Durch das Gewerbe kann JF auf die Seite geschlagen werden, wenn die Tafel sehr niedrig stehen soll.

Wie nun bey dem Verfahren 231, 276, diese Vorrichtung zu gebrauchen, fällt in die Augen.

II) Der Weg, in dem ein Lichtstrahl von einem erhabnen Objekt in unser Auge kommt, ist eine krumme Linie (Kästners Astr. § 136).

Ihre wahre Gestalt weiß man noch nicht völlig genau, doch aber so viel: daß sie in einer durchs Auge und Objekt gehende Vertikalfläche liegt; gegen die Erdfläche zu, hohl ist, und nicht merklich von einem Kreisbogen abweicht, dessen Halbmesser ohngefehr 7 bis 8 mal größer als der der Erdkugel; (Lamberts Eigenschaften der Bahn des Lichts, [Berlin 1772,], dritte Abschnitt § 100 und f. f.).

Diese Eigenschaft des Lichts verursacht, daß ein Objekt, (Fig. 168) höher zu liegen scheint, als es wirklich lieget.

Wenn daher in C das Auge, in A die wahre Lage des Objekts und man visirt nach A: So sieht man A in A′, daß, wenn CB eine horizontal Linie, die Neigung A′CB der Ziellinie um den Winkel A′CA größer ist als sie eigentlich seyn sollte.

Dieser Winkel heißt die **Refraktion.**

Diese muß man wissen, wenn man die wahre Höhe BA, und nicht die scheinbare BA′, haben will.

Die Regel dazu ist nach Herrn Prof. **Mayers** praktische Geom. 200 §, XI folgende:

> Die horizontale Weite des Objekts A von dem Orte des Auges C sehe man als

als einen Bogen auf der Erdfläche an, und verwandle ihn in Minuten und Sekunden, und nehme davon den 16ten Theil: So hat man die Refraktion.

Nach Lambert (Eigenschaften der Bahn des Lichts § 109) muß man von genannten Bogen den 14ten Theil nehmen.

Diese Verschiedenheit rührt daher, daß Herr Prof. Mayer den Halbmesser der Kreisförmigen Bahn des Lichts 8 mal größer als den Erdhalbmesser setzt, Lambert aber (a. a. O.) nur 7 mal.

Wenn A von C nicht weit entfernet ist: So kann man ohne merklichen Irthum die Refraktion $= 0$ nehmen. Für einen Bogen von 3 Minuten, oder 17132 par. Fuß beträgt sie nur $\frac{3}{16}$ Minute oder ohngefehr 10″. Hätte man $A'CB = 17° 5'$ beobachtet: So fände sich $ACB = 17° 5' - 10'' = 17° 4' 50''$.

Man sieht, daß in der Markscheidekunst wenig oder gar nicht der Fehler, der von der Strahlenberechnung herrührt, in Betrachtung kommt. Indessen ist es nöthig, Anfängern dieser Kunst auch davon Unterricht zu geben.

Uebrigens will ich noch anmerken: daß ob gleich die Refraktion vom Zustande der Luft abhängt, sie doch nicht viel von dem was die Regel giebt, abweichen wird, wenn sich auch dieser Zustand merklich veränderte.

Wie man aber zu erfahren hat, dergleichen Aenderungen mit in Rechnung zu bringen, lehrt Herr

Professor Mayer in seiner praktischen Geometrie, § 200 XIII.

§. 750.

Zu § 271. Dieser muß so abgefaßt seyn:

I. Es seyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, deren einen AB Endpunkt B, mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden ist;

Man ziehe den Anfangspunkt A der ersten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zusammen:

So ist der Linien AB, BC Seigerteufen Summe = der Seigerteufe von AC.

Beweis.

Auf durch A, B gehende söhlige Ebnen fälle man von B, C, die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE: So ist

BD = Sg AB,
CF = Sg BC,
CE = Sg AC.

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde steigend, oder

2) beyde fallend, oder

3) die eine steigend, und die andere fallend, seyn.

Für

Für 1) ist, (Fig. 61)

$$CE = CF + FB,$$

aber

$$FE = BD, \text{(G. 12 S. 3. Z.)}:$$

also

$$CE = CF + BD.$$

Für 2) ist CF und BD verneint: also

$$CE = (-BD) + (-CF)$$

Für 3) habe AB, (Fig. 62) die steigende Seigerteufe und BC die fallende:

So ist

$$CE = FE - CF$$
$$= BD - CF, \text{(G. a. O.)}$$
$$= BD + (-CF).$$

II. Wenn A, B, C in einer und derselben seigern Ebne liegen:

So ist $\mathfrak{S}\,AB + \mathfrak{S}\,BC = \mathfrak{S}\,AC.$

Beweis.

$$AD = \mathfrak{S}\,AB$$
$$BF = \mathfrak{S}\,BC$$
$$AC = \mathfrak{S}\,AC,$$
$$= AD + DE$$
$$= AD + BF.$$

§. 751.

Zu § 273. dieser § ist bis: = der Seigerteufe von AF, richtig; aber dieses: und die Summe ihrer Sohlen = der Sohle von AF, muß weggestrichen, und dafür gesetzt werden:

Und, wenn A, B, C, D... F in einer seigern Ebne, die Summe der Sohlen genannter Linien, = $\mathfrak{S}$ AF.

§. 752.

Zu §333. Daselbst setze man statt des, was in der Auflösung 4), 5), 6), 7) steht, folgendes:

4) Die Summe der Seigerteufe giebt der AF Seigerteufe, (273);

5) Durch die Division der Summe der berechneten Streichkosinusse in die Summe der gefundenen Streichsinusse erhält man der AF Streichen = β und dessen Beschaffenheit, (268, 269); dieses aber ist observirte oder reducirte Streichung, nachdem es der abgezogenen Linien ist;

6) Aus β und der Streichkosinusse Summe findet sich nach 287, 7) der AF Sohle; Eben die nach a. Q. 3) aus β und der Streichsinusse Summe.

Aber

$$\sqrt{[(\text{Sg AF})^2 + (\text{S AF})^2]}$$

giebt AF,

7) Und die Division der Seigerteufen Summe durch S AF, dieser Linie Neigung und ob sie steigt oder fällt, (268, 269).

Gründ-

Gründliche Anleitung
zur
Markscheidekunst.

Dritte Abtheilung.

Sammlung
von,
dem Markscheider vorkommenden
Fragen,
nach alphabetischer Ordnung,

nebst

Nachweisung

wo sie in den vorstehenden Paragraphen schon aufgelöst sind, oder wie sie darnach aufgelöst werden können,

mit

einigen Beyspielen und Anmerkungen begleitet.

A.

Abseigern.

§. 1.

Davon in 117...120.

Abstecken.

Von einem gegebenen Punkte A aus eine seigere Ebne nach einem gegebenen Streichen abzustecken.

Auflösung.

Kann nach 223 geschehen, da denn der dortgen ersten Auflösung VI....XII nicht in Betrachtung kommen, sondern seigere Pfähle, die man durch die Objektivdiopter bey der Lage V des Winkelweisers, sieht, einschlagen läßt; In der andern Auflösung gelten für diesen Fall hier nur die Vorschriften XVI, XVII, XVIII.

Man kann auch die Sache nach 622 bewerkstelligen, wenn man zuvor, einen Punkt der abzusteckenden seigern Ebne, wie jetzt gelehrt worden, bestimmt.

§. 2.

Zwischen zween gegebenen Punkten eine seigere Ebne abzustecken.

Auflösung.

Steht in 622, 624, 629.

§. 3.

Den Weg eines Feldgestänges abzustecken.

Auflö-

Auflösung.

Findet sich in 631 und 632.

§. 4'.

Den Weg eines Kunstgrabens abzustecken.

Auflösung.

Zeigt § 654; Aufl. 663.

Abtragen.

§. 5'.

Einen Riß.

Dazu giebt 409 Anweisung.

Abziehen.

Lehrt XIV.

Abzugsgraben.

S. m. 62' rc.

Ansteigen.

§. 5''.

Streichen und Fallen der Ebne des Ansteigens zu finden.

Auflösung.

Steht 506.

Ausstreichen.

§. 6'.

Streichen und Fallen des Ausgehenden eines Ganges oder Flötzes zu finden, wenn genannter Lagerstätte Streichen und Fallen, auch das der Ebne des Ansteigens bekannt.

Auflösung.

Giebt 507.

Exempel.

Exempel.

Eines rechtfallenden Ganges Streichen sey

$= 2^h 2 = \gamma$ (489)

Neigung

$= 70° = F$ (a. D.);

das der Ebne des Ansteigens

$= 5^h = \gamma'$

und deren Neigungswinkel

$= 30° = F'$,

überdies sey genannte Ebne auch rechtfallend: So ist, wenn beyder Streichen nach der Gegend des Ausstreichen zu, östlich oder westlich,

$5^h - 2^h 2 = 2^h 4$

$= 37° 30' = a$;

Also

$$\frac{\text{tg } 70°}{\text{tg } 30° \sin 37° 30'} + \text{Cot } 37° 30'$$

$= \text{Cot } m'$ (487 VI).

Des ersten Theils Werth berechnet sich so:

log tg 30° = 0,7614394 − 1
log sin 37° 30′ = 0,7844471 − 1

0,5458835 − 1 (eb. Tr. 19. S. Vorer.)

log tg 70° = 0,4389341

0,8930506

Dieser Logarithme gehört zu,

7,8172.

Nun ist

log Cot 37° 30′ = 1,3032254

Also

Cot m′ = 9,1204254,

Diese Zahl ist etwas kleiner als die Cotangente von 6° 15′:

Folglich

Folglich ist

$$m' = 90^\circ - 6^\circ\ 15'$$
$$= 83^\circ\ 45'.$$

Weil nun das Streichen der Ebne des Ansteigens $= 5^h = 75^\circ$: So liegt der Durchschnitt dieser Ebne mit einer durch einen Punkt des ausgehenden laufenden söhligen Ebne zur rechten der Sohle der Linie des Ausstreichen: Und man findet daher das verlangte Streichen nach 256 I.

$$= 75^\circ + 83^\circ\ 45'$$
$$= 158^\circ\ 45'$$
$$= 10^h\ 8^\circ\ 45'$$

und zwar von genanntem Punkte aus östlich oder westlich, nachdem es γ' ist.

Das verlangte Fallen α erhält man durch

$$\text{tg}\ \alpha = \text{tg}\ F'\ \sin m'$$
$$= \text{tg}\ 30^\circ\ \sin\ 83^\circ\ 45'.$$

Die Berechnung ist:

$$\log\ \text{tg}\ 30^\circ = 0{,}7614394 - 1$$
$$\log\ \sin\ 83^\circ 45' = 0{,}9605152$$

$$\lg\ \text{tg}\ \alpha = 0{,}7219546$$

Diese Tangente ist etwas weniges kleiner, als die von

$$35^\circ\ 50'.$$

Der gesuchte Neigungswinkel kann also, ohne merklichen Fehler, so groß gesetzt werden.

Die Linie des Ausstreichens fällt also recht (301).

§. 7'.

Auf dem Ausstreichen einen Punkt anzugeben; Oder: zu finden, wo ein Gang oder Flötz, dessen Streichen und Fallen bekannt, und wenigstens so weit entblößt ist, daß man darauf einen Punkt A annehmen kann, zu Tage ausstreicht.

Aufld-

Auflösung.

Geschieht nach 508, wo der dort gegebene Punkt A, der hier angenommene ist, und man sich die dasige söhlige Ebne DE durch genannten Punktes Oertung B am Tage gelegt vorstellen muß.

Exempel.

Dieser Oertung seigere Entfernung von A sey
$= 85, 723$ Achtellr.
$= h$,
und des Ganges oder Flötzes Fallen
$= 70^{\circ} = \varphi$:
So hat man
$\log 85, 723 = 1, 9330974$
$\log \mathrm{Cot}\ 70^{\circ} = 0, 5369719 - 1$

$1, 4700693.$

Dieser Logarithme kann, ohne merklichen Irthum, für den zu 29, 520 angenommen werden.

Gesetzt nun des Ganges oder Flötzes Streichen, wäre $= 2^h$ und stiege von A aus gegen Morgen auf: So muß man von B aus eine söhlige Linie $= 29, 520$ Achtellr. in einem östlichen Streichen $= 8^h$ angeben (276): der ihr Endpunkt liegt auf oder seiger über dem Ausstreichen.

§. 8'.

Zu finden, ob, und wo ein Gang durch die Sohle einer Strecke streicht.

Auflösung.

Man sieht leicht, wie das nach 508 bewerkstelliget werden kann.

§. 9'.

Des Ausgehende abzustecken.

Auflösung.

Man sucht das Streichen des Ausgehenden, (6′) und auf selbigem einen Punkt (7′).

Von diesem aus steckt man alsdann in dem gefundenen Streichen eine seigere Ebne nach § 1′ ab.

§. 10′.

Die Linie des Ausstreichens auf dem Grundrisse zuverzeichnen.

Auflösung.

Man sucht die Lage eines Punktes C des Ausstreichen gegen einen angenommenen oder gegebenen A, (7′, 333);

Verzeichnet ihn im Grundrisse (396, 397),

Zieht durch diesen eine Linie parallel mit der aufm Risse angenommenen Mittagslinie,

Und setzt daran in C einen Winkel = der gefundenen reducirten Streichung des Ausgehenden, und zwar auf die Seite der Mittagslinie, auf der es dieser Streichung Beschaffenheit erfodert, (eb. Trig. 7. Satze Zus.).

B.

Berechnung.

§. 10″.

Einen Zug zu berechnen.

Auflösung.

Enthält XVII.

C.

Compaß.

§. 11'.

Seinen Stundenring so genau als möglich einzutheilen.

Auflösung.

Giebt § 180.

§. 12'.

Seine Fehler zu schätzen.

Auflösung.

Geschieht nach 208, 209, 210, 211.

Copiren.

§. 13'.

Einen Riß zu copiren.

Auflösung.

Ist in 409 enthalten; wobey in I noch hätte erinnert werden sollen, daß man sich hiezu auch der Copirscheibe, des Wachspappiers ꝛc. bedient; man hat aber ebenfalls wenig Genauigkeit zu erwarten.

M. s. Tielkens Unterricht für die Officiers, die sich zu Feld-Ingenieurs bilden, oder doch den Feldzügen mit Nutzen beywohnen wollen — Dresden und Leipzig. 1779; In 8.; Seit 474 u. f.

D.

Durchschlag.

§. 14.

In der Grube sind zween Punkte A, F angewiesen; von dem einen A aus soll bis in den andern F ein Durchschlag gebracht werden:

Man verlangt, ob dies mit Ueberhauen, oder Absinken, oder Oertertreiben geschehen kann, auch wie weit und in welcher Lage man zu überhauen, oder abzusinken oder das Ort zu treiben habe.

Auflösung.

Geschieht völlig nach 333, nur muß man die dortige Auflösung nach § 752 verbessern.

Die Seigerteufe der Linie AF zeigt allemal, wie der Durchschlag erfolgen kann, und deren Lage giebt seine Lage.

Exempel.

Hiezu dient der § 376 beygefügte berechnete Zug.

Nach demselben hat man von A durch B, C, D, bis in E, einen ausserhalb des Weges des Zuges gelegenen und zu bemerkenden Punkt, (332) gezogen, dann aber von D bis in F.

Dadurch nun hat man der Linien AB, BC, CD, DE, ED, DF Neigungen, observirte Streichungen und Längen (magnitudines) gefunden, daraus aber ihre reducirte Streichungen, Sohlen, Seigerteufen, Streichsinusse und Streichkosinusse berechnet.

Die Summe der berechneten Seigerteufen gab

Sg AF = + 0, 603 Achtellr.

wor=

woraus man sieht, daß von A bis F ein Ort getrieben werden muß, dessen Sohle von A bis in F, $6\frac{3}{100}$ Lrzolle anläuft.

Wie weit nun das Ort zu treiben, und in welcher reducirten Streichung β, läßt sich folgendergestalt berechnen.

Die Summe der berechneten Streichsinusse und Streichkosinusse giebt

$$\text{Strs } AF = -62,811 \text{ Achtellr.}$$
$$\text{Strk } AF = 100,142 \text{ Achtellr;}$$

Daraus

$$\text{tg } \beta = -\frac{62,8110}{100,142}$$
$$= -0,6272994,$$

Diese Tangente, als positiv betrachtet, kann man für die von $37° \; 6'$ nehmen, da sie aber negativ: so hat man

$$\beta = 180° - 37° \; 6'$$
$$= 142° \; 54'$$
$$= 9^h \; 7° \; 54' \text{ westlich, (286),}$$
$$= 9^h \; 4\tfrac{1}{4} \text{ m westlich.}$$

Daß $7° \; 54' = 0^h \; 4\frac{1}{4}$ m gesetzt werden kann, habe ich so gefunden:

$$7° \; 54' = 474'$$
$$1 \text{ St} = 900':$$

Also

$$\frac{474}{900} \text{St} = \frac{158}{300} \text{St}$$
$$= \frac{158 \cdot 8}{300} \text{ Achtelst}$$
$$= 4\frac{64}{300} \text{ Achtelst.}$$

 Dieser

Dieser Bruch beträgt keine viertel Achtelstunde, aber er ist

$$= \frac{64 . 12}{300} \text{ Zwölftel Achtelst.}$$

$$= \frac{768}{300}$$

$$= 2,56 \text{ zwölftel Achtelst,}$$

wofür man 2 Zwöftel Achtelstunde nehmen kann. Nun sind

$$\tfrac{2}{12} \text{ Achtelst.} = \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{12} \text{ Achtelst.}$$

$$\text{d. i.} = 0^h \tfrac{1}{4} m:$$

Also kann man ohne merklichen Irthum 7° 54′ wie angegeben setzen.

Um nun der AF Größe zu finden, muß man erstlich S AF wissen.

Diese findet sich nach 287, 3) durch $\frac{\text{Strs AF}}{\sin \beta}$:

Also

$$\log 62,811 = 1,7980288$$
$$\log \sin 142° 54′ = 0,7804671 - 1$$

$$1,5784959$$

Giebt 37, 887 Achtellr.
= 4 Lachter 3,887 Albr.
= S AF.,

Daraus und aus Sg AF = 0, 603 Achtellr macht man

$$\sqrt{(37,887^2 + 0,603^2)},$$

welches AF, oder wie weit das Ort von A bis F zu treiben ist, giebt.

§. 15′.

Soll von A bis F, oder von F bis A, nachdem F oder A höher liegt, der Durchschlag mittelst eines Bohrloches geschehen:

So

So findet sich seine Lage und Größe auf eben die Art.

§. 16′.

Von F wird ein Schacht seiger abgesunken, auch soll von A aus in diesen Schacht mit einem Orte durchgeschlagen werden:

Man verlangt, wie weit bis dahin das Ort söhlig und in welchem Streichen getrieben werden muß.

Auflösung.

Man zieht von A bis F und berechnet nach 333 der AF Sohle und Streichen.

§. 17′.

Soll das Ort mit $\frac{1}{4}$ Lr. Rösche auf 100 Lachter getrieben werden:

So findet man seiner Sohle Länge, wenn man deren söhlige (16′) durch Cos 7′ (423, II) dividirt.

§. 18′.

Wird der Schacht auf einem Gange gesunken, dessen Fallen φ wenigstens bekannt ist:

So findet sich die söhlige Länge des Orts, (16′)

$$= \mathfrak{S}\,AF \pm \frac{\mathfrak{Sg}\,AF}{\tang \varphi}$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn der Gang dem Orte entfällt, sonst das untere.

Exempel.

$\mathfrak{S}\,AF = 1557,023$ Achtelr

$\mathfrak{Sg}\,AF = 337,210$

$\varphi = 70^\circ$;

und der Gang falle dem Orte zu.

log 337, 210 = 2, 5279064
log tang 70° = 0, 5369719 — 1

2, 9909345

Giebt 979, 340 Achtellr

1557, 023 = abgezogen

578, 683 Achtell.

Auch hier giebt das Streichen von AF das an, in der das Ort getrieben werden muß.

§. 19.

Wenn im Falle vor. §s, das Ort mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden soll:

So findet sich seine Länge nach 529.

Exempel.

Die Zahlen in vor. § gebraucht: so hat man in

	AE	Φ	ϑ
§ 529	AE	Φ	ϑ
hier	578, 683 Alr	70°	7′

Nun muß man das dortge AB und BE′ suchen. Es ist aber

log 578, 683 = 2, 7624385
log Cosin 7′ = 0, 9999991 — 1

2, 7624394

Giebt 578, 700 Achtellr = AB.

log 578, 683 = 2, 7624385
log Cosin 7′ = 0, 9999991 — 1
log Cosin 70° = 0, 5340517 — 1

2, 2964893

log sin (70° — 7′) = 0, 9726629 — 1

2, 3238264

Giebt BE′ = 210, 78.

Also, wenn der Gang dem Orte zu fällt, die verlangte Länge

= 578, 683 + 210, 78 Alr.

Diese Rechnung kann kürzer so dargestellt werden:

log 578. 683 = 2, 7624385
log Cosin 7′ = 0, 9999991 — 1

2, 7624394

log

$$\log \text{Cosin } 70^\circ = 0,5340517 - 1$$

2,2964893

$$\log \sin (70^\circ - 7') = 0,9726629 - 1$$

2,3238264

578,683
210,78

789,463 Klr. verl. Länge.

§. 20'.

Bey dem Durchschlage mit dem Orte in ein Ueberhauen, oder Uebersichbrechen kommen die nämlichen Angaben und ihre Auflösungen (16'... 19') vor.

E.

Ebne.

§. 21'.

Seigere Ebne abzustecken.
Lehrt 1', 2'

Eisenscheibe.

§. 21".

Deren Gebrauch zeiget 215.

F.

Fallen.

§. 22'.

I. Das von einer Linie zu finden, lehrt 128, 140, 157, 333.

II. Von einem Gange, Flötze; 319, 320, 459, 461, 462, 467,

III. Der Kreutzlinie; 489.

IV. Des Ausgehenden; 507.

Fehler.

§. 22″.

Die Fehler zu finden, die bey Messung einer geraden Linie mit der Lachterkette begangen werden können.

Auflösung.

Giebt § 111, 112, 115, 116.

§. 23′.

Die Fehler in des Gradbogens Abtheilungen und der Theilstriche Dicke zu bestimmen.

Auflösung.

Steht in 138, 139.

§. 24′.

Wenn des Gradbogens Haaken verbogen sind, den Fehler zu finden, der bey Angebung des Neigungswinkel begangen wird.

Auflösung.

Ist in 140 enthalten.

§. 25′.

Compasses Fehler zu entdecken und zu schätzen.

Auflösung.

Findet sich § 208... 212.

§. 26′.

Die Fehler zu entdecken und zu schätzen, die beym Gebrauche des Winkelweisers begangen werden können.

Auflösung.

Lehrt 226, 227, 228, 229, 230.

§. 27′.

§. 27.

Der Fehler Folgen in den Messungen zu berechnen.

Auflösung.

Giebt XVI.

Feld.

§. 28.

Streichendes und Gevirtes Feld zu vermessen.

Auflösung.

Steht in 605 und 607.

Exempel zu 607, X.

Einer Maaße, deren Länge = 28 Lachter = 224 Achtellr und Breite = 14 Lachter = 112 Achtellachter, Flächeninhalt, oder

$A = 25088$ Alr, Q. Maaß.

Gesetzt, man hätte der gK Sohle

$= 75$ Achtellr

und ihr Streichen

$= 8^h$ östlich

gefunden, auch wäre der gh Streichen

$= 5^h$ westlich

$= -7^h$:

So wird

$hgK = 9^h$

$= 135°$

Nun ist, um die söhlige Länge go oder Kl zu finden,

$$\begin{array}{rl} \log 75 = & 1,8750613 \\ \log \sin 135° = & 0,8494850 - 1 \\ \hline & 1,7245463 \\ \log 25088 = & 4,4004660 \\ \hline & 2,6759197 \end{array}$$

Giebt 474, 15 Achtellr.

Eine

Eine so große söhlige Linie müßte man nach 276 von g und K aus in dem westlichen Streichen 5ʰ. abgeben.

§. 29′.

Streichendes und Geviertes Feld in Grund- und Seigerriß zu verzeichnen.

Lehrt 610, 611, 612.

Feldgestänge.

§. 30′.

Dessen Weg abzustecken, lehrt 3′.

Flächenriß.

§. 31′.

Einen zu fertigen.

Hievon giebt 415 Unterricht.

Flötz.

§. 31″.

Seine Lage zu finden, verfährt man wie bey Gängen (34′)

Fund.

§. 32′.

Ihn zu Tage auszubringen, oder in die Grube zu fällen.

Auflösung.

Geschieht nach 602, 603; oder 604.

Fundgrube.

§. 33′.

Selbige zu vermessen und zu verzeichnen, kann nach 28′, 29′ bewerkstelliget werden.

G.

Gang.

§. 34.

Das Streichen und Fallen eines Ganges zu finden.

Auflösung.

Enthält 312, 319 durch Compaß und Gradbogen; durch Rechnung und Zeichung aber, 453, 459, 467.

§. 35.

Eines Ganges Specialstreichen zu finden.

Auflösung.

Steht § 471.

§. 36.

Eines Ganges Hauptstreichen zu finden.

Auflösung.

Wird nach 482 bewerkstelliget.

Exempel.

Es seyen AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH die söhligen Linien, deren Streichen mit den Specialstreichen des Ganges übereinkommen, so weit auf ihm mit einem Orte aufgefahren worden.

Indem man nun nach 471 diese Specialstreichen sucht, findet man für genannte Linien solche Data aus denen ihre Streichsinusse und Streichkosinusse folgendermaaßen gefunden worden:

Achtel

Streichsinus	Achtellachter	Streichcosinus	Achtellr
	AB = 19, 191		AB = 28, 720.
	BC = − 61, 552		BC = 13, 362
	CD = − 30, 550		CD = 52, 920
	DE = 0, 000		DE = − 23, 920
	EF = 10, 100		EF = − 8, 510
	FG = − 9, 580		FG = 2, 700
	GH = 50, 000		GH = 26, 001.

Hier ist die Zahl der söhligen Linien = 7, also die um 1 vermehrte = 8:

Man muß folglich diese Linien in zwo solche Klassen theilen, davon die erste die drey söhligen AB, BC, CD, die andre aber die übrigen DE, EF, FG, GH, enthält.

Es ist aber:

Für die erste Klasse

Strs AB + Strs BC + Strs CD = − 72,011 Alt
= q.

Strk AB + Strk BC + Strk CD = + 95, 002.
= p;

Für die zweyte,

StrsDE + Strs EF + StrsFG + StrsGH = 50, 520 Alr.
= Q

Strk DE + Strk EF + Strk FG + Strk GH = − 3, 629 Alr.
= P:

Also

$$Q - q = 50,520 - (-72,011)$$
$$= 50,520 + 72,011$$
$$= 122,531 \text{ Alr},$$

und

$$P - p = -98,631 \text{ Alr.}:$$

Folg-

Folglich

$$\frac{Q-q}{P-p} = \frac{122,531}{-98,631}$$
$$= -1,242317$$
$$= \text{tang}\ \Phi:$$

Folglich das verlangte Hauptstreichen, oder

$$\Phi\ 172^\circ\ 56' = 11^h\ 7^\circ\ 56'$$
$$= 11^h\ 4\tfrac{1}{4}.$$

Hätte man Streichsinusse und Streichkosinusse nur für die Linien BC, CD, DE, EF, FG, GH gefunden: So wäre ihre um 1 vermehrte Zahl = 7 und also ungerade; die kleine Hälfte davon ist = 3, = n (480).

In diesem Falle kommen die Linien BC, CD in die erste, und die Linien DE, EF, FG, GH in die zweyte Klasse.

Man hat folglich:

Für die erste Klasse

Strs BC + Strs CD = − 92, 102 Ltr
= q

Strk BC + Strk CD = + 66, 282
= p

Für die zweyte Klasse

StrsDE + StrsEF + StrsFG + StrsGH = 50, 520 Ltr
= Q,

Strk DE + Strk EF + Strk FG + Strk GH = − 3, 629
= P;

Also:

$$Q - q = 142,\ 622\ \text{Ltr.}$$
$$P - p = -\ 69,\ 911,$$
$$n\ (Q - q) - q = 3 \times 142,\ 622 + 92,\ 102$$
$$= 519,\ 968;$$

n (P

$$n(P - p) - p = 3 \times -69,911 - 66,282 = -143,451;$$

Folglich

$$\frac{n(Q - q) - q}{n(P - p) - p} = \frac{519,968}{-143,451} = -3,624707 = \text{tang}\,\varphi;$$

Mithin das Hauptstreichen, oder

$$\varphi = 105^\circ\ 26' = 7^h\ 0^\circ\ 26' = 7^h\ 0\tfrac{1}{4}m$$

§. 37.

Zu finden, wo am Tage ein Gang, dessen Lage bekannt, und auf dem man wenigstens einen Punkt annehmen kann, zu erschürfen ist.

Auflösung.

Man sucht einen Punkt des Ausstreichens, (508).

§. 38.

Eines Ganges Streichen ist bekannt; auch die Lage seines Ausgehenden:

Man verlangt sein Fallen.

Auflösung.

Geschieht nach 512.

Exempel.

Des Ganges Streichen sey $= 5^h$;
Seines Ausgehenden = = $= 3^h$,
Fallen = $= 60^\circ$:

So findet sich das verlangte durch folgende Rechnung:

$$\log \sin(5^h - 3^h) = 0,6989700 - 1$$
$$\log \text{Cot}\ 60^\circ = 0,7614394 - 1$$
$$\overline{\qquad 0,4004094 - 1}$$

Das kann man für Cot $(90^\circ - 16^\circ\ 16')$ annehmen.

Also

Also das verlangte Fallen

$= 73° 54'$.

Folglich rechtfallend (301).

§. 39'.

Wäre in vor. § statt des Ganges Streichen sein Fallen bekannt:

So findet sich dessen Streichen nach 514.

Exempel.

Des Ausgehenden Streichen und Fallen sey wie in vor. §, und des Ganges Neigung $= 73° 54'$:

So berechnet sich sein Streichen nach 514 folgendergestalt:

$$\log \tan 60° = 0,2385606.$$
$$\log \tan 73° 54' = 0,5396508$$
$$\log \sin \mu, (514) = 0,6989098 - 1$$
$$\mu = 30°$$
$$= 2^h$$

Da nun des Ausgehenden Streichen $= 3^h$:

So hat man des Ganges seines $= 5^h$; wie gehörig.

§. 40'.

Man muß oft die Beschaffenheit des Streichens zwoer einander schneidende Ebnen von einem Punkte ihres Durchschnittes aus wissen; wie in gleich vorhergehendem Paragraph der Fall war.

In dieser Rücksicht darf man nur merken, daß, wenn beyder Ebnen Streichen kleiner oder größer als 6^h, selbiges bey beyden von einerley Beschaffenheit ist; Ist aber der einen ihres kleiner und der andern Streichen größer als 6^h: So ist es bey beyden von verschiedener Beschaffenheit.

§. 41'.

Zwoer Gänge Streichen ist bekannt; Auch die Lage ihrer Kreuzlinie:

Man verlangt der Gänge Fallen.

Auflösung.

Steht in 494.

§. 42'.

Hieher gehört auch:

Auf einem ganz seiger fallenden Gange ist Fürste und Sohle abgebauet; da setzt ein anderer unaufgefahrner Gang über:

Man verlangt letzteren sein Fallen F'.

Auflösung.

Dieser Gang ist im Hangenden und Liegenden des ersten sichtbar;

Man kann beyder Streichen γ, γ' abnehmen;

Auch ihrer Kreutzlinie Fallen $= \alpha$, deren Streichen mit dem Streichen γ des erstern Ganges einerley ist.

Daher hat man m' (494), $= 0$,

$$m = a \text{ (485, V, VIII.)}$$

Folglich, da in 494

$$\text{Cot } F' = \text{Cot } \alpha \sin m'$$
$$\text{Cot } F = \text{Cot } \alpha \sin m,$$

$$\text{Cot } F' + \text{Cot } F = \text{Cot } \alpha \, (\sin m' + \sin m)$$

Aber

$$\text{Cot } F = \text{Cot } 90^\circ = 0$$

und

$$\sin m' = \sin 0^\circ = 0$$

Also

$$\text{Cot } F' = \text{Cot } \alpha \sin m$$
$$= \text{Cot } \alpha \sin a$$

Exempel.

Der erste Gang streiche 9^h

zweyte 2^h;

So

So ist

$$a = 12^h + 2^h - 9^h$$
$$= 5^h (40', 255, 484\ V)$$
$$= 75^\circ$$

Es sey nuu

$$\alpha = 70^\circ;$$

So ist

$$\log \sin 75^\circ = 0,9849438 - 1$$
$$\log \mathrm{Cot}\ 70^\circ = 0,5610659 - 1$$
$$\log \mathrm{Cot}\ F' = 0,5460097 - 1$$

Giebt $F = 70^\circ\ 38'$.

§. 43.

Den Winkel zu finden, den zwo Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, mit einander machen.

Auflösung.

Steht § 497.

Exempel.

Das Streichen γ des einen Ganges sey $= 5^h$
Fallen F . . . . $= 70^\circ$
Streichen γ . andern . . $= 2^h$
Fallen F' $= 90^\circ$;

Nun muß man erstlich nach 496, n oder n' suchen.

Es geschehe mit n: dazu hat man, (weil $F' = 90^\circ$,) $m = a$, und $a = 45^\circ$: Also.

$$\tan n = \frac{\tan 45^\circ}{\mathrm{Cosin}\ 70^\circ}$$

wodurch man $n = 46^\circ\ 31'$ erhält.

Es ist aber der Sinus des gesuchten Winkels

$$= \frac{\sin 90^\circ \sin 45'}{\sin 40^\circ\ 31'}$$

$$= \frac{\sin 45^\circ}{\sin 46^\circ\ 31'}$$

Daraus genannter Winkel

$$= 77^\circ\ 3'.$$

§. 44.

In der Grube ist ein Ort angewiesen, dessen Streichen man weiß.

Nun ist eines Ganges Streichen und Fallen bekannt, auch kann man auf ihm wenigstens einen Punkt höher als das Ort annehmen:

Man soll angeben, wo mit diesem Orte der Gang überfahren werde.

Auflösung.

Ist in 527 und 529, verbunden mit 516, enthalten.

Exempel.

Des Ganges Streichen sey $= 4^h = \gamma$

Fallen $= 70^\circ = \varphi$

des Ortes Streichen $= 4^h = \eta$

Nun sey von einem vor Ort angenommenen Punkte A bis in einen aufm Gange angenommenen höhern B ein Zug verrichtet, und dadurch

Sgt AB = 33, 721 Achtellr

Soh AB = 83, 523 = und

Destl. Str. von AB $= 5^h = \omega$

gefunden worden.

Aber

$$\mu = 5^h - 4^h = 1^h = 15^\circ$$

und auch

$$\nu = 15^\circ$$

Um nun die söhlige Länge zu finden, in der das Ort in dem Streichen 4^h bis an Gang zu treiben ist, muß man erstlich

$$\frac{\text{S AB} \sin \mu}{\sin(\mu - \nu)}$$

und

und dann

$$\frac{Sgt\ AB\ Cot\ \Phi\ tg\ \mu}{\sin(\mu - \nu)}$$

Der erste Theil ist

$$= \frac{83,523 \times \sin 15^\circ}{\sin(15^\circ - 15^\circ)}$$

$$= \frac{83,523 \times \sin 15^\circ}{0}$$

$$= \infty$$

Der zweyte Theil kommt aus gleicher Ursache unendlich groß.

Man findet also die verlangte söhlige Länge des Orts unendlich groß. D. h. der Gang kann mit dem Orte nicht überfahren, wenn er das Streichen behält.

Dies hätten Anfänger ohne zu rechnen schon aus dem gleich großen Streichen des Ganges und Ortes schliessen können. Indessen war es gut ihnen zu zeigen, wie auch die Rechnung damit übereinstimmt.

§. 45'.

Vorige Aufgabe aufzulösen, wenn mit dem Orte der kürzeste Weg nach dem Gange genommen werden soll.

Auflösung.

Steht 531.

§. 46'.

Beyde Aufgaben lassen sich auch nach 533 lösen.

§. 47'.

Ob der Gang schon mit dem Orte überfahren und wo? entscheidet 532.

§. 48'.

I. Auf einem Gange können verschiedene Punkte angenommen, also sein Streichen und Fallen gefunden werden;

II. Nun wird in der Gegend des Ganges Hangenden ein Schacht seiger abgesunken:

Man fragt: ob dieser Gang mit diesem Schachte ersunken werde und wo?

Auflösung.

Wird nach 535 und 538 bewerkstelliget.

§. 49′.

Unter den Umständen I vor. Aufgabe, soll angegeben werden: Ob der Gang mit einem, von einem gegebenen Punkte in der Gegend seines Liegenden weg zu treibenden seigern Uebersichbrechen erschroten werde und wo?

Auflösung.

Lehrt 536 und 539.

§. 50′.

Auf einem Gange, dessen Streichen und Fallen bekannt, ist ein Punkt A gegeben, von dem auf genannten Gange ein Schacht gesunken werden soll:

Man fragt: wie tief man zu sinken habe, um damit einen andern übersetzenden Gang, von dem man gleichfalls Streichen und Fallen weiß, zuerbrechen.

Auflösung.

Steht in 553 verbunden mit 551.

Exempel.

Durch den Zug der von B einem Punkte auf dem Creutze beyder Gänge, bis in A verrichtet worden, sey der BA Größe oder $l = 35, 248$, Achtellr. der BA Neigung oder $\xi = 49°$, und ihr Streichen $\beta = 2^h$ gefunden worden.

Nun suche man aus dem Streichen und Fallen beyder Gänge die Lage ihrer Creutzlinie; dann aber nach 495 den Winkel n, (551 III).

Er sey $= 35° 7'$.

Gesetzt

Gesetzt nun, man hätte aus der Creutzlinie und der BA Streichen den Winkel

$$\varphi = 73^\circ\ 13' \text{ (a. D. IV)}$$

und dadurch

$$\text{Cos}\, v = \text{Cosin } 49^\circ \text{ Cosin } 73^\circ\ 13',$$

wovon die Berechnung folgende ist

$$\log \text{Cosin } 49^\circ = 0,8169429 - 1$$
$$\log \text{Cosin } 73^\circ\ 13' = 0,4605270 - 1$$
$$0,2774699 - 1$$

Giebt $v = 79^\circ\ 5'$.

Nun berechnet sich die zu suchende Tiefe folgendergestalt.

Wenn B höher angenommen worden, als wo man vermuthet, daß der Schacht das Creutz bey der Gänge treffe: So rechne man nach der Formel

$$\frac{\text{l. sin}(v + n)}{\text{Cosin } n} = \frac{35,248 \times \sin(79^\circ\ 5' + 35^\circ\ 7')}{\text{Cosin } 35^\circ\ 7'}$$

Es ist aber

$$\log 35,248 = 1,5471345$$
$$\log \sin 114^\circ\ 12' = 0,9600520 - 1$$
$$1,5061865$$
$$\log \text{Cosin } 35^\circ\ 7' = 0,9127440 - 1$$
$$1,5954425$$

Giebt die verlangte Tiefe

$$= 39,395 \text{ Achtellr.}$$

§. 51'.

Ist schon auf dem Gange abgesunken: So findet sich, wie weit noch bis an den übersetzenden zu sinken, nach 554.

§. 52'.

In der Grube hat man an einer Stelle eines Ganges Streichen und Fallen gefunden; an einer andern Stelle findet sich von einem Gange eben das

Streichen, überdies, daß beyde nach einer Gegend zu fallen:

Man fragt: Ob letzterer Gang mit erstern einerley sey.

Auflösung.

Entscheidet XXVII.

§. 53.

Auf einem Gange dessen Streichen γ und Fallen ϕ bekannt, ist ein Punkt A (Fig. 169, 170) angewiesen, auch ausser dem Gange ein Punkt B:

Man soll die senkrechte Entfernung BC dieses Punktes von dem ihm am nächsten liegenden Saalbande genannten Ganges finden.

Auflösung.

Erster Fall: Wenn B in der Gegend des Hangenden liegt, (Fig. 169).

I. Man ziehe von A bis B:

II. Dadurch hat man der AB Seigerteufe, Sohle, und Streichen β, vorausgesetzt, daß B höher als A liegt.

III. Läge B tiefer als A, in B': So sehe man B' als den Anfangspunkt an.

IV. Nun suche man aus γ und β einen Winkel ψ (455),

V. Und man hat

$$BC = Sg\,AB\,Cosin\,\phi - S\,AB\,sin\,\psi\,sin\,\phi$$

VI. **Beweis.**

Die durch A gehende söhlige Ebne HAD schneide die durch AB laufende seigere in AD, und die Fallebne BCDE durch B das Saalband in GE, und die söhlige Ebne HAD in ED.

Man fälle von B auf HAD das Loth BD, welches in der Fallebne liegt und GE in F schneidet.

Es

Es ist aber

$$\text{W } DAE = \psi$$
$$GED = \varphi$$
$$AD = \text{S } AB$$
$$BD = \text{Sg } AB;$$

Ferner in dem bey E, D, C, rechtwinklichten AED, FDE, BCF Dreyecken

$$DE = AD \sin \psi$$
$$DF = DE \operatorname{tg} \varphi$$
$$FB = BD - FD, \text{ und}$$
$$BC = BF \operatorname{Cosin} \varphi;$$

woraus die Formel V folgt.

Eben die erhält man auf gleiche Art, wenn B niedriger als A, in B′ liegt, und die Seigerteufe für B′A genommen wird.

Zweyter Fall: Wenn B in der Gegend des Liegenden sich befindet (Fig 170).

VII. Da mache man, was I, II, III, IV besielt:

VIII. Und man hat

$$BC = \text{S } AB \sin \psi \sin \varphi - \text{Sg } AB \operatorname{Cosin} \varphi.$$

IX. **Beweis.**

In der 170. Figur haben gleiche Buchstaben mit den in der 169sten, einerley Bedeutung.

Und es ist

$$DE = AD \sin \psi$$
$$FD = DE \operatorname{tang} \varphi$$
$$FB = FD - BD, \text{ und}$$
$$BC = BF \operatorname{Cosin} \varphi,$$

woraus VIII folgt.

Auch erhält man eben das auf gleiche Art für B niedriger als A, wenn man die Seigerteufe auf dieses nun höhere A bezieht.

§. 54.

Für beyde Fälle hat man

$$BC = \pm (\text{Sg } AB \operatorname{Cos} \varphi - \text{S } AB \sin \psi \sin \varphi).$$

§. 55'.

Man weiß eines Ganges Streichen und Fallen, und kann auf demselben wenichstens einen Punkt annehmen;

An einem andern Orte ist ein anderer Gang erbrochen, von welchem man zur Zeit noch kein ordentliches Streichen und Fallen finden kann:

Man soll bestimmen, ob der Punkt des neu erbrochenen Ganges auf der Ebne des schon bekannten liege; und wenn dies nicht, ob er in dessen Hangenden oder Liegenden sich befinde?

Auflösung.

Man suche BC (54'):

Findet sich selbiges = 0: So liegt der Punkt auf dem bekannten Gange;

Kommt aber BC positiv: So liegt er in der Gegend des Hangenden; in der des Liegenden aber, wenn man BC negativ erhält, (53').

Gefälle.

§. 56'.

Es ist angewiesen, wo ein Wasserlauf gefaßt, auch bis wohin er die Wasser führen soll:

Man verlangt sein Gefälle

Auflösung.

Steht in 648, 649, 650.

Gegenörter.

§. 57'.

In der Grube ist ein Ort angewiesen, auch ein anderes das mit jenem in einer Sohle liegt, und auf welchem ein Punkt gegeben, von dem weg ein Gegenort nach jenem getrieben werden soll:

Man soll dieses Gegenortes Richtung finden.

Auflö-

Auflösung.

Man ziehe von jenem Orte bis in dem angewiesenen Punkt:

So findet sich nach 333 das Verlangte.

§. 58.

In der Grube sind zwey Oerter A, B [Fig. 171], wie in vor. § angewiesen; Von dem einen A soll nach dem andern B ein Gegenort in dem Streichen des Ortes B getrieben werden:

Man soll dazu auf dem Orte A einen Punkt C angeben.

Auflösung.

Man ziehe von einem Punkte B, vor ganz Ort, bis in einen Punkt a auf die Strecke A, in Hangenden oder Liegenden derselben, mit verlorner Schnur:

Dadurch weiß man der Ba Streichen, nebst dessen Beschaffenheit, auch ihre Sohle.

Da nun der BC und aC Streichen, nebst dessen Beschaffenheit bekannt: So weiß man in dem Dreyecke CBa den Winkel CBa, und den BCa:

Also hat man nach eb. Trig. 10 Satze

$$aC = \frac{S\,Ba \sin CBA}{\sin aCB}$$

§. 59.

Ob mit dem Orte in Hangenden oder Liegenden anzusitzen, entscheidet, ob B in der Gegend des Hangenden oder Liegenden sich befinde, welches man aus der aB Streichen und dessen Beschaffenheit urtheilen kann.

§. 60.

Von einem seigern Schachte, oder auch seigern Uebersichbrechen weg, soll nach einem angewiesenen Orte ein Gegenort getrieben werden:

Man

Man verlangt den Punkt, wo damit anzusitzen, auch in welcher Richtung es zu treiben, ist.

Auflösung.

I. Aus des Ortes Streichen und dessen Beschaffenheit läßt sich leicht beurtheilen, in welchem Schachtstose angesessen werden muß.

II. Man nehme also in diesem einen Punkt A an.

III. Ziehe von selbigen bis in einen B vor ganz Ort auf der Sohle:

IV. Daraus findet sich der Seigerteufe Sohle und Streichen (333).

V. Ist die Seigerteufe = 0: So ist A der verlangte Punkt;

VI. Erhält man selbige fallend und heißt die der Sohle von AB zu kommenden Rösche = P: So muß man an diesem Schachtstose — Sg AB + P niederwärts messen, sonst Sg AB + P aufwärts.

VII. Der AB Streichen und dessen Beschaffenheit giebt des Gegenortes Richtung.

§. 61.

Vorige Aufgabe soll für einen auf einem flachen Gange, dessen Fallen = φ, gesunkenen Schacht aufgelößt werden.

Auflösung.

I, II, III, IV, V, voriger Auflösung, findet auch hier Statt.

Bekommt man Sg AB fallend: So messe man am Schachtstosse in einer Linie deren Neigung = φ so viel niederwärts als $\frac{-\text{Sg AB} + P}{\sin\varphi}$ beträgt, hingegen so viel als $\frac{+\text{Sg AB} + P}{\sin\varphi}$ giebt, aufwärts, wenn Sg AB steigend.

In

In so ferne das Gegenort aus den kurzen Schachtstößen weg getrieben werden muß: So giebt nicht der AB Streichen seine Richtung. Man findet aber selbige auf folgende Art:

Man suche einen Winkel, dessen Tangente

$$= \frac{\mp \mathfrak{S}g\ AB + p}{\mathfrak{S}\ AB\ \mathrm{Cosin}\ \varphi};$$

Aus diesem und der BA Streichen, findet sich (nach 256) eines, das, entgegengesetzt genommen, des Ortes Richtung giebt.

§. 62'.

Von einem in der Grube gegebenen Punkte A aus wird ein Ort in einem bekannten Streichen γ getrieben; man will in einer vorgeschriebenen söhligen Entfernung ein Gegenort aus einem abzusinkenden Schachte treiben:

Man soll den Punkt B am Tage, oder auch, auf einer in eben dem Streichen getriebenen Strecke, deren Sohle über A weg lauft, angeben, wo man sich mit dem Schachte lagern müsse, um damit in der gegebenen Entfernung niederzukommen; überdies, die seigere Tiefe des Schachtes bis auf des Gegenortes Sohle, das nach dem Schachte zu, entweder steigt oder fällt.

Auflösung.

Steht in 423; 424, verbunden mit § 421.

§. 63'.

Es ist die Entfernung zweyer Gegenörter gegeben; auch die Länge, die von dem Orte, wo es am festen ist, in einer gewissen Zeit heraus geschlagen, nebst der Länge, um welche das andere Ort in eben der Zeit weiter fortgetrieben, wird;

Man soll die Zeit finden, in der, und den Punkt, wo beyde Oerter auf einander durchschlägig zu machen sind.

Auflö-

Auflösung.

Findet sich § 439.

Graben.

§. 64′.

Seinen Weg abzustecken.

Auflösung.

Enthält 654

§. 65′.

Sein Gefälle anzugeben, wird nach 56′ bewerkstelliget.

§. 66′.

Wenn der Anfangspunkt und Endpunkt des Grabens Sohle, auch sein Weg angewiesen:

Die Tiefe oder Höhe seiner Sohle unter oder über jedem der zu des Grabens Weg auf der Erdfläche bemerkten Punkte zu finden.

Auflösung.

Giebt 660, 661.

§. 67.

Unter gleichen Umständen eben das zu finden, wenn der Graben auf jede 100 Lachter söhliger Länge ein vorgeschriebenes Gefälle haben soll.

Auflösung.

Steht in 662.

§. 68′.

Der Endpunkt eines Grabens ist gegeben:

Den dazu gehörigen Anfangspunkt zu finden.

Auflösung.

Wird nach 672 bewerkstelliget.

§. 69′.

Für einen Abzugsgraben zu finden, was 59′ verlangt.

Auflösung.

Findet sich in 674.

§. 70′.

Wenn des Abzugsgrabens und obern Grabens Endpunkt gegeben, auch des erstern sein Gefälle:

Die seigere Entfernung des Anfangspunktes des Abzugsgraben von dem Endpunkte des obern Grabens zu finden.

Auflösung.

Enthält § 675.

§. 71′.

Es ist gegeben: des Abzugsgraben Endpunkt, seine söhlige Länge sammt deren Streichen und dessen Beschaffenheit, auch die seigere Entfernung seines Anfangspunktes von des obern Grabens Endpunkte:

Man verlangt diesen Endpunkt.

Auflösung.

Giebt § 677.

Gradbogen.

§. 72′.

Ihn so genau als möglich in Grade und Viertelgrade zu theilen.

Auflösung.

Steht 123.

§. 73′.

Seinen Gebrauch zeigt 128, 157, 319, 322.

§. 74′.

Die Unrichtigkeiten in des Gradbogens Abtheilungen zu bestimmen.

Auflö-

Auflösung.

Findet sich in 138.

§. 75′.

Den Fehler in Sekunden zu bestimmen, der wegen der Theilstriche Dicke zu befürchten.

Auflösung.

Steht in 139.

§. 76′.

Wenn des Gradbogens Haken verbogen:

Den Fehler zu finden, den man begienge, wenn man die Neigung, die so der Gradbogen giebt, für die wahre annähme.

Auflösung.

Zeigt § 140.

§. 77′.

Zu finden, ob des Gradbogens Perpendikel genau im Mittelpunkte aufgehängt ist; und wenn das sich nicht so findet, wo es aufzuhängen ist.

Auflösung.

Steht in 144 und 145.

Grundriß.

§. 78′.

Die Fertigung eines Grundrisses lehrt 396, bequemer 397.

§. 79′.

Für einen berechneten Zug und angenommenen Maaßstab die Größe des Papieres, worauf der Grundriß verzeichnet werden soll, zu finden; vorausgesetzt, daß die Mittagslinie dem einen Rande und die Aequatorslinie dem andern parallel laufe.

Auflösung.

Sehe man § 404.

§. 80′.

§. 80'.

Den zu dem Grundrisse nöthigen kleinsten Raum für einen berechneten Zug und gegebenen oder angenommenen Maaßstab zu bestimmen.

Auflösung.

Zeigt 406.

§. 81'.

Verschiedene Grundrisse zusammenzusetzen, lernt man aus 410.

H.

Hauptstreichen.

§. 82'.

Selbiges von einem Gange zu finden, lehrt 482.

Höhen zu messen.

§. 83'.

Mittelst des Barometers, lehrt 720; genauer 735.

§. 84'.

Die Höhe eines Punktes auf der Erdfläche über den andern zu finden, kann auch nach 648, 649, 650 geschehen; Und wenn beyde Punkte nicht weit von einander entfernt sind, nach 333; darnach überhaupt jedes Punktes Höhe von einem wenig weit entlegenen, (wie bey den meisten Markscheiderzügen vorkommt).

J.

Inhalt.

§. 85.

Den Inhalt eines Dreyecks zu finden.

Auflösung.

Findet sich 688, wobey die Erinnerung 689 zu beobachten.

Exempel.

Es sey

Strs AB = 2, 568 Alr
Strk AB = — 1, 230,
Strs BC = — 5, 100,
Strk BC = 7, 000;
Strs CA = 0, 231,
Strk CA = 2, 111:

So ist

Strs AB × Strk BC = 17,976
½ Strs BC Strk BC = 17, 850
— ½ Strs AB Strk AB = — 1, 57932
— ½ Strs AC Strk AC = — 0, 2438205

Also:

17, 976	— 1, 57932
17, 850	— 0, 2438205
35, 826	— 1, 8231405
— 1, 8231405	
34, 0028595, Alr. Quadrat Maaß.	

§. 86.

Den Inhalt einer söhligen Figur zu finden

Auflösung.

Giebt § 692; besser 693, auch 694.

Exem-

Exempel zu 693.

Gesetzt, die Figur wäre ein Fünfeck, hätte lauter auswärtsgehende Winkel, und ihre Seiten wären AB, BC, CD, DE, EF, und gefunden worden

Strs AB = 2, 568 Alr
Strk AB = — 1, 230;
Strs BC = — 5, 100
Strk BC = 7, 000;
Strs CD = 0, 231
Strk CD = 2, 111
Strs DE = 1, 000
Strk DE = 4, 511;
Strs EA = 3, 000
Strk EA = 2,010.

Also

Strs AB + Strs BC, oder Strs AC = — 2, 532
Strk AB + Strk BC = Strk AC = 5, 770;
Strs AC + Strs CD = Strs AD = — 2, 301
Strk AC + Strk CD = Strk AD = 7, 881

Nun hat man den Inhalt für drey Dreyecke zu suchen.

Für das erste ist

Strs AB Strk BC = 17, 976
$\frac{1}{2}$ Strs BC Strk BC = 17, 850
— $\frac{1}{2}$ Strs AB Strk AB = — 1, 57932
— $\frac{1}{2}$ Strs AC Strk AC = — 7, 30482

17, 976	— 1, 57932
17, 850	— 7, 30482
35, 82600	— 8, 88414
— 8, 88414	
26, 94186 Alr. q. M.	

Für das zweyte:

Strs AC Strk CD = 0, 584892,
$\frac{1}{2}$ Strs CD Strk CD = 0, 2438205

— ½ Strs AC Strk AC = — 7, 90982
— ½ Strs AD Strk AD = — 9, 0665905

0, 7287125
— 16, 9764105

16, 2476980 Alr. Q. M.

Daß man hier etwas negatives erhält, kommt nicht in Betrachtung, weil hier auf keine Lage der Dreyecke Rücksicht genommen werden darf und des ersten Dreyecks Inhalt um den des zweyten vermehrt werden muß, damit man den Inhalt des Fünfeckes weniger dem des dritten Dreyecks erhält.

Für das dritte Dreyeck:

Strs AD Strk DE = 2, 301 Achtellr,
½ Strs DE Strk DE = 2, 2555
— ½ Strs AD Strk AD = — 9, 0670905
— ½ Strs AE Strk AE = — 3, 0150000

4, 5565 Alr.
— 12, 0820905

7, 5255905 Alr. Q. M.
26, 9418600
16, 2476980

50, 7151485, Alr. Q. M.

§. 87.

Den Inhalt eines Teichspiegels zu finden.

Auflösung.

Steht 695.

§. 88.

Den Inhalt eines Teichdammes zu finden.

Auflösung.

Findet man in 701.

§. 89.

Den Inhalt eines Teiches zu berechnen, kann nach 703 geschehen.

K.

K.

Kreuzlinie.

§. 90′.

Das Streichen und Fallen zweyer Gänge sind gegeben:

Man verlangt das Streichen und den Neigungswinkel ihrer Kreuzlinie.

Auflösung.

Geschieht nach 489.

§. 91′.

Man weiß das Streichen und Fallen zweyer Gänge;

Auch ist auf jedem ein Punkt A, B, gegeben:

Man soll einen Punkt ihrer Kreuzlinie finden, der mit einem der beyden gegebenen Punkten in einer söhligen Ebne liegt.

Auflösung.

Wird nach 498 bewerkstelliget.

§. 92′.

Danach, verbunden mit 396, kann man den gesuchten Punkt der Kreuzlinie in Grundriß verzeichnen.

§. 93′.

In Grundriß einen Punkt der Kreuzlinie zu bestimmen, der sich auf einer höhern oder tiefern söhligen Ebne als die durch einen A der gegebenen Punkte A, B auf beyden Gängen, befindet.

Auflösung.

Man ziehe von einem der gegebenen Punkte A bis zum andern B; und dann bis in einen Punkt C auf die gegebene höhere oder tiefere söhlige Ebne.

Verzeichne in Grundriß einen Punkt D der Kreuzlinie, der sich auf der söhligen Ebne durch A befindet;

Ziehe durch diesen Punkt D eine Linie in der Kreuzlinie Streichen,

Und nehme darauf von D weg, so viel als Sg AC Cot φ giebt; wo φ der Kreuzlinie Fallen.

Wohinzu das getragen werden muß, läßt sich beurtheilen, wenn man auf der gegebenen höhern oder tiefern söhligen Ebne nach Gefallen Punkte mit im Zuge nimmt, und selbige mit in Grundriß verzeichnet.

§. 94.

Wenn man in Grundriß einen Punkt der Kreuzlinie zweener nach ihrem Streichen und Fallen bekannten Gängen bestimmt, und dadurch eine Linie in der Kreuzlinie Streichen zieht (eb. Tr. 7. S. Z.): So ist diese dadurch in Grundriß verzeichnet;

In Seigerriß, wenn man aufn Grundriß zween Punkte der Kreuzlinie bestimmt (931), die auf zwo söhlige Ebnen liegen, deren seigere Entfernung von einander durch den Zug bekannt ist, und dann diese Punkte in Seigerriß verzeichnet (399).

§. 95.

Es ist ein Punkt der Kreuzlinie zweener Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, gegeben;

Von diesem Punkte soll auf dem Kreuze dieser Gänge ein Schacht abgesunken werden:

Man fragt: in welcher Lage dies geschehen muß?

Auflösung.

Man suche das Streichen und Fallen der Kreuzlinie nach 489.

Eine solche Lage muß auch der Schacht haben.

§. 96.

Vorstehender § gilt auch beym Uebersichbrechen.

§. 97.

§. 97.

Auf einer Strecke die auf einem Gange dessen Streichen und Fallen bekannt getrieben, ist vor Ort auf der Sohle ein Punkt A gegeben; Auch weiß man das Streichen und Fallen eines andern Ganges, auf dem man wenigstens einen Punkt B annehmen kann:

Man soll von diesem weg einen Punkt C angeben, wo man sich mit einem Schachte lagern müßte, den man auf dem Kreutze beyder Gänge absinken will; Auch verlangt man die Lage des Schachtes.

Auflösung.

Man ziehe von B bis A.

Daraus läßt sich der BA Sohle und Streichen finden, und denn nach 498 die Größe einer söhligen Linie die in dem Streichen der Strecke von A aus abgegeben den verlangten Punkt bestimmt, welcher allemal bey einem tiefern B als A dahin zu liegt, wohin der andere Gang, (auf dem B liegt) aufsteigt, bey einem höhern B aber als A, wohin gleichgenannter Gang fällt.

Nun kann man aus dem gegebenen Streichen und Fallen beyder Gänge die Lage ihrer Kreutzlinie finden, welche des Schachts seine giebt.

§. 98.

Von einem Gange A (Fig. 171) bis zu einem andern B, der jenem zufällt, ist ein Querschlag AB getrieben;

Man weiß dieser Gänge Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ';

Auch das Streichen κ in welchem der Querschlag getrieben, (333);

Imgleichen dessen söhlige Länge AB.

Nun soll von diesem Querschlage ein seigerer Schacht DE gesunken werden, um mit diesem das Kreutz EC beyder Gänge zu erbrechen:

Man verlangt den Punkt D, wo man sich mit dem Schacht zu lagern habe.

Auflösung.

Der gesuchte Punkt ist da, wo die durch die Kreutzlinie CE laufende seigere Ebne CDE den Querschlag AB schneidet.

Nun sey DC der Durchschnitt genannter Ebne mit der durch A, B, laufenden söhligen, welche den Gang dessen Streichen γ und Fallen φ in AC und den dessen Streichen γ' und Fallen φ' in BC schneide.

Man suche der Kreutzlinie CE Streichen β, (489), welches auch der DC zukommt (42).

Nach 251 läßt sich finden

W. BCA, aus γ und γ'

DCA, aus β und γ

CBA aus γ' und η

CAD aus γ und η oder durch $180° - (CBA + BCA)$

Man hat daher

$$AC = \frac{AB \sin CBA}{\sin BCA}$$

und

$$AD = \frac{AC \sin ACD}{\sin (ACD + CAD)}, \text{(Trig. 10 S.)}$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin ACD}{\sin BCA \sin (ACD + CAD)}.$$

Hier lassen sich bequem die Logarithmen anbringen.

Auf eben die Art findet sich

$$BD = \frac{AB \sin CAB \sin BCD}{\sin BCA \sin (DBC + DCB)}$$

§. 99.

1) Eine Regel in Worten für vor. § ist:

I. Man suche aus dem Streichen γ des einen Ganges und dem η des Querschlages einen Winkel, (nach 251);

II. Desgleichen aus dem Streichen γ' des andern Ganges und dem β der Kreuzlinie;

III. Auch einen aus dem Streichen beyder Gänge,

IV. Und noch einen, indem man die Summe der in I, und III gefundenen Winkel von zween rechten abzieht.

V. Nun mache man das Produkt der Sinusse der Winkel, die I, II giebt;

VI. Und multiplicire selbiges durch des Querschlages söhlige Länge.

VII. Hierauf multiplicire man den Sinus des Winkels in III in den Sinus der Summe der in IV und II berechneten Winkel.

VIII. Dieses Produkt dividire man in das, was VI giebt:

VIIII. So erhält man eine söhlige Länge deren Streichen η und die auf dem Querschlage von dem Gange weg, dessen Streichen man bey Berechnung des Winkels in II gebraucht hat, nach dem andern Gange zu abgegeben werden muß.

X. Will man sich der Logarithmen bedienen:

So addire man die Logarithmen der Sinusse der Winkel in I, II zu dem Logarithmen des Querschlags söhlige Länge;

Von dieser Summe ziehe man die der Logarithmen der Faktoren des Produkts in VII ab:

So erhält man den Logarithmen der gesuchten söhligen Länge VIIII.

2) Exempel.

Es sey

$AB = 50$ Lachter
$\gamma = 10^h$ und von A aus nach C zu westlich
$\gamma' = 4^h$ und von B aus nach C zu östlich
$\eta = 7^h$ und von B weg östlich
$\beta = 5^h$

So ist der Winkel

$$\text{I.} = 10^h - 7^h = 3^h = 45°$$
$$\text{II.} = 1^h = 15°$$
$$\text{III.} = 4^h + 12^h - 10^h = 6^h = 90°$$
$$\text{IV.} = 3^h = 45°.$$

Nun ist

$$\log \sin 45° = 0,8494850 - 1$$
$$\log \sin 15° = 0,4129962 - 1$$
$$\log 400 \text{ Ltr} = 2,6020600$$
$$\overline{\quad 1,8645412 \quad}$$
$$\log \sin 90° = 0,0000000$$
$$\log \sin (45° + 15°) = 0,9375306 - 1$$
$$\overline{\quad 1,9270106 \quad}$$

Giebt 84, 530 Ltr.

So viel muß man auf dem Querschlage von dem Gange weg dessen Streichen $\gamma' = 4^h$ nach dem andern zu söhlig messen.

§. 100'.

Des Schachts in 98' seine Tiefe DE zu finden.

Auflösung.

Man suche der Kreutzlinie Fallen DCE (489), Ueberdies

$$DC = \frac{AC \sin CAD}{\sin CDA} \text{ (eb. Trig. 10 S.)}$$
$$= AB$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD}{\sin BCA \sin CDA}.$$

Daher

$$DE = CD \tan DCE$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD \tan DCE}{\sin BCA \sin CDA.}$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD \tan DCE}{\sin BCA \sin (DCB + CAD)}$$

§. 101'.

Diese Formel in Worten ausgedruckt heißt:

I. Man suche aus dem Streichen γ' des einen Ganges und dem des Querschlages einen Winkel.

II. Desgleichen einen aus dem Streichen γ des andern Ganges und dem des Querschlages;

III. Auch einen aus dem Streichen beyder Gänge,

IV. Und einen indem man von zween rechten abzieht die Summe des Winkels in II und des den man nach 251 aus dem Streichen β der Kreuzlinie und dem γ' des einen Ganges berechnet hat.

V. Nun mache man ein Produkt deren Faktoren des Querschlages söhlige Länge, die Sinusse der Winkel in I, II, und die Tangente des Neigungswinkel der Kreuzlinie sind

VI. Noch eines aus den Sinussen der Winkels in III, IV:

VII. Und dividire jenes durch dieses.

VIII. Wollte man sich der Logarithmen bedienen:

So addirte man die Logarithmen der Faktoren in V, und zieht von dieser Summe die Summe der Logarithmen oder Faktoren in VI, ab;

Man erhält dann den Logarithmen der verlangten Tiefe.

§. 102′.

Vorstehende Formeln (98′, 100′) sind für den Fall, wenn beyde Gänge einerley Streichen haben, nicht brauchbar.

Dafür lassen sich die Aufgaben 98′, 100′ folgendergestalt lösen:

Die Fallinien BE, AE kommen in den Punkt E der Kreuzlinie zusammen, wo auch der Schacht DE eintreffen muß.

Nun ist DAE des Ganges durch A Fallen $= \phi$, und DBE des durch B, $= \phi'$;

Auch ist der Winkel BEA $= 180° - (\phi + \phi')$.

Ferner hat man

$$AE = \frac{AB \sin \phi}{\sin(\phi + \phi')};$$

Daher

$$AD = AE \operatorname{Cosin} \phi$$

$$= \frac{AB \tan \phi}{\sin(\phi + \phi')};$$

$$DE = AE \sin \phi$$

$$= \frac{AB \operatorname{Cotang} \phi}{\sin(\phi + \phi')}$$

Man multiplicire also die söhlige Länge des Querschlages in die Tangente des Fallen desjenigen Ganges, von dem aus man den verlangten Punkt bestimmen will; Auch in die Cotangente gleich genannten Winkels; Jedes dieser Produkte dividire man durch den Sinus der Summe der Neigungswinkel beyder Gänge: So giebt der erste Quotient die abzugebende söhlige Länge, und der zweyte des Schachts Tiefe.

§. 103′.

Man weiß auf einer Strecke einen Punkt der Kreuzlinie zweener Gänge (498):

Man

Man soll am Tage einen Punkt bestimmen, von welchem ein seigerer Schacht abgesunken das Kreuz beyder Gänge auf der vorgegebenen Strecke erbrochen werden kann.

Auflösung.

Man bringe die Oertung des bekannten Punktes der Kreuzlinie zu Tage aus, (427).

§. 104'.

Dadurch findet sich auch zugleich dieses Schachtes Tiefe, (333).

L.

Lachter.

§. 105'.

Eine gegebene Anzahl Lachter in Rheinländisches Maaß, und umgekehrt, zu verwandeln.

Auflösung.

Zeigt 62.

§. 106'.

Ein Lachter in ein anderes und dessen Theile zu verwandeln.

Auflösung.

Steht 67.

§. 107'.

Zu finden, wieviel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält.

Auflösung.

Giebt §. 69.

Lach=

Lachterkette.

§. 108'.

Sie zu prüfen und ihre Fehler bey Messung gerader Linien zu finden.

Auflösung.

Zeigt 111, 112, 115, 116.

Lachtermaasstab.

§. 109'.

Einen verjüngten Lachtermaasstab zu fertigen.

Auflösung.

Findet sich 379.

Lachterstab.

§. 110'.

Einen in Primen zu theilen

Auflösung.

Lehrt 86.

Linie.

§. 111'.

Einer geraden Linie Größe und Lage zu finden; auch ihre Sohle und Seigerteufe.

Auflösung.

Davon 323 nebst 263; 333 verbunden mit 752.

§. 112'.

Eine gerade Linie zu bestimmen, die ein gegebenes Streichen und Sohle hat.

Auflösung.

Trift man in 276 an, womit noch 749 zu verbinden.

§. 113'.

§. 113'.

Die Größe einer Linie zu bestimmen, wenn ihre Seigerteufe und Neigung; oder diese und ihre Sohle, gegeben.

Auflösung.

Steht in 270, 5); 270, 7).

§. 114'.

Zu finden was 113' verlangt, wenn Sohle und Seigerteufe gegeben

Auflösung.

Die hat man in 268, 1).

§. 115'.

Aus einem gegebenen Punkte über Tage eine gerade Linie zu bestimmen, die ein gegebenes Streichen und Fallen hat.

Auflösung.

Lehrt 223; Auch 632.

M.

Magnetabweichung.

§. 116'.

Die Magnetabweichung an einem Orte zu finden, wenn da eine Mittagslinie gezogen ist.

Auflösung.

Findet sich in 240.

§. 117'.

Mittelst eines Weltkörpers die Magnetabweichung und dessen Beschaffenheit zu finden.

Auflösung.

Lehrt § 243.

Bey

Beyspiel.

An einem Orte, dessen Breite = 51° nördlich, geht der Syrius den 23 Jänner 1782 früh zwischen 2 und 3 Uhr unter:

Wie groß ist da die Magnetabweichung?

Dieses Sterns Deklination ist südlich, und man kann sie zu unserer Absicht itzt 16° 25′ setzen: Daher findet man nach der zweyten Tafel Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunst die Untergangsamplitude südlich und

$= 25° 57' = a$
$= 1^h 5\frac{3}{4} p.$

Wäre nun

$\beta^h = 3^h 2$

gefunden worden: So hätte man

$d^h = 6^h - 1^h 5\frac{3}{4} p - 4^h 2$ (243, VIII).
$= 4^h 2\frac{1}{4} m - 3^h 2$
$= 1^h 0\frac{1}{4} m$

Also die Abweichung östlich (a. O. IX.).

§. 118.

Die Magnetabweichung und dessen Beschaffenheit mittelst zusammengehörigen Höhen eines Weltkörpers zu finden.

Auflösung.

Lehrt 244.

Beyspiel.

Wenn, indem die Capella im Fuhrmanne eine Höhe von 30° auf der Morgenseite hat,

$\beta^h = 7^h 2\frac{1}{2}$

uud bey eben dieser Höhe auf der Abendseite

$b^h = 7^h$

beobachtet worden ist: So erhält man

d^h

$$
\begin{aligned}
d^h &= \tfrac{1}{2}(12^h - 7^h - 7^h\,2\tfrac{1}{2}) \\
&= \tfrac{1}{2}(5^h - 7^h\,2\tfrac{1}{2}) \\
&= -\tfrac{1}{2}.\,2^h\,2\tfrac{1}{2} \\
&= -1^h\,1\tfrac{1}{4};
\end{aligned}
$$

also westlich, (244 III, IV).

Mittagslinie.

§. 119'.

Eine zu ziehen

Auflösung.

Die lehrt 236.

§. 120'.

Eine gezogene Mittagslinie zu prüfen.

Auflösung.

Findet sich in 239.

Mikrometer.

§. 121'.

An den Lachterstab eine Mikrometerschraube anzubringen, damit sehr kleine Theile des Lachters anzugeben.

Hiervon handelt 102.

Mundloch.

§. 122'.

Zu finden, wo am Tage mit dem Mundloche eines Stollns anzusitzen ist, wenn selbiger in einem gegebenen Streichen nach einem in der Grubeangewiesenen Punkte getrieben werden soll.

Auflösung.

Giebt § 437, 1) verbunden mit 435.

Exempel.

Durch den Zug von dem angewiesenen Punkte A bis in einem A am Tage mit verlorner Schnur, sey gefunden worden (333):

$$Sg\ AH = 87,532 \text{ Alr. steigend},$$
$$S\ AH = 50,711 \text{ =}$$
$$\text{Str. von } AH = 5^h \text{ östlich};$$

überdieß sey das gegebene Streichen $= 3^h$.

Nun die söhlige Länge zu berechnen, die von H aus hier in dem westlichen Streichen 9^h abgegeben werden muß, hat man

$$\delta = 2^h,\ (435;\ 255\ V)$$
$$= 30^\circ;$$

$$\log S\ AH = \log 50,711 = 1,7061022$$
$$\log \sin 30^\circ = 0,6989700 - 1$$
$$1,4050722$$

Giebt die verlangte söhlige Länge

$$= 25,414 \text{ Alr.}$$

Der Endpunkt dieser sohligen Linie liegt über den gesuchten Punkt 87,532 Alrchter.

§. 123.

Das **Mundloch** eines Stollns anzugeben, wenn mit selbigem auf dem Ausstreichen des Ganges angesessen werden soll, auf dem ein Punkt angewiesen, in den man mit dem Stolln in gewöhnlicher Rösche einkommen soll.

Auflösung.

Man suche erstlich das Streichen in dem der Stolln aufn Gange mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden muß, (424, II, III);

Dann aber verfahre man nach 435.

Exempel.

Des Ganges Fallen sey $= 70^\circ$

Strei-

Streichen $= 15°$
ϑ $= 7'$ (424, II *)

Nun suche man einen Winkel dessen Sinus = Cot 70° tang 7'.

Die Berechnung ist:

$$\log \mathrm{Cot}\ 70° = 0,5610659 - 1$$
$$\log \mathrm{tang}\ 7' = 0,3088248 - 3$$
$$\text{Giebt } 2'\ 30''. \qquad 0,8698907 - 4$$

Der Gang falle recht: So findet sich nach 256 I das verlangte Streichen $= 15°\ 2'\ 30'' = 1^h\ 0_{1}\frac{1}{28}$; dieser Bruch ist so klein, daß er in der Ausübung ohne merklichen Irrthum ausser Acht gelassen werden kann. Ueberhaupt kann man in den meisten Fällen das Streichen des Ganges und das des darauf mit gewöhnlicher Rösche zu treibenden Stollns ohne merklichen Fehler für eines annehmen.

Dieses gefundene Streichen braucht man nun Statt des angegebenen in vor. §.

§. 124'.

Das Mundloch eines Stollns anzugeben, wenn derselbe erst in Quergestein getrieben werden soll, dergestalt daß damit ein Gang, dessen Streichen und Fallen bekannt, in einer vorgeschriebenen Seigerteufe p erreicht werde und dann auf diesem Gange der Stolln in einen auf selbigem gegebenen Punkt A einkomme

Auflösung.

Man ziehe von dem gegebenen Punkte A (Fig. 173) bis in einen H am Tage mit verlornerner Schnur;

Und bestimme von H aus einen Punkt K des Ganges Ausstreichen.

Von K aus aber eine Linie KL deren Streichen γ und Fallen φ = dem des Ausgehenden und die so lang ist als $\frac{\mathrm{Sg\,AK} - p}{\sin\varphi}$ giebt; (223); Oder statt dessen,

nach 276 eine söhlige Linie KR = ML deren Streichen γ und Länge = $\frac{Sg\ AK - P}{\tan \varphi}$;

Endlich gebe man von L weg nach dem Abfalle des Gebürges zu einen Punkt N ab, der um die Seigerteufe p tiefer als L liegt, (653).

N.

Neigung; Neigungswinkel.

§. 125.

Die Neigung einer Linie zu finden, wenn ihre Sohle und Seigerteufe bekannt.

Auflösung.

Steht § 268, 2).

Exempel.

Es sey die
Seigerteufe = 87, 350 Ltr fallend
Sohle = 211, 700 =

So ist
log 87, 350 = 1, 9412629
log 211, 700 = 2, 3257209
0, 6155420 — 1

Kann als der Logarithme der Tangente von 22 Grade 25 Minuten angenommen werden.

Da die Seigerteufe fallend: So ist die Tangente negativ, und die Neigung würde folglich 180° — 22° 25′ = 157° 35′ seyn, also die Linie widersinnig fallen; aber 22° 25′ wird der Gradbogen für der Linie Neigung geben.

§. 126.

§. 126′.

Man weiß einer Linie wahre Länge und Seigerteufe:

Man verlangt ihren Neigungswinkel.

Auflösung.

Findet sich § 270, 2).

§. 127′.

Aus der Länge und Sohle einer Linie ihre Neigung zu finden.

Auflösung.

Dazu dient die Formel in 270, 4).

D.

Observirte Streichung.

§. 128′.

Eines Ganges und Flötzes observirte Streichung abzunehmen, wird in XIII gelehrt.

§. 129′.

Die observirte Streichung β aus der reducirten Streichung γ und Magnetabweichung d zu finden.

Auflösung.

Giebt § 249.

Exempel.

I. Die Magnetabweichung d sey $= 1^h\ 1\frac{1}{4}$ östlich, und von der nämlichen Beschaffenheit auch die reducirte Streichung $\gamma = 9^h\ 3$:

So hat man die observirte, oder

$$\beta = 9^h\ 3 - 1^h\ 1\tfrac{1}{4}$$
$$= 8^h\ 1\tfrac{3}{4} \text{ östlich.}$$

 II. Wäre

II. Wäre das östliche

$\gamma = 0^h\ 3$:

So fände sich

$\beta\ 12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4} + 0^h\ 3$
$= 11^h\ 1\frac{3}{4}$, westlich.

III. Wäre γ in I und II westlich gewesen: So hätte man in I, $\beta = 8^h\ 1\frac{3}{4}$ westlich und in II, $\beta = 11^h\ 1\frac{3}{4}$ östlich, gefunden.

IV. Für $d = 1^h\ 1\frac{1}{4}$ westlich und γ wie in I, hat man

$\beta = 10^h\ 4\frac{1}{4}$

und zwar östlich, weil $9^h\ 3 < 12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4}$.

V. Wäre γ, (I) westlich gegeben: So hätte man β wie vorhin aber westlich erhalten.

VI. Für $\gamma = 11^h$ und östlich, und d in IV, hat man

$\beta = 11^h\ 3 - (12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4})$, [249 VI].
$= 11^h\ 3 - 10^h\ 6\frac{3}{4}$
$= 0^h\ 4\frac{1}{4}$

und östlich, weil hier $\gamma^h > 12^h - d^h$

VII. Wäre $\gamma = 11^h\ 3$ westlich: So hätte man β wie in VI, aber westlich, (249 VIII).

§. 130.

Wenn man westliches Streichen allemal so ausdruckt, wie 204 erfodert: So kann man β durch die einzige Formel

$\gamma + d$

finden, wenn man nur auf das Positive und Negative gehörig Acht hat.

Im IV vor. Es war $d = 1^h\ 1\frac{1}{4}$ westlich gegeben, also $= -\ 10^h\ 6\frac{3}{4}$, und man hat für $\gamma = 11^h\ 3$ östlich,

$\beta = 11^h\ 3 + (-\ 10^h\ 6\frac{3}{4})$
$= 0^h\ 4\frac{1}{4}$

positiv, also östlich.

Wäre

Wäre $\gamma = 11^h\ 3$ westlich gegeben, also $= - 0^h\ 5$: So findet sich

$$\beta = - 0^h\ 5 + (- 10^h\ 6\tfrac{3}{4})$$
$$= - 11^h\ 3\tfrac{3}{4}$$
$$= 0^h\ 4\tfrac{1}{4}\ \text{westlich},$$

wie gehörig.

Hätte man $\gamma = 1^h$ westlich, also $= - 11^h$ gefunden: So fände sich

$$\beta = - 11^h + (- 10^h\ 6\tfrac{3}{4})$$
$$= - 21^h\ 6\tfrac{3}{4}$$

als ein erhabner Winkel, der zugehörige Hohlwinkel ist

$$= 24^h - 21^h\ 6\tfrac{3}{4}$$
$$= + 2^h\ 1\tfrac{1}{4},\ (204).$$

Oertung.

§. 130'.

Eines Punktes A Oertung B anzugeben.

Auflösung.

Enthält § 427 verbunden mit 425.

Exempel.

Des Punktes A Oertung an den Tag zu bringen.

Man ziehe von A bis in H auf dem Gebürge mit verlorner Schnur.

Gesetzt nun, man hätte dadurch

Sg AH = 50, 211 Alr
Strf AH = 25,010
Strk AH = — 10, 205

berechnet: So muß man der AH Sohle suchen, und diese von H weg in einem Streichen abgeben, das mit dem der HA übereinkommt.

Erstlich, dieses Streichen zu finden, nach 285:

log 25, 010 = 1, 3981137
log — 10, 205 = 1, 0088130

0, 3893007

Giebt 67° 48′ = 4^h 5 m.

Da der Streichkosinus negativ: so ist das verlangte Streichen von AH = 7^h 3 p östlich: Folglich das der HA eben so groß und westlich, (62).

Zweytens, SAH zu berechnen, nach 287, 3):

log 50, 211 = 1, 7007989
log sin 67° 48′ = 0, 9665503 — 1

1, 7342480

Giebt SAH = 54, 231 Alr.

Bestimmt man also von H aus eine söhlige Linie (276) = 54, 231 Alr, und deren Streichen = 7^h 3 p westlich: So trift ein an dem Endpunkte seiger niedergeschlagene Pfahl in die verlangte Oertung.

Ort; Strecke; Stolln.

§. 131.

Es soll von einem angewiesenen Punkte bis über oder unter einem andern gegebenen ein **Ort** mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden:

Man verlangt seine Länge, und Streichen.

Auflösung.

Man verrichte von dem einen der gegebenen Punkte bis in den andern einen Zug:

Dadurch hat man des Orts söhlige Länge = S und sein Streichen nebst dessen Beschaffenheit, (333).

Hierauf berechne man den **Röschenwinkel** ϑ nach 424. II *)

Und man hat die verlangte Länge
= S Cosin ϑ.

§. 132.

§. 132.

Zu finden, wie tief ein Ort in das Gebürge eingekommen ist; oder Seigerteufe eingebracht hat.

Auflösung.

Steht 432.

§. 133.

Zu finden, wie tief ein Ort mit seiner Sohle in das Gebürge einkomme, nachdem es von einem auf genannter Sohle gegebenen Punkte A aus, in einem vorgeschriebenen Streichen fortgetrieben worden und eine gewisse söhlige Länge erreicht hat.

Auflösung.

Findet sich in 433.

§. 134.

Auf einem Gange dessen Streichen und Fallen bekannt, wird ein Ort getrieben;

Man soll die söhlige Länge angeben, in der das Ort bis an einen übersetzenden Gang, von dem man seine Lage weiß, zu treiben ist.

Auflösung.

Man nehme vor Ort auf des Ganges einen Saalbande einen Punkt A an, und verrichte bis in einen Punkt auf dem gleichnamigen Saalbande des andern Ganges, einen Zug.

Daraus erhält man die Data, die nach 498 zu Berechnung des Gesuchten nöthig sind, und die Rechnung selbst wird n. a. § bewerkstelliget.

§. 135.

Ein Ort wird nach einem vorliegenden Gange, dessen Streichen und Fallen man hat finden können, in einer gegebenen Stunde getrieben:

Man verlangt die söhlige Länge in der das Ort fortzutreiben, ehe mit demselben der Gang erbrochen wird.

Auflösung.

Giebt § 527 verbunden mit § 516.

§. 136'.

Soll das Ort mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden: So findet sich seine Länge, bis wo mit dessen Sohle der Gang erbrochen wird, nach § 529

Die Länge aber bis wo mit des Orts Förste der Gang auszurichten ist, nach 530.

§. 137'.

Soll mit dem Orte der kürzeste Weg nach dem Gange genommen werden: So ist dadurch des Ortes Streichen gegeben, und das was 135' verlangt wird nach 518 gefunden, das gesuchte in vor. § aber nach 529, 530.

§. 138'.

Bey diesen Aufgaben (135', 136', 137'), kommt stillschweigend die Frage vor: Ob der Gang schon mit dem Orte überfahren worden?

Die Entscheidung geschieht nach § 532.

§. 139'.

Auf einem Gange dessen Lage bekannt, ist ein Schacht BD (Fig. 174) abgesunken;

Bis an selbigem soll auf dem nämlichen Gange von einem angewiesenen Punkte A aus ein Ort AD getrieben werden:

Man fragt: Wie weit es bis dahin söhlig, oder mit gewöhnlicher Rösche zu treiben ist.

Auflösung.

Steht § 548; 550.

§. 140'.

Zu finden, wo zwey in verschiedener Tiefe getriebene Oerter übereinander einkommen

Auflö-

Auflösung.

Enthält § 440.

Ob diese Oerter schon über einander eingekommen? entscheidet 443.

P.

P u n k t.

§. 141'.

Von einem am Tage gegebenen Punkte A aus, soll man einen Punkt B bestimmen, der um eine vorgeschriebene Seigerteufe höher als A liegt, doch so daß AB eine gegebene Sohle und observirte Streichung habe.

Auflösung.

Nach 276 bestimme man eine Linie, die die gegebene observirte Streichung und Sohle hat,

Und messe von dieser söhligen Linie Endpunkte so viel seiger in die Höhe, als die gegebene Seigerteufe befielt.

§. 142'.

Mißt man so viel seiger niederwärts;

So bestimmt man einer Linie Endpunkt B der um die gegebene Seigerteufe tiefer als A liegt, und übrigens der Bedingung vor. § entspricht.

§. 143'.

Auf des Gebürges Oberfläche ist ein Punkt A gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin zu ein anderer Punkt auf dem Gebürge mit A in einer söhligen Ebne liegen soll:

Man verlangt diesen Punkt.

Auflö-

Auflösung.

Steht § 652.

§. 144'.

Auf des Gebürges Oberfläche ist ein Punkt A gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin zu auf dem Gebürge ein anderer um eine gegebene Seigerteufe tieferer oder höherer Punkt liegen soll:

Man verlangt selbigen.

Auflösung.

Findet sich § 653.

§. 145'.

Nach vor. § lassen sich leicht in einer Vertikalfläche Punkte bestimmen, die um eine gegebene Seigerteufe höher oder tiefer liegen, als jeder der nächst vorhergehenden.

Das kann auch nach 626 geschehen.

Hieher gehört auch: Punkte anzugeben, die in einer durch zween angewiesene Punkte A und B laufende seigere Ebne dergestalt liegen, daß sie sich mit A und B in einer geraden Linie befinden. Und davon giebt 632 Unterricht.

§. 146'.

Ein Ort wird von einem gegebenen Punkte A weg in einem gegebenen Streichen getrieben;

Auch soll ein Schacht von einer Strecke oder vom Tage nieder seiger bis auf des Orts Sohle dergestalt gesunken werden, daß das Ort eine gewisse söhlige Länge = S von A aus erreicht haben muß, ehe es mit dem Schachte durchschlägig wird:

Man verlangt den Punkt, wo man sich deshalb mit dem Schachte zu lagern habe.

Auflösung.

Wird nach 521 bewerkstelliget.

Exem=

Exempel.

Durch den von A bis in einen Punkt H auf der Strecke oder am Tage mit verlorner Schnur verrichteten Zug, sey nach 333 gefunden worden:

$\mathfrak{S}$ AH oder $\mathfrak{f} = 101, 200$ Ltr.

Str AH oder $\beta = 3^h$, östlich;

Nun sey des Orts gegebenes Streichen

$= 5^h$ westlich;

$S = 80, 000$ Ltr.:

So hat man

§ 421	S	$\mathfrak{f}$	b a H
hier	80, 000	101, 200	$3^h + 12^h - 5^h$
			$= 10^h = 150°$

Also die söhlige Entfernung des gesuchten Punktes von H

$= \sqrt{(6400, + 10241, 44 - 8096 \text{ Cosin } 150°)}$
$= \sqrt{(6400 + 10241, 44 + 8096 \text{ Cosin } 30°)}$
$= \sqrt{(16641, 44 + 8096 \text{ Cosin } 30°)}$

Aber

$\log 8096 = 3, 9082705$
$\log \text{Cosin } 30° = 0, 9375306 - 1$

$3, 8458111$

Giebt 7011, 5

Also die verlangte Entfernung

$= \sqrt{(16641, 44 + 7011, 5}$
$= \sqrt{23652, 94}$
$= 153, 794$ Ltr.

So viel muß man von H aus abgeben. In welchem Streichen? berechnet sich folgendergestalt.

Man hat erstlich nach eb. Trig: 10 Satze eines Winkels Sinus

$$= \frac{\sin 30°}{80, 00} \cdot 153, 794$$

= sin

$= \sin 73^\circ 59'$
$= \sin 4^h 7\frac{1}{2} m.$

Da nun des Ortes Streichen $= 5^h$ westlich, und der AH ihres $= 3^h$ östlich: folglich der HA Streichen $= 3^h$ westlich: So muß HA der von H aus abzugebenden söhligen Länge zur Linken liegen: Folglich das gesuchte Streichen $= 7^h \; 7\frac{1}{2}$ m westlich seyn, (256 I).

§. 147.

Auch folgendes Verfahren ist zu Auflösung vor. §s brauchbar, zumal, wenn der Schacht soll vom Tage nieder gesunken werden:

Man gebe nämlich des Punktes A Oertung ab, und von dieser aus in dem gegebenen Streichen eine söhlige Linie (276) deren Länge gleich der gegebenen.

§. 148.

Einen Punkt in die Teufe zu fällen.

Auflösung.

Erwähnt 430.

Exempel.

In der Grube ist eine Strecke EF (Fig. 175) angewiesen, deren Streichen γ man schon weiß, oder erst gefunden hat;

Von B wird ein seigerer Schacht nach dieser Strecke zu abgesunken:

Die Frage ist: Ob, und wo dieser Schacht auf der Strecke durchschlägig werde?

Dies zu beantworten, dient folgendes:

Man verrichte von B bis auf die Strecke in C mit verlorner Schnur einen Zug, und

Suche der CB Sohle CA und Streichen (333).

Ist selbiges $= \gamma$: So trift der Schacht die Strecke in einem Punkte A der von C um CA = S CB entfernt ist und dahin zu liegt, wohin ihn der CB Streichen Beschaffenheit anweiset;

Ist

Ist Str. CB nicht = γ: So wird der Schacht mit der Strecke nicht durchschlägig, sondern trift die durch E, F, laufende söhlige Ebne in einen Punkt A′, der von C weg um CA′ = S CB so wie es in der CB Streichen und dessen Beschaffenhei t bestelt, liegt.

Um also mit dem Schachte CA′ durchschlägig zu werden, muß man von C aus in der Lage CA ein Ort treiben. Dies kann auch in einem Streichen geschehen, das von γ um 6 Stunden verschieden ist. Wo man in dieser Absicht auf der Strecke ansitzen müßte, läßt sich so bestimmen: Aus γ und der CB Streichen ist der Winkel FCA′ bekannt; Man weiß auch CA′ = S CB; Ist nun D der gesuchte Punkt: So hat man in dem bey D rechtwinklichten Drenecke CDA;

$$CD = S\,CB \text{ Cosin } ACD.$$

Durch dieses Exempel wird auch 431 erläutert seyn.

§. 149′.

In einem seigern Schachte einen **Punkt** anzugeben, **wo** angesessen werden muß, wenn von demselben ein Ort in einem gegebenen Streichen getrieben, und solches in einen anderswo gegebenen Punkt durchschlägig gemacht werden soll.

Auflösung.

Steht in 435.

§. 150′.

Einen **Punkt** zu finden, daß, wenn man sich durch selbigen eine Vertikallinie vorstellt, diese die Sohle zweyer in der Grube angewiesener Oerter trift.

Auflösung.

Wird nach 440 bewerkstelliget.

§. 151′.

Einen **Punkt** der Kreuzlinie zu finden, lehrt 498.

§. 152′.

§. 152'.

Einen **Punkt** des Ausgehenden abzugeben, zeigt 508; 509.

§. 153'.

Dadurch kann man auch einen **Punkt** angeben, von dem weg auf dem Gange ꝛc. ein Schacht oder Ueberhauen betrieben werden soll, damit in einen gegebenen Punkt durchschlägig zu werden.

§. 154'.

Man hat einen Punkt C des Ausstreichen eines Ganges dessen Streichen γ und Fallen φ bekannt.

Es wird ein **Punkt** B verlangt, daß wenn man von selbigem einen seigern Schacht sinkt mit diesem der bekannte Gang in einer gegebenen Seigerteufe ersunken werde.

Auflösung.

Enthält § 519.

Beyspiel.

Des Ganges Streichen sey $= 2^h$
Fallen $= 70°$, gegen Abend
Die vorgeschriebene Sgteufe $= 48, 000$ Ltr:

So berechnete sich die söhlige Länge die von C aus in einem westlichen Streichen $= 8^h$ abgegeben werden muß, folgendergestalt:

$$\begin{array}{rl} \log 48, 000 & = 1, 6812412 \\ \log \text{Cotang } 70° & = 0, 5610659 - 1 \\ \hline & 1, 2423071 \end{array}$$

Giebt 17, 471 Ltr.

Der Endpunkt dieser von C aus nach 276 abzugebenden söhligen Länge, liegt entweder auf oder seiger über dem verlangten Punkte.

§. 155'.

§. 155'.

Auf einer Strecke, dessen Streichen β man weiß, ist ein Punkt C des Durchschnittes eines Ganges, von dem seine Lage bekannt, gefunden worden:

Man soll von C aus in der Strecke Streichen einen Punkt b angeben, daß der Gang mit einem Richtschachte (545) ersunken werden könne.

Auflösung.

Giebt § 522.

Beyspiel.

Es sey $\beta = 7^h$, und die Zahlen in vor. Exempel beybehalten; so hat man

log 48. Cot 70° = 1, 2423071
log sin 105° *) = 0, 9849438 — 1, abgezogen
1, 1574633

Giebt 14, 370 Alr.

§. 156'.

Wenn kein Punkt C bekannt: So lösen sich die Aufgaben 154', 155' nach 524, 525.

R.

Reducirte Streichung.

§. 157'.

Aus der Mugnetabweichung = d, und observirten Streichung = β, die reducirte = γ zu finden.

Auflösung.

Steht im 248 §.

§. 158'.

*) §. 255 IV.

§. 158.

Nach der Sturdenbezeichnung im 204 findet man allmal γ durch

$$\beta + d$$

wenn man nur gehörig auf das Positive und Negative Acht giebt.

Käme so $\gamma > 12^h$: So zieht man davon 24 Stunden ab, wenn dieses γ positiv; Ist es negativ: So setzt man 24 Stunden dazu, und man bekommt ein γ nach 204 ausgedruckt.

Der Beweis läßt sich leicht auf ähnliche Art, wie für die Formeln in 248 führen.

Nach a. §s V ist

$$d = 1^h \tfrac{3}{4} \text{ östlich},$$

und

$$\beta = 11^h\ 2\tfrac{1}{4} \text{ westlich}$$
$$= -0^h\ 5\tfrac{3}{4}$$

gegeben: Also hat man

$$\gamma = -0^h\ 5\tfrac{3}{4} + 1^h\ \tfrac{3}{4}$$
$$= +0^h\ 3.$$

Für

$$\beta = 1^h \text{ westlich}$$
$$= -11^h, \text{ und}$$
$$d = 1^h\ \tfrac{3}{4} \text{ westlich}$$
$$= -10^h\ 7\tfrac{1}{4}$$

hat man

$$\gamma = -11^h + (-10^h\ 7\tfrac{1}{4})$$
$$= -21^h\ 7\tfrac{1}{4}$$
$$= -21^h\ 7\tfrac{1}{4} + 24^h$$
$$= +2^h\ \tfrac{3}{4}.$$

Richtschacht.

§. 159.

Wo mit einem Richtschacht anzusitzen, zeigt § 544.

R ö s ch e.

§. 159′.

Den eines Ortes Rösche zu kommenden Winkel, den Röschenwinkel zu berechnen, lehrt 424 II *); Auch 665.

§. 160′.

Die Länge, das Streichen und Gefälle einer Rösche zu finden.

Auflösung.

Steht § 666; 667;

§. 161′.

Einer Rösche Anfangspunkt A, Länge M und Streichen γ ist bekannt, auch wie viel ihr auf eine gegebene söhlige Länge S Gefälle P zukommt:

Man verlangt den Punkt, wo man mit dieser Rösche ausröschet.

Auflösung.

Findet sich § 669.

Beyspiel.

Indem man von A bis D, wo man glaubt, daß ausgeröschet werden wird, mit verlorner Schnur gezogen, sey dadurch nach 333 gefunden worden

$$\text{Str. } AD = 5^h\ 4 \text{ östlich}$$
$$S\ \ AD = 160,\ 500 \text{ Altr;}$$

nach 665 aus S und P,

$$\vartheta = 7'.$$

Nun sey das gegebene

$$\gamma = 3^h \text{ östlich}$$
$$M = 80,\ 000$$

So hat man

§ 669	AC	ϑ	b	ω
hier	80, 000	7′	160, 500	$5^h\ 4 - 3^h = 2^h\ 4$ $= 37^\circ\ 30'$

Also

Also die Größe der von D aus abzugebenden söhligen Linie

$$= \sqrt{(80^2 \text{ Cosin } 7'^2 + 160,5^2 - 2.80.160,5 \text{ Cosin } 7' \text{ Cosin } 37 30')};$$

Aber

$$80^2 = 6400,000000$$
$$(\text{Cosin } 7')^2 = 0,999999$$
$$160,5^2 = 25760,25$$
$$32160,249999$$

$$\log 2.80 = 2,2041200$$
$$\log 160,5 = 2,2054750$$
$$\log \text{Cosin } 7' = 0,9999991 - 1$$
$$\log \text{Cosin } 37° 30' = 0,8994667 - 1$$
$$4,3090608$$

Giebt 20370,000000,

Dies abgezogen von 32160,249999

Giebt 11790,249999

Und

$$\sqrt{11790,249999} = 108,583 \text{ Ltr.}$$

In welchem Streichen diese söhlige Länge von D aus abgegeben werden muß, berechnet sich so:

$$\log 80 = 1,9030900$$
$$\log \text{Cosin } 7' = 0,9999991 - 1$$
$$\log \text{Cosin } 37° 30' = 0,8994667 - 1$$
$$1,8045558$$
$$\log 108,583 = 2,0357408$$
$$0,7088060 - 1 = \log \sin \text{BEC}, [669].$$

Giebt 35° 57'.

$$= 2^h\, 3\tfrac{1}{4}\, m$$

Und man hat das verlangte Streichen

$$= 7^h\, 7\tfrac{1}{4}\, m \text{ östlich.}$$

Be-

Bestimmt man also nach 276 von D aus eine söhlige Länge = 108, 583 Ltr in einem östlichen Streichen = $7^h\, 7\frac{1}{2}$ m: So liegt dieser ihr Endpunkt seiger über, oder auf, dem verlangten.

§. 261''.

Es soll eine Tagerösche in ein Gebürge in gegebenen Streichen getrieben werden:

Man soll über Tage angeben, wo angesessen werden muß, um mit dieser Tagerösche Sohle in einen in der Grube angewiesenen Punkt A einzukommen.

Auflösung.

Weist 437.

S.

Schacht.

§. 162'.

Von einem angewiesenen Punkte soll bis auf eine gegebene söhlige Ebne ein Schacht seiger abgesunken werden:

Man verlangt seine Tiefe.

Auflösung.

Zeigt 336.

§. 163'.

Von einem (in der Grube oder auf dem Gebürge) gegebenen Punkte, soll ein Schacht seiger abgesunken werden:

Man verlangt seine Tiefe bis auf die Sohle eines gerade nach ihm mit gewöhnlichem Anlaufen getriebenen Ortes.

Auflösung.

Sie findet sich § 339.

§. 164′.

Zu finden, wo auf einer gegebenen Strecke mit einem Schacht angesessen werden muß, um selbigen seiger bis auf eine andere angewiesene Strecke nieder zu bringen.

Auflösung.

Enthält § 440.

§. 165′.

Dieses Schachtes (164′) Tiefe findet sich nach 442.

§. 166′.

Zwischen zweyen Gegenörtern soll in gegebenen Entfernungen von beyden, ein Schacht seiger bis auf ihre Sohle abgesunken werden:

Man will wissen, wo damit anzusitzen; auch wie tief selbiger niederzubringen ist.

Auflösung.

Giebt § 434.

§. 167′.

Es soll von einer Strecke oder am Tage nieder ein Schacht auf einem Gange, dessen Streichen und Fallen bekannt, gesunken werden, damit in einen angewiesenen Punkt durchschlägig zu werden:

Man fragt: I) wo mit diesem Schacht anzusitzen, und II) welche flache Tiefe er erreichen muß.

Auflösung.

Für I.) erwähnt 511 I;

Für II.) steht sie 511 II. rc.

Exempel.

Die söhlige Ebne, wo man sich mit dem Schachte zu lagern hat, sey von dem gegebenen Punkte

= 40, 400 Ltr. seiger entfernt:

und des Ganges Fallen

= 60°:

So

So ist

§ 511, III	h	φ
hier	40, 400	60°

Also

$$\log 40,\ 400 = 1,6063814$$
$$\log \sin 60° = 0,9375306 - 1, \text{abgez}$$
$$1,7688508$$

Giebt 58, 729 Ltr. als die verlangte Tiefe.

§. 168'.

Wo auf einer gegebenen söhligen Ebne mit einem Richtschacht anzusitzen, zeigt 544.

§. 169'.

In der Gegend des Hangenden eines Ganges, dessen Streichen und Fallen bekannt, ist ein Punkt A angewiesen, der von einem gegebenen C des Durchschnittes des Ganges mit der durch A laufenden söhligen Ebne, (dergleichen die Sohle einer Strecke, oder am Tage), in einem Streichen liegt, das von des Ganges seinem um 6 Stunden verschieden ist;

Nun soll von A nach dem Gange ein Schacht seiger abgesunken werden:

Der Markscheider soll angeben, in welcher Tiefe der Gang mit dem Schachte erbrochen werde.

Auflösung.

Man ziehe von A bis C:

Dadurch hat man S AC, (333).

Diese in die Tangente des Ganges Fallens multiplicirt, giebt die verlangte Seigerteufe (521).

§. 170'.

Zu finden, was voriger § verlangt, wenn nur in der Gegend des Ganges Hangenden ein Punkt gegeben und des Ganges Streichen γ und Fallen φ bekannt

Auflösung.

Trift man in 534. § an.

Exempel.

Es sey

$\gamma = 5^h$

$\varphi = 60°,$

und durch den Zug wie angeführter § III verlangt, gefunden worden

S Cb = 15, 723 Ltr

Str Cb = 3^h, östlich:

So ist

§ 523	Cb	BbC	φ
hier	15, 723	$5^h - 3^h = 2^h$	60°
		$= 30°$	

Also

log 15, 723 = 1, 1965354

log sin 30° = 0, 6989700 − 1

log tg 60° = 0, 2385606

1, 1340760

Giebt 13, 625 Ltr.

§. 171'.

Vorige Auflösung setzt voraus, daß man in der durch b (534) gehenden söhligen Ebne einen Punkt C ihres Durchschnittes mit der Gangesebne angeben könne. Dies kann nicht allemal geschehen. Für diesen Fall nun dient zu Auflösung vor. §s der 535.

Beyspiel.

Indem man des Punktes b Oertung b' gesucht, habe man der bb' Seigerteufe nach 533

= 122, 623 Ltr.

gefunden, durch den Zug von b' bis in einen nach 508 auf des Ganges Ausgehenden abgegebenen Punkt, C' aber,

S C'b' = 157, 230 Ltr

Str C'b' = 3^h östlich;

übrigens sey γ und φ wie in vor. §s Beyspiele.

Man

Man hat daher

log 157, 230 = 2, 1965354
log sin 30° = 0, 6989700 — 1
log. tg 60° = 0, 2385606

2, 1340760

Giebt 136, 250 Allr.

Dieses ist die Seigerteufe, in der der Gang erbrochen würde, wenn man von b' am Tage einen Schacht seiger absänke. Die verlangte ist daher 136, 250 — 122, 625 = 13, 625 Alr.

§. 171''.

Bey den Aufgaben 169, 170', 171' ist § 538 in Acht zu nehmen.

§. 172'.

Auf einem Gange, von dem man sein Streichen und Fallen weiß, ist ein Punkt gegeben, von welchem auf genanntem Gange ein Schacht gesunken werden soll:

Man fragt: wie tief abgesunken werden muß, um mit diesem Schacht einen andern übersetzenden Gang, dessen Streichen und Fallen ebenfalls bekannt, zu erbrechen.

Auflösung.

Steht § 553, verbunden mit 551,

§. 173'.

Wäre schon auf dem Gange abgesunken, und man wollte wissen, wie tief der Schacht bis an den übersetzenden Gang, noch niederzubringen ist:

So verfährt man wie 554 anweiset.

§. 174'.

In der Grube ist ein Punkt A gegeben:

Es soll am Tage ein Punkt B bestimmt werden, von dem weg ein seigerer Schacht in A eintreffe; auch verlangt man seine Tiefe

Auflösung.

B muß des Punktes A Oertung seyn.

Man findet daher B nach 427 und die Tiefe nach 333.

§. 175.

Von einem in der Grube gegebenen Punkte A wird ein Ort in einem bekannten Streichen γ getrieben;

In einer vorgeschriebenen söhligen Länge = S soll aus einem seiger abzusinkenden Schacht ein Gegenort aufgehauen werden:

Der Markscheider soll angeben:

I) Wo man sich deshalb mit dem Schacht am Tage, oder auch, in der Grube auf einer in eben dem Streichen γ seiger über A getriebenen Strecke lagern müsse, und

II) wie tief der Schacht bis auf des Gegenortes Sohle, niederzubringen ist.

Auflösung.

Für I) steht sie in 423;

Für II) in 433 verbunden mit 339.

§. 176.

Am Tage ist auf dem Ausgehenden eines Ganges, dessen Lage bekannt, ein Punkt A gegeben;

Auch in der Grube ein Punkt B, welcher eben nicht auf dem Gange liegen muß:

Man soll des von A nach der durch B laufenden söhligen Ebne abzusinkenden Schachtes seigere und flache Tiefe angeben.

Auflösung.

Man ziehe von B bis A:

Dadurch hat man Sg BA:

Diese ist des Schachtes seine.

Aus selbige und des Ganges Fallen findet sich nach 511 III des Schachtes flache Tiefe.

§. 177.

§. 177.

A kann auch auf dem Durchschnitte des Ganges mit der Sohle einer Strecke gegeben seyn, und Aufgabe und Auflösung bleiben eben dieselben.

§. 178.

Auf einem flachen Gange ist ein Bau verführt worden, daß man dessen Streichen und Fallen abnehmen kann;

Ausser diesem Gange ist in der Grube ein Punkt A gegeben:

Die Frage ist: I) Ob gleich genannter Gang von A weg mit einem seigern Schachte ersunken werden kann, und II) in welcher Teufe?

Auflösung.

I. Auf dem Gange nehme man einen Punkt B da an, wo der Bau verführt worden;

II. Ziehe von B bis A, und bringe des Punktes A Oertung D zu Tage aus;

III. Auch bestimme man von D aus, einen Punkt C des Ausgehenden (508):

IV. Durch diese Verfahren weiß man
Sg BA, und ob sie steigend oder fallend,
Str DC und dessen Beschaffenheit, und
Sohle DC.

V. Ist nun Sg BA steigend und streicht DC nach eben der Weltgegend, nach der der Gang von B aus aufsteigt: So liegt A in des Ganges Hangenden und der Gang kann mit einem Schachte ersunken werden. Eben das wird geschehen, wenn Sg BA fallend und DC nach der Weltgegend streicht nach der der Gang von B aus fällt.

VI. Die seigere Tiefe des abzusinkenden Schachtes findet sich nach 535.

§. 178′.

Auf dem Kreutze zweyer Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, soll von einem da gegebenen Punkte A bis auf eine, durch einen andern tiefern angewiesenen Punkt B laufende söhlige Ebne, ein Schacht gesunken werden:

Man will wissen, in welcher Lage und wie tief der Schacht abzusinken ist.

Auflösung.

Man suche dieser Gänge Kreutzlinie Lage:
Diese ist des Schachts seine.
Nun sey von B bis A gezogen:
Dadurch hat man
Sg BA, (333);

Dividirt man nun diese durch den Sinus der Kreutzlinie Neigungswinkel:

So hat man die verlangte flache Tiefe.

§. 179′.

Mit einem Querschlage sind zwey verschiedene, jedoch in der Tiefe einander zu fallende Gänge erbrochen, deren Streichen und Fallen bekannt:

Nun soll von diesem Querschlage ein Schacht seiger bis auf das Kreutz beyder Gänge abgesunken werden:

Die Frage ist: Wo hat man sich mit dem Schachte oder Abteufen zu lagern und wie tief muß man absinken?

Auflösung.

Sie ist einerley mit der in § 98′; oder 99′; 100′, 101′; 102′.

Seigerriß.

§. 180′.

Einen zu fertigen, lehrt 339.

Seiger=

Seigerteufe.

§. 181'.

Einer Linie Seigerteufe zu finden, wenn ihre Lage und Neigung gegeben.

Auflösung.

Steht in 263:

§. 182'.

Einer Linie Seigerteufe zu berechnen, wenn man nicht von der Linie Anfangspunkt bis zu ihrem Endpunkt eine Schnur ziehen kann.

Auflösung.

Lehrt 333; Auch 272.

§. 183'.

Länge und Sohle einer Linie ist bekannt: Man verlangt ihre Seigerteufe.

Auflösung.

Findet sich § 270, 3).

§. 184'.

Aus einer Linie Sohle und Neigung die Seigerteufe zu finden.

Auflösung.

Die hat man in 270, 8).

§. 185'.

Seigerteufe eines Schachts zu finden, sehe man: Schacht.

Sohle.

§. 186'.

Einer Linie Sohle zu finden, wenn ihre Länge und Neigung gegeben, lehrt 263.

§. 187'.

Unter den Bedingungen des 182'. §s einer Linie Sohle zu finden.

Auflö-

Auflösung.

Giebt § 333.

§. 188'.

Länge und Seigerteufe einer Linie sind gegeben: Man verlangt ihre Sohle.

Auflösung.

Die hat man in § 270 1).

§. 189'.

Aus einer Linie Seigerteufe und Neigung die Sohle zu berechnen.

Auflösung.

Findet sich § 270 6).

§. 190'.

Mittelst einer Linie Streichsinus und Streichkosinus ihre Sohle zu finden

Auflösung.

Wird nach 285, 1) bewerkstelliget.

§. 191'.

Der Streichsinus nebst dem Streichen ist gegeben: Es soll die Sohle gefunden werden.

Auflösung

Diese trift man § 287 3) an.

§. 192'.

Streichen und Streichkosinus ist bekannt: Man verlangt die Sohle.

Auflösung.

Ist in 287 7) enthalten.

Streichen.

§. 193'.

Selbiges zu finden:

1) Von

I) Von einer Linie; lehrt 200, 201, 248; Auch 333;
II) Von einem Gange und Flötze; 317 453, 454; 471; 482;
III) Des Ausgehenden seines; 507;
IV) Der Kreutzlinie ihres; 489:
V) Der Ebne des Ansteigens; 506;
VI) Der Vierungslinie; 564;
VII) Einer Wasserrösche; 666.

§. 194′.

Aus dem Streichsinus und Streichkosinus das Streichen zu finden.

Auflösung.

Steht § 285, 2) verbunden mit 286.

§. 195′.

Aus dem Streichsinus und der Sohle das Streichen zu berechnen.

Auflösung.

Die giebt die Formel in 287, 1).

§. 196′.

Streichkosinus und Sohle ist gegeben:
Man verlangt das Streichen.

Auflösung.

Dazu dient die Formel 287 5).

Streichsinus und Streichkosinus.

§. 197′.

Diese Größen aus der Sohle und dem Streichen zu berechnen.

Auflösung.

Diese enthält § 282.

§. 198′.

Einer Linie Streichsinus und Streichkosinus zu finden, wenn man von der Linie Anfangspunkt bis

zu

zu ihrem Endpunkt unmittelbar keine Schnur ziehen kann, wie vor. § voraussetzt.

Auflösung.

Ist in 333 enthalten; oder vielmehr in 290.

§. 199'.

I. Aus der Sohle und dem Streichsinus, den Streichkosinus zu finden.

II. Diesen aus dem Streichen und Streichsinus.

Auflösung.

Wird bewerkstelliget, für I nach der Formel in 287 2); Für II nach der in a. §. 4).

§. 200'.

Den Streichsinus zu berechnen:

I) aus der Sohle und dem Streichkosinus;

II) Dem Streichkosinus und Streichen.

Auflösung.

Für I giebt die Formel 287 6);
II 8).

Strecke, Stolln.

§. 201'.

Sehe man: Ort.

T.

Tafeln.

§. 202'.

Sohlen und Seigerteufen Tafeln zu fertigen.

Auflösung.

Enthält § 264.

§. 203'.

§. 203′.

Streichsinusse und Streichkosinusse Tafeln zu berechnen.

Auflösung.

Wird nach 284 V ꝛc. bewerkstelliget.

Tagerösche, Tagestoln.

Sehe man: Rösche.

T e i ch.

§. 204′.

Einen Teich abzustecken.

Auflösung.

Lehrt § 683; 684.

§. 205′.

Eines Teichdammes untere Breite abzustecken.

Auflösung.

Steht § 686.

§. 206′.

Den Teichdamm auszugleichen; erwähnt 687.

§. 207′.

Eines Teichspiegels Inhalt zu finden.

Auflösung.

Die lernt man in 695.

§. 208′.

Teichdammes Inhalt zu berechnen.

Auflösung.

Davon § 701.

§. 209′.

Teiches Inhalt zu berechnen, zeigt § 703.

II.

Uebersichbrechen; Ueberhauen.

§. 210'.

Auf einem flachen Gange ist ein Bau verführet, daß man des Ganges Streichen und Fallen abnehmen kann;

Nun ist in der Grube ausser dem Gange ein Punkt A angewiesen:

Der Markscheider soll angeben: Ob genannter Gang von A aus mit einem seigern **Ueberhauen** zu erbrechen ist, und in welcher Höhe:

Auflösung.

Man thue was 177' I, II, III, IV befielt:

So liegt der Punkt im Liegenden, wenn entweder Sg BA steigend und DC nach der Gegend streicht, nach der der Gang fällt; oder, wenn Sg BA fallend und DC nach der Gegend sein Streichen nimmt, nach der der Gang aufsteigt.

Die seigere Höhe findet sich nach 536.

§. 211'.

Wenn schon von A weg ein **Ueberhauen** betrieben worden: So entscheidet 539, ob etwa der Gang schon erbrochen sey.

Ist das nicht: So findet man, wie weit seiger bis an den Gang noch **überhauen** werden muß: Wenn man von der nach 536 gefundenen seigern Höhe die schon erreichte abzieht.

§. 212'.

Von zween einander durchschneidenden Gängen, ist das Streichen γ, γ' und Fallen F, F' bekannt, und auf jedem wenigstens ein Punkt A, B, gegeben;

Aus

Aus dem tiefsten A soll auf dem ersten Gange, (dessen Streichen γ und Fallen F), nach dem andern ein Uebersichbrechen AC getrieben werden:

Es fragt sich: Ob mit solchem und in welcher Flachenhöhe, AC, (Fig 177), der Gang erbrochen werden könne?

Auflösung.

I. Man ziehe von A, bis B;

II. Suche, nach 333, der AB Seigerteufe = BD, Sohle = AD, Streichen = β, und Fallen = φ;

III. Aus β und γ, nach 255 VI, den Winkel DAE = τ; Und

IV. Aus φ und τ den W BED = δ, durch

$$\mathrm{Cosin}\ \delta = \frac{\mathrm{Cosin}\ \varphi}{\sin \tau}\ (\text{sph. Trig.});$$

VI. Hierauf:

$$DE = \frac{BD}{\mathrm{tang}\ \delta} = \frac{\mathfrak{Sg}\ AB}{\mathrm{tang}\ \delta};$$

VII. $$\sin AED = \sin \mu = \frac{AD \sin \tau}{DE} = \frac{\mathfrak{S}\ AB \sin \tau}{DE} = \frac{\mathfrak{S}\ AB \sin \tau}{\dfrac{\mathfrak{Sg}\ AB}{\mathrm{tang}\ \delta}} = \frac{\mathfrak{S}\ AB\ \mathrm{tang}\ \delta \sin \tau}{\mathfrak{Sg}\ AB} = \mathrm{Cot}\ \varphi\ \mathrm{tang}\ \delta \sin \tau;$$

VIII. $AE = \frac{AD \sin ADE}{\sin \mu}$

$= \frac{\text{S} AB \sin (\tau + \mu)}{\sin \mu}$

IX. $AC = \frac{AE}{\text{Cosin } F}$

$= \frac{\text{S} AB \sin (\tau + \mu)}{\sin \mu \text{ Cosin } F}$

X. Des Uebersichbrechens seigere Höhe EC ist

$= AE \text{ tang } F$

$= \frac{\text{S} AB \sin (\tau + \mu)}{\sin \mu} \text{ tang } F.$

XI. Wenn A in der Gegend des andern Ganges Liegenden liegt: so kann dieser mit dem Ueberhauen erbrochen werden.

XII. Exempel: Es sey

$\gamma = 0^h$

$\beta = 4^h$ östlich

$F = 60°$

$\varphi = 64°$

S AB = 211, 700 Ltr:

So hat man

$\tau = 6^h + 0^h - 4^h$

$= 2^h$

$= 30°,$

und δ durch folgende Rechnung (IV):

log Cosin 64° = 0, 6418420 — 1
abgez. log sin 30° = 0, 6989700 — 1

0, 9433720 — 1

Giebt $\delta = 28° \, 31'$.

Nun μ zu finden (VII):

log Cotang 64° = 0, 6881818 — 1
log tang 28° 31' = 0, 7350656 — 1

log

$\log \sin 30^\circ = 0,6989700 - 1$

$0,1222174 - 1$

Giebt $\mu = 7^\circ\ 37'$.

Zur Berechnung von AC hat man

$\tau + \mu = 37^\circ\ 37'$;

$\log 211,700 = 2,3257209$

$\log \sin 37^\circ\ 37' = 0,7855972 - 1$

$2,1113181$, (A′

$\log \sin 7^\circ\ 37' = 0,1223624 - 1$

$\log \mathrm{Cosin}\ 60^\circ = 0,6989700 - 1$

8213324 — 2 abgez. von gleichvorstehender Summe A′

$3,2899857$

Giebt AC = 1949, 700 Ltr.

Berechnung des Uebersichbrechens seigere Höhe CE:

Zur Summe A′ = 2,1113181, kommt noch

$\log \mathrm{tg}\ 60^\circ = 0,2385606$

$2,3498787$

Davon $\log \sin 7^\circ\ 37' = 0,1223624 - 1$, abgezogen

$3,2275163$

Giebt CE = 1688, 500 Ltr.

XIII. Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben, dient folgendes:

XIV. Da liegen die Fallebnen ACE, ECF (Fig. 178) in einer und derselben Ebne ACF:

Daher der AF Streichen von γ um 6 Stunden unterschieden: Folglich bekannt; Auch der AD oder AB ihres = β, (II): Also auch W DAF = τ:

Man hat folglich, (wenn BFD auch = δ gesetzt wird)

$$\mathrm{Cosin}\ \delta = \frac{\mathrm{Cosin}\ \varphi}{\sin \tau}\ \text{(wie in IV)}:$$

Daher

$\sin AFD$ oder $\sin \mu$

$= \text{Cot}\, \varphi \sin \tau \text{ tg } \delta$, (wie in VII).

und $AF = \dfrac{\mathfrak{S}\, AB \sin (\mu + \tau)}{\sin \mu}$ (VIII).

Folglich:

$$AC = \frac{AF \sin F'}{\sin (F + F')}$$
$$= \frac{\mathfrak{S}\, AB \sin (\mu + \tau) \sin F'}{\sin (F + F') \sin \mu}$$

§. 213'.

I. AC in IX vor. §s findet sich auch auf folgende Art:

II. Es sey

$EAF = \alpha$,

$EFA = \varepsilon$:

So ist, aus γ, γ', nach 255 IV und 306 der Winkel $AEF = \nu$ bekannt, und man hat (nach Kästners Astronomische Abh. 1 Th. S. 90 § 105)

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) = \frac{\text{Cosin } \tfrac{1}{2} (F' - F) \text{ Cot } \tfrac{1}{2} \nu}{\sin \tfrac{1}{2} (F + F')}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) = \frac{\sin \tfrac{1}{2} (F' - F) \text{ Cot } \tfrac{1}{2} \nu}{\text{Cosin } \tfrac{1}{2} (F + F')}$$

Folglich aus dieser Winkel so berechneten halben Summe und halben Differenz die Winkel α, ε selbst, (eb. Trig. 13 S.).

III. Nun sey

$DAE = \eta$, (welches man aus β und γ findet)

$AFD = \sigma$,

$BFD = \omega$

So hat man auf ähnliche Art wie in IV und VII vor. §s

Cosin

$$\text{Cosin}\ \omega = \frac{\text{Cosin}\ \varphi}{\sin(\eta + \alpha)}$$

$$\sin\sigma = \text{Cot}\ \varphi\ \text{tang}\ \omega \sin(\alpha + \eta);$$

IV. Aber

$$AF = \frac{AD \sin ADF}{\sin AFD}$$

$$= \frac{\text{S} AB \sin(\alpha + \eta + \sigma)}{\sin\sigma},$$

$$AE = \frac{AF \sin \varepsilon}{\sin \nu}$$

$$= \frac{\text{S} AB \sin\varepsilon \sin(\alpha + \eta + \sigma)}{\sin\sigma \sin\nu}$$

V. Also

$$AC = \frac{\text{S} AB \sin\varepsilon \sin(\alpha + \eta + \sigma)}{\text{Cosin}\ F \sin\sigma \sin\nu}$$

VI. Exempel.

Es sey

$F' = 70°$

$F = 40°,$

gegeben

$\nu = 30°$

$\eta = 15°$

$\varphi = 64°$

S $AB = 211,700$ Ltr,

gefunden, worden: So ist

$\frac{1}{2}\nu = 15°$

$\frac{1}{2}(F' + F) = 55°$

$\frac{1}{2}(F' - F) = 15°;$

log Cosin $15° = 0,9849438 - 1$

log Cotang $15° = 0,5719475$

$0,5568913$

 log

log sin 55° = 0, 9133645 — 1 abgez.

0, 6435268

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) = 77° 12'$

log sin 15° = 0, 4129962 — 1

log Cot 15° = 0, 5719475

0, 9349437 — 1

log Cosin 55° = 0, 7585913 — 1

0, 2263524

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) = 59° 18'$

136° 30′ Summe

17° 54′ Differenz

halbe Summe = 68° 15′ = α,

halbe Diff. = 8° 57′ = ε.

ω zu berechnen, (III):

$\eta + \alpha = 15° + 68° 15' = 83° 15$

log Cosin 64° = 0, 6418420 — 1

log sin 83° 15′ = 0, 9969792 — 1

0, 6448628 — 1

Giebt $\omega = 63° 48'$.

σ zu finden, (III):

log Cot 64° = 0, 6881818 — 1

log tang 63° 48′ = 0, 3079811

log sin 83° 15° = 0, 9969792 — 1

0, 9931421 — 1

Giebt $\sigma = 79° 51'$.

Berechnung von AC, (V):

$\alpha + \eta + \sigma = 68° 15' + 15° + 79° 51'$

= 163° 6′

log 211, 700 = 2, 3257209

log sin 8° 57′ = 0, 1919328 — 1

log sin 163° 6′ = 0, 4634483 — 1

0, 9911020 (A

log

$$\log \text{Cosin } 40^\circ = 0,8842540 - 1$$
$$\log \sin 79^\circ 51' = 0,9931494 - 1$$
$$\log \sin 30^\circ = 0,6989700 - 1$$

$0,5763734 - 1$ abgez. v. vorst. Summe

$1,4147286$

Giebt $AC = 25,985$ Lachter.

VII. Für des Uebersichbrechens seigere Höhe hat man

$$CE = AE \text{ tg } F$$
$$= \frac{S \, AB \sin \varepsilon \sin (\alpha + \eta + \sigma) \text{ tang } F}{\sin \sigma \sin \nu}$$

VIII. Exempel.

Zur Summe $A = 0,9911020$

kommt noch $\log \text{tg } 40^\circ = 0,9238135 - 1$

$0,9149155$

Davon abgezogen, die Summe von

$$\log \sin 79^\circ 51 = 0,9931494 - 1$$
$$\log \sin 30^\circ = 0,6989700 - 1$$

$0,6921194 - 1$

Differenz $= 1,2227961$

Giebt

$CE = 16,703$ Lachter.

214.

I. Nach Kästners Astronomische Abhandlung Seite 86, § 88 rc. findet sich α, ε durch

$$\text{tang } \alpha = \frac{\sin \nu \text{ Cotang } F}{\text{Cosin } F' - \text{Cotang } F \sin F' \text{ Cosin } \nu}$$

$$\text{tang } \varepsilon = \frac{\sin \nu \text{ Cotang } F'}{\text{Cosin } F - \text{Cotang } F' \sin F \text{ Cosin } \nu}$$

Diese Formeln sind zwar brauchbar, aber nur Folgen daraus herzuleiten; zur Rechnung mit Logarithmen sind sie nicht bequem genug. Inzwischen lassen sie sich dazu folgendermaaßen einrichten.

II. Was das Produkt Cotang F Cosin ν giebt sehe man als eine Cotangente an, der der Bogen u zugehöre, also Cotang F Cosin ν = Cotang u.

Dies macht

$$\text{Cosin } F' - \text{Cotang } F \sin F' \text{ Cosin } \nu = \text{Cosin } F' - \text{Cotang } u \sin F' = \frac{\sin u \text{ Cosin } F' - \sin u \text{ Cotang } u \sin F'}{\sin u}$$

$$= \frac{\sin u \text{ Cosin } F' - \text{Cosin } u \sin F'}{\sin u}$$

$$= \frac{\sin (u - F')}{\sin u};$$

Also

$$\text{tang } \alpha = \frac{\sin u \sin \nu \text{ Cotang } F}{\sin (u - F')}$$

Der Zähler davon ist

$$= \sin u \sin \nu \frac{\text{Cosin } \nu}{\text{Cosin } \nu} \text{ Cotang } F$$

$$= \sin u \text{ tang } \nu \text{ Cosin } \nu \text{ Cotang } F$$

$$= \sin u \text{ tang } \nu \text{ Cotang } u$$

$$= \sin u \frac{\text{Cosin } u}{\sin u} \text{ tang } \nu$$

$$= \text{Cosin } u \text{ tang } \nu:$$

Folglich

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{tang } \nu \text{ Cosin } u}{\sin (u - F')}.$$

Eben

Eben so findet sich

$$\text{tang } \varepsilon = \frac{\text{tang } v \text{ Cosin } u}{\sin (u - F)}$$

III. Wenn man α gefuuden hat kann man ε durch

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin \alpha \text{ Cosin } F'}{\text{Cosin } F}$$

finden, welches aus sphärische Trig. 1 Satze folgt.

IV. In so ferne u genau in den Tafeln steht, ist dieses Verfahren völlig scharf, sonst nur in so weit unrichtig als man für den eigentlichen Winkel einen in den Tafeln nimmt, der ihm am nächsten kommt.

V. Man hat auch

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Cosin } F'}{\sin v \text{ Cotg } F} - \text{Cosin } F' \text{ Cot } v$$

Denn

$$\frac{1}{\text{tang } \alpha} = \text{Cot } \alpha$$

$$= \frac{\text{Cosin } F' - \text{Cotang } F \text{ Cosin } F' \text{ Cosin } v}{\sin v \text{ cotang } F}$$

$$= \frac{\text{Cosin } F'}{\sin v \text{ cot } F} - \frac{\text{cot } F \text{ cosin } F' \text{ cosin } v}{\sin v \text{ cot } F}$$

VI. Daß bey diesen Formeln auch der Sinustotus = 1 gesetzt ist, und daher bey der Rechnuhg mit Logarithmen die der trigonometrischen Linien in den Tafeln, (wie bey allen bisherigen Rechnungen geschehen ist) um 10 vermindert werden müssen, ist kaum zu erinnern nöthig.

VII. Uebrigens kann bey der Formel V jeder Theil eine ziemliche große Zahl seyn, also einen Logarithmen bekommen, aus dem sich die Zahl selbst nicht sehr scharf finden läßt. Und dem ohngeachtet kann dieser großen Zahlen Unterschied eine kleine Zahl seyn: Diese würde man also

also nicht so genau finden als nöthig ist; wenn man die beyden Größen nicht genau hätte. Daher diese Formel (V) für Logarithmen nicht so brauchbar, als II.

Gleiche Erinnerungen finden sich auch in a. Astronomischen Abhandlungen Seite 190 § 104, gemacht.

§. 215'.

Von einem gegebenen Punkte F soll bis auf eine durch einen andern gegebenen Punkt A laufende söhlige Ebne ein **Uebersichbrechen** gebracht werden.

Man verlangt seine Höhe.

Auflösung.

Man ziehe von F bis A, und suche nach 333 der AF Seigerteufe.

§. 216'.

Von einem gegebenen Punkte F will man ein **Uebersichbrechen** bis auf die Sohle eines nach ihm getriebenen Ortes bringen:

Es wird seine seigere Höhe verlangt.

Auflösung.

Man nehme auf des Ortes Sohle einen Punkt A an; Ziehe von selbigen bis F,

und suche die verlangte Seigerteufe durch

$$Sg\ AF - \frac{p.\,l}{100}\ (339).$$

§. 217'.

Von einem gegebenen Punkte A wird ein Ort in gegebenen Streichen getrieben:

Man will wissen, wo man auf einer tiefer als A gegebenen söhligen Ebne mit einem seigern **Uebersichbrechen** ansitzen muß damit auf des Ortes Sohle dergestalt zu erschlagen, daß das Ort von A aus eine gewisse söhlige Länge erreicht hat.

Auflösung.

Wird ganz nach 421, bewerkstelliget.

§. 218

§. 218'.

Ist des Ortes Streichen nicht gegeben, sondern das Streichen uud Fallen eines Ganges auf dem A angewiesen und das Ort mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden soll: So geschieht die Auflösung nach 424 verbunden mit 421.

§. 219'.

Auf einem Gange, von dem man sein Streichen und Fallen weiß, soll von einer angewiesenen Strecke weg nach einem aufn Gange gegebenen Punkte ein Ueberhauen gebracht werden:

Man fragt: Wo damit auf der Strecke anzusitzen?

Auflösung.

Geschieht nach 508.

§. 220'.

Soll ein Ueberhauen den Gang in einer gegebenen seigern Höhe erreichen:

So findet sich der Punkt, wo damit anzusitzen, nach 519; oder 520; 522, 524.

§. 221'.

Auf einer Strecke ist ein Punkt C des Ganges Durchschnitt mit dieser Strecke Sohle, oder auch Firste, bekannt; Imgleichen des Ganges Streichen und Fallen;

Von einem auf genannter Strecke gegebenen Punkte b weg soll nach dem Gange ein Ueberhauen getrieben werden:

Man fragt: In welcher seigern Höhe es den Gang erreichen werde?

Auflösung.

Wenn man von b bis C einen Zug verrichtet: So findet sich dadurch nach 333 der Cb Sohle und Streichen; und denn nach 523 die verlangte seigere Höhe.

§. 222

§. 222'.

Ist blos in der Gegend des Liegenden eines Ganges ein Punkt b angewiesen, von dem weg ein seigeres Uebersichbrechen bis an den Gang aufgehauen werden soll:

So findet sich dessen seigere Höhe bis an Gang nach 536.

§. 223'.

In der Grube sind zwey Oerter angewiesen, von denen man weiß, daß sie über einander einkommen;

Von dem tiefern soll nach dem obern ein seigeres Ueberhauen gebracht werden:

Man verlangt den Punkt, wo damit anzusitzen ist.

Auflösung.

Enthält § 440.

Umwenden, einen Stolln.

§. 224'.

Was dabey der Markscheider anzugeben hat, lehrt § 677.

V.

Vermessen.

§. 225'.

Davon 'XXIX.

Vierung.

§. 226'.

Auf des Jüngern Gange ist ein Punkt A gegeben;

Auch wenigstens einer B auf des Aeltern seinen;

Beyde

Beyder Gänge Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ', weiß man:

Man soll angeben: Ob A in des Aeltern Ganges Vierung liege oder nicht; und im ersten Falle, wie weit A vom Ende der Vierung liege.

Auflösung.

I. Man verrichte von A bis B einen Zug.

II. Haben nun beyde Gänge einerley Streichen: So suche man nach 565 1) die Entfernung d der Kreutzlinie von der Vierungslinie;

Dann die Entfernung D des Punktes A von der Kreutzlinie nach der Formel $\frac{S\,AB \sin\omega}{\sin(\varphi+\varphi')}$, wo ω aus der AB Streichen und dem der Fallinie des Aeltern Ganges.

Ist nun $D = d$: So liegt A in der Kreutzlinie; Für $D > d$, ausser der Vierung, $D < d$ innerhalb der Vierung:

Im letzten Falle giebt $d - D$ wie weit A vom Ende der Vierung liege.

III. Ist beyder Gänge Streichen verschieden:

So suche man d nach 565 2) und darauf, nach 566, die Länge d' der söhligen Linie zwischen der Vierungslinie und Kreutzlinie, dann D nach 498.

Ist nun $D = d'$: so liegt A in der Vierungslinie; $D > d'$ ausserhalb und $D < d'$ innerhalb der Vierung;

IV. Die Entfernung A von der Vierungslinie wird im Falle II nach der Fallinie, im Falle III aber nach einer auf des Jüngern Ganges gezogene söhlige Linie, gemessen.

V. Bey jenem Falle giebt die Entfernung, wie weit von A bis ans Ende der Vierung ein Ueberhauen zu bringen ist; bey diesem aber, wie weit auf des Jün-

Jüngern Gange von A bis an die Vierungslinie ein söhlig Ort getrieben werden muß.

§. 227'.

Wenn A (vor. §) ausser des Aeltern Ganges Vierung liegt, soll der Markscheider angeben, in welchem östlichen oder westlichen Streichen ein söhlig Ort bis an die Vierungslinie zu treiben oder bereits getrieben ist, wenn beyde Gänge verschiedenes Streichen haben.

Auflösung.

Da ist D > d', (II vor. §s) und D — d' giebt die verlangte Weite;

Liegt A in des Jüngern Ganges Hangenden: So ist des Ortes Streichen östlich oder westlich, nachdem dieser Gang recht- oder widersinnig fällt; Befindet sich A im Liegenden: So ist es westlich oder östlich, nachdem der Gang recht- oder widersinnig fällt.

§. 228'.

Bey Gängen, die einerley Streichen haben, giebt D — d (vor. §) wie tief von A auf des Jüngern Gange bis an die Vierungslinie ein Schacht zu sinken ist.

§. 229'.

Wenn A (206') in der Vierung liegt, soll der Markscheider angeben: Wie tief von A nach dem Fallen des Jüngern Ganges bis an das Ende der Vierung BC (178. Fig.) abzusinken; oder wie hoch bis dahin ein Ueberhauen zu bringen, ist; Vorausgesetzt daß beyde Gänge verschiedenes Streichen haben.

Auflösung.

I. Man suche d' (506 III) und D (a. O.);

So hat man

$$AC = d' - D,$$

und AC schneidet die Vierungslinie BC unter einen Winkel BCA = n' (565 VIII) welcher nach 495 gefunden werden kann.

Man

Man hat daher die verlangte Höhe, oder Tiefe

$$AB = (d' - D)\ tg\ n'.$$

II. Befindet sich A in der Gegend des Aeltern Ganges Liegenden: So muß von A nach der Vierungslinie ein Ueberhauen gebracht werden, sonst hat man bis dahin abzusinken.

§. 210'.

Wenn A (206') ausser der Vierung liegt, soll man angeben: Ob von A aus ein Schacht, oder Uebersichbrechen auf des Jüngern Ganges bis an die Vierungslinie gebracht werden kann; und im ersten Falle, wie tief bis dahin abgesunken; im zweyten Falle, wie hoch überhauen, werden muß.

Auflösung.

Es muß abgeteufet oder über sich gebrochen werden, nachdem A in der Gegend des Aeltern Ganges Hangenden oder Liegenden sich befindet.

Die verlangte Höhe, oder Tiefe ist

$$= (D - d')\ tang\ n'.$$

§. 211'.

Auf der Vierungslinie sind zween Punkte gegeben;

Von dem einen soll bis in dem andern ein Schacht, oder Uebersichbrechen, gebracht werden:

Man fragt: wie tief, oder hoch, abgeteuft oder überhauen, werden muß?

Auflösung.

Von dem einem dieser Punkte bis in den andern verrichte man einen Zug:

Dadurch läßt sich ihre seiger Entfernung P berechnen, (333);

Nun suche man der Kreutzlinie Neigung L:

So hat man das Verlangte

$$= \frac{P}{\sin \alpha}\ (567).$$

§. 112'.

Die Vierungslinie in Grundriß zu verzeichnen.

Auflösung.

Geschieht nach 568.

§. 213'.

Auf einem für des Jüngern Gang verfertigten Flachenrisse, ist ein Punkt C der Kreuzlinie dieses und des Aeltern Ganges gegeben:

Man soll auf genanntem Risse die **Vierungslinie** verzeichnen.

Auflösung.

I. Durch C ziehe man eine söhlige Linie in des Jüngern Ganges Streichen.

II. Setze an C eine Linie in einem Winkel = n', (565, VIII);

III. Nehme von C aus auf der söhligen Linie (I) so viel als D (226' II III) giebt,

IV. Und ziehe durch den so in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges bestimten Punkt eine Linie mit der in II parallel.

§. 214'.

Auf dem Grundrisse, auf welchem der Bau zweener Gänge, eines Aeltern und eines Jüngern, vorgestellt ist, ist ein Punkt C dieser Gänge Kreuzlinie bemerkt:

Man soll auf genanntem Risse einen Punkt G der **Vierungslinie** dergestalt angeben, daß G mit C in einer und derselben söhligen Ebne liege.

Auflösung.

I) Wird ganz nach 568 bewerkstelliget.

II) Man kann auch so verfahren:

Man ziehe auf dem Grundrisse durch C zwo Linien in dem Streichen beyder Gänge;

Ziehe in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges (wo G angegeben werden soll), eine

eine Parallele mit der vorhin in gleichgenannten Ganges Streichen gezogenen Linie, und zwar in einer Entfernung welche $\frac{3, 5 \text{ Lr}}{\sin \varphi}$ giebt:

Diese Parallele wird die durch C in des Jüngern Ganges Streichen gezogene söhlige Linie in den verlangten Punkt G schneiden.

§. 215'.

Auf dem Grundrisse 214' ist ein Punkt G der daselbst verzeichneten **Vierungslinie** AB (Fig. 180) bekannt:

Man soll in AB einen Punkt N angeben, der eines um eine gegebene Seigerteufe NQ = P höher oder tiefer als G liegenden **Punktes** Q der **Vierungslinie Projektion** auf des Grundrisses söhlige Ebne ist.

Auflösung.

Man suche der Vierungslinie Neigung (564) QGN = α;

Und trage von G aus auf AB die GN = P Cot α.

§. 216'.

In einem dem Grundrisse 215' beygefügtem Seigerrisse, die **Vierungslinie** zu verzeichnen.

Auflösung.

Man nehme in der aufn Grundrisse verzeichneten Vierungslinie einen Punkt G an;

Suche einen N der einem um eine angenommene Seigerteufe höher oder tiefer als G liegendem Punkte Q zugehört,

Und verzeichne N und G nach 399 in Seigerriß.

Vernier.

§. 217'.

Davon 88.... 101; 148.... 154.

W.

Wasserlauf, Wasserleitung.

§. 218'.

Was dabey dem Markscheider zu thun vorkommt, lehrt XXXI.

Winkel.

§. 219'.

Den Winkel zu finden, um den man fehlt, wenn man die Mittagslinien zweener Oerter als parallel annimmt.

Auflösung.

Steht § 330.

§. 220'.

Den Winkel zu schätzen, um den man fehlt wenn, man die Vertikallinien weit entlegener Oerter als parallel ansieht.

Auflösung.

Enthält § 331.

§. 221'.

Den Winkel zu finden, unter welchem auf dem Papiere ein kleiner Kreiß von einem gegebenen Durchmesser und einer gewissen Farbe ins Auge fällt, wenn solcher anfängt von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

Auflösung.

Findet sich § 388.

§. 222'.

Das Streichen und dessen Beschaffenheit zwoer in einem Punkte zusammenkommende söhlige Linien sind gegeben:

Man verlangt den Winkel, den beyde einschliessen.

Auflö-

Auflösung.

Giebt § 251; Auch 255 V.

§. 223′.

Den **Winkel** von gezogenen Schnüren anzugeben, wenn man Stücken seiner Schenkel aus dessen Spitze messen kann.

Auflösung.

Davon § 259.

§. 224″.

Aus dem Winkel, den zwo schiefe Linien einschliessen, und ihren Neigungen, den ihnen zugehörigen **söhligen Winkel** zu finden.

Auflösung

Steht § 260; 261.

§. 225′.

Den **Winkel** zu finden, den zweene einander durchschneidende Gänge mit einander machen.

Auflösung.

Die hat man § 497.

§. 226′.

Aus dem Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ' zweener Gänge, den **Winkel** ABC (Fig. 181) $= \eta$ zu finden, den zwo aus einem Punkte B ihrer Kreuzlinie gezogenen Fallinien AB, BC mit einander machen.

Auflösung.

I. Der Fallebnen Durchschnitt sey DB, und AD, DC Durchschnitte dieser Ebnen mit einer söhligen ADC: So ist in dem körperlichen Drenecke AD BCD der sphär. W. ADC aus γ, γ', bekannt, (306, 255 V), und mag $= \alpha$ seyn;

Auch B. AD $=$ ABD $= 90° - \varphi$

DC $=$ CBD $= 90° - \varphi'$.

Nun ist

B. AC $=$ ABC $= \eta$:

Man hat also in dem schiefwinklicht sphär. Dreyecke ADC aus zween Seiten und dem eingeschlossenen Winkel die dritte Seite zu suchen.

Dies geschieht nach Kästners Astr. Abhandlungen I Theil Seite 86 rc. § 89. 95, 96, 102.

Es ist nämlich

Das. 89	a	A	b	c
hier	η	α	$90° - \varphi$	$90° - \varphi'$

Also

$$\text{Cosin } \eta = \text{Cosin } \alpha \text{ cosin } \varphi \text{ cosin } \varphi' + \sin \varphi \sin \varphi'$$

II. Diese Formel ist zur Rechnung mit Logarithmen nicht bequem genug. Will man indessen mit Logarithmen danach rechnen: So muß man die Summe der Logarithmen von cosin α cosin φ cosin φ' machen, so daß man sich von jedem wie er in den Tafeln steht 10 abgezogen denkt oder ihre Summe um 30 vermindert. Und eben so die Summe der Logarithmen von sin φ sin φ' um 20 vermindert. Beyde so erhaltene Logarithmen gehören zween Brüchen zu (eb. Trig. 2 Erkl. 6 Z.), welche zusammen addirt Cos η geben.

III. Dieses Verfahren läßt sich folgendermaaßen bequemer und schärfer einrichten.

IV. Es sey α spitzig.

Da ist

$$\begin{aligned}
\text{Cosin } \eta &= \sin \varphi \sin \varphi' + \text{Cosin } \alpha \text{ Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \\
&= \sin \varphi \sin \varphi' + \text{Cosin } \alpha \text{ Cosin } \varphi' \text{ Cosin } \varphi \\
&\quad + \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' - \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \\
&= \sin \varphi \sin \varphi' + \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \\
&\quad - \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' + \text{Cosin } \alpha \text{ Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \\
&= \sin \varphi \sin \varphi' + \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \\
&\quad - (\text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' - \text{Cosin } \varphi \text{ Cosin } \varphi' \text{ Cosin } \alpha):
\end{aligned}$$

Also

Also

$$\text{Cosin}\ \eta = \text{Cosin}\ (\phi' - \phi) - (1 - \text{Cosin}\ \alpha)\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi'$$

VI. Wenn α stumpf: so sey $\alpha = 180^\circ - \alpha$: also $\text{Cosin}\ \alpha = -\text{Cosin}\ \alpha'$; und man hat

$$\begin{aligned}\text{Cosin}\ \eta, &= \sin\phi \sin\phi' - \text{Cosin}\ \alpha' \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi', \\ &= \sin\phi \sin\phi' - \text{Cosin}\ \alpha' \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi \\ &\quad + \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' - \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &= \sin\phi \sin\phi' + \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &\quad - \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' - \text{Cosin}\ \alpha'\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &= \sin\phi \sin\phi' + \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &\quad - (\text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi + \text{Cosin}\ \alpha'\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi'):\end{aligned}$$

Folglich

$$\text{Cosin}\ \eta = \text{Cosin}\ (\phi' - \phi) - (1 + \text{Cosin}\ \alpha')\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi'$$

VII. Für diesen Fall hat man auch

$$\begin{aligned}\text{Cosin}\ \eta &= \sin\phi \sin\phi' - \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &\quad + \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' + \text{Cosin}\ \alpha\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &= \sin\phi \sin\phi' - \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &\quad + (1 + \text{Cosin}\ \alpha)\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &= -\text{Cosin}\ (\phi + \phi') + (1 + \text{Cosin}\ \alpha)\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' \\ &= (1 + \text{Cosin}\ \alpha)\ \text{Cosin}\ \phi\ \text{Cosin}\ \phi' - \text{Cosin}\ (\phi + \phi')\end{aligned}$$

VIII. **Exempel.**

Für IV.

$\alpha = 43^\circ\ 20'$;
$\phi = 14^\circ\ 29'$
$\phi' = 13^\circ\ 15'$

$$1 = 1,0000000$$
$$-\mathrm{Cos}\,43^\circ\,20' = -0,7272736$$
$$1 - \mathrm{Cos}\,43^\circ\,20 = +0,2727264$$
$$\log(1 - \mathrm{Cos}\,43^\circ\,20') = 0,4357170 - 1$$
$$\log \mathrm{Cosin}\,14^\circ\,29' = 0,9859742 - 1$$
$$\log \mathrm{Cosin}\,13^\circ\,15' = 0,9882821 - 1$$
$$0,4099733 - 1$$

Diese Summe der Logarithmen gehört zu 2, 5702; da aber von dem bejahtem Theile 1 abgezogen, d. i. die Zahl 2, 5702 mit 10 dividirt werden muß: so gehört der eigentliche Logarithme zu

$$0,25702,$$

Nun ist

$$\mathrm{Cosin}\,(14^\circ\,29' - 13^\circ\,15') = 0,9997683$$
$$-0,25702$$
$$= 0,74274$$

Die Ziffern nach der fünften sind ungewiß, selbst diese vierte könnte 3 statt 4 seyn. Indessen kann man ohne merklichen Irrthum 0, 74274 für Cosin 42° 2' annehmen, und also

$$\eta = 42^\circ\,2'.$$

So groß kommt der Fallinien Winkel, wenn beyde Gänge nach einerley Gegend fallen; Fallen sie nach verschiedenen, so ist

$$\eta = 137^\circ\,58'.$$

IX. η durch ein ähnliches Verfahren wie 214' II zu finden, dient folgendes.

X. Weil

$$\mathrm{Cosin}\,\eta = \mathrm{Cosin}\,\alpha\,\cot\varphi\,\sin\varphi\,\cos\varphi' + \sin\varphi\,\sin\varphi:$$

so setze man

$$\mathrm{Cosin}\,\alpha\,\cot\varphi = \mathrm{Cotang}\,u;$$

Da wird

$$\mathrm{Cosin}\,\eta = \cot u\,\sin\varphi\,\mathrm{Cosin}\,\varphi' + \sin\varphi\,\sin\varphi$$
$$=$$

$$= \frac{\sin \varphi \, (\text{Cosin } u \; \text{Cosin } \varphi' + \sin u \sin \varphi')}{\sin u}$$

$$= \frac{\sin \varphi \; \text{Cosin} \, (\varphi' - u)}{\sin u.}$$

3.

Ziehen; Zug.

§. 227'.

Einen Zug zu verrichten, lehrt 'XIV.

§. 228'.

Einen Zug zu berechnen.

Davon 'XVII.

§. 229'.

Einen weitläuftigen Markscheiderzug in die Kürze zu ziehen.

Das erwähnt § 378; Und es kann nach 272, 289 geschehen.

Exempel.

Aus dem § 376 beygefügten berechneten Zuge braucht man nur die Punkte B, D, F; Also der Linien, AB, BD, DF Seigerteufe, Streichsinusse und Streichkosinusse. Die Berechnung geschieht folgendermaaßen:

Seigerteufe		Streichsinusse		Streichkosinusse		
Lr	Alr	Lr	Alr	Lr	Alr	
2	4, 151	2	3, 191	3	4, 720	AB
— 6	6, 627	— 9	0, 911	11	7, 002	AD
— 9	2, 778	— 11	4, 102	8	2, 282	BD
0	0, 603	— 7	6, 811	12	4, 142	AF
6	7, 230	1	2, 100	0	5, 140	DF

Nämlich Sg BD, Strs BD, Strk BD entsteht, wenn man Sg BA, + Sg AD; Strs BA + Strs AD; Strk BA + Strk AD macht: Eben so erhält man genannte Größen für DF, wenn man zu den DA zugehörigen Seigerteufe, Streichsinus, Streichkosinus die der AF zukommenden, addirt. Man kann gleich darauf beym Ausziehen aus dem berechneten Zuge Rücksicht nehmen. Die Sache würde sich nach unserm Exempel so darstellen:

Seigerteufe		Streichsinusse		Streichkosinusse		
— 2	4, 151	— 2	3, 191	— 3	4, 720	BA
— 6	6, 627	— 9	0, 911	11	7, 002	AD
— 9	2, 778	— 11	4, 102	8	2, 282	BD
6	6, 627	9	0, 911	— 11	7, 002	DA
0	0, 603	— 7	6, 811	12	4, 142	AF
6	7, 230	1	2, 100	0	5, 140	DF

§. 230′.

Einen Zug nachzubringen.

Hievon sehe man 403.

Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 231′.

Dazu dient, was 386.... 393 lehrt.

Ueber

Ueber die

krummen Linien,

in denen ein Gang

bey

einerley Neigung und Streichen fällt

und zu Tage ausgeht.

Integration.

§. 231'.

Das Differential (343) einer Größe suchen, heißt sie Differentiiren.

§. 232'.

Das Integral einer Differentialgröße, (344), nennt man die Größe aus deren Differentirung, (231'), die Differentialgröße entstanden ist.

§. 233'.

Einer Differentialgröße Integral finden heißt sie integriren.

§. 234'.

Daß integrirt werden soll; oder, daß eigentlich das Integral einer Differentialgröße zu verstehen sey, zeigt man durch den Buchstaben: ſ, an, der vor das Differential gesetzt wird.

§. 235'.

I. Es ist also:

$$\int dx = x, \text{ (232', 343 III)},$$

oder auch $= x \pm a$, weil $x \pm a$ ebenfalls die Größe ist, aus deren Differentirung dx enstanden;

$$\int (x\,dy + y\,dx) = xy, \text{ (346;}$$

$$\int a\,dy = ay$$
$$= a\int dy; \text{ (346 II).}$$

u. s. w. (a. O.).

II. Auch hat man nach 350

$$\int d \log x = \int M \frac{dx}{x}$$

oder

$$\log x = M \int \frac{dx}{x}$$

und

und

$$\log nat\, x = \int \frac{dx}{x};$$

u. s. f.

III. In der Differentialrechnung ist

$$d (x^n) = nx^{n-1} dx$$

die Fundamentalgleichung, und ihr Gebrauch erstreckt sich auf alle die Fälle, wo x^u eine veränderliche und n eine beständige Größe ist.

Es muß also

$$\int nx^{n-1} dx \text{ wenigstens} = x^n,$$

seyn; ich sage wenigstens, da x^n mit beständigen Größen verbunden eben die Differentialformel giebt.

Aus $nx^{n-1} dx$ aber erhält man x^n, wenn man „Den Exponenten $n - 1$ um 1 vermehrt, (also „aus $nx^{n-1} dx$ nun $nx^n dx$ macht) und mit diesem „vermehrten Exponenten (n) und dem Differential von „x dividirt;"

$$\text{Denn } \frac{nx^n dx}{n\, dx} = x^n$$

Diese Regel ist für alle Differentialformeln brauchbar, die sich auf $nx^{n-1} dx$ oder $anx^{n-1} dx$ bringen lassen.

§. 236.

Weil die Differentialien der beständigen Größen $= 0$: So behält jede veränderliche Größe eben das Differential, wenn auch eine beständige zu ihr addirt oder von ihr abgezogen wird, (344).

Daher ist es ungewiß, ob dem gefundenen Integral noch eine beständige Größe zukomme oder nicht; z. E. ob $\int (xdy + ydx) = xy \pm a$, oder $= xy - a^2 + \frac{n}{h}$, oder $= xy$, da diese drey letzten Ausdrücke

eine

eine und dieselbe Differentialgröße geben, und daher aus jedem die Differentialgröße $xdy + ydx$ entstanden seyn kann.

§. 237.

Diese beständige Größe wird durch C oder Constans angedeutet und so zu dem gefundenen Integral gesetzt, daß also z. E. $\int (xdy + ydx) = xy + C$; Ihr Werth muß aus den Umständen der Aufgabe bestimmt werden.

Man kann deshalb folgende allgemeine Regel merken:

Nachdem man aus den Umständen der Aufgabe erforscht hat, wie groß das Integral für irgend einen bestimmten Werth der veränderlichen Größe x seyn muß, und zu dem aus dem Differential gefundenen Theil des Integrals + C geschrieben, setze man alles dem für das bestimmte x gehörigen Werth des Integrals gleich und führe auch für x den bestimmten Werth an: So erhält man eine Gleichung, die ausser C lauter bekannte Größen enthält, und woraus also C gefunden werden kann.

Z. B. Wäre aus den Umständen der Aufgabe gefunden worden, daß bey dem aus der Differentialgröße $dy = mdx$ gefundenen Integral $y = mx + C$, die Größe $y = a$ für $x = o$, würde: So hätte man für

$$y = mx + C$$

nun

$$a = mo + C$$
$$= o + C:$$

folglich

$$a = c:$$

Also das vollkommene Integral,

$$y = a + mx,$$

Kurze

Kurze Erinnerungen wegen den krummen Linien überhaupt.

§. 238'.

I. In dem Kreise der 182. Figur sey AP ein nach Gefallen auf dem Durchmesser genommenes Stücke; PM ein Perpendikel aus P an die Peripherie: So erhellet, daß PM anders ausfällt, so bald man AP um das Mindeste größer oder kleiner annimmt.

II. Es sind also AP, PM veränderliche von einander abhängende Größen.

III. Nun ist aber

$$AP : PM = PM : PB;$$

Setzt man also

$$AP = x,$$
$$PM = y:$$
$$AB = a$$

So ist

$$PB = AB - AP$$
$$= a - x,$$

und

$$x : y = y : a - x:$$

Folglich

$$y^2 = x(a - x)$$
$$= xa - x^2:$$

IV. Mithin

$$y = \pm \sqrt{(ax - x^2)}.$$

V. Man sieht also, daß, wenn des Kreisses Durchmesser ein und für allemal festgesetzt ist, y für jedes angenommene x einen genau bestimmten Werth erhält, und folglich dadurch Punkte des Umkreises bestimmen kann, wenn man die x von A aus nimmt.

§. 239'.

In der Gleichung IV vor. §s ist a eine beständige Größe, y und x aber veränderliche, wovon die eine durch

durch die andere willkührlich angenommene, bestimmt wird.

Hiedurch wird folgendes begreiflich seyn.

§. 240'.

I. In so ferne der Werth einer veränderlichen Größe y immer anders und anders bestimmt werden muß, nachdem man einer anderen in einer gewissen arithmetischen Verbindung mit beständigen Größen stehenden veränderlichen Größe x den oder jenen Werth giebt:

So sagt man y sey eine **Funktion** von x.

II. In 238' ist $PM = y$ eine Funktion von $AP = x$.

III. Da

$$y = \sqrt{(ax - x^2)}:$$

So nennt man auch $\sqrt{(ax - x^2)}$ eine Funktion von x.

IV. Weil

$$y^2 = ax - x^2:$$

So hat man

$$x^2 - ax = -y^2:$$

Also

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4}a^2 = -y^2 + \tfrac{1}{4}a^2.$$

Aber der Ausdruck

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4}a^2,$$

ist das Quadrat von

$$x - \tfrac{1}{2}a:$$

folglich

$$\sqrt{(x^2 - ax + \tfrac{1}{4}a^2)} = x - \tfrac{1}{2}a$$
$$= \sqrt{(-y^2 + \tfrac{1}{4}a^2)}$$

Also

$$x = \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - y^2)}$$

Man sagt daher auch, daß y eine Funktion von x sey.

§. 241′.

In die Stelle einer solchen veränderlichen Größe x (240) III) kann man alle nur ersinnliche Zahlen oder Größen setzen.

Auch kann einem x mehr als ein y zugehören, wie schon 238′ IV in Beyspiele zeigt;

Selbst verschiedenen x einerley y; wie, wenn CP = CP, ist PM = pm, und AP von Ap verschieden.

§. 242′.

Alle Linien theilt man in reguläre und irreguläre ein.

Jene nehmen ihren Gang nach einem gewissen, festgesetzten beständigen Gesetze, nach welchem die Lage aller Punkte in ihnen dergestalt gegeben ist, daß man dieselben aufs deutlichste von denen nicht zu der Linie gehörenden Punkte, unterscheiden kann; Und dieses Gesetz bestimmt eigentlich dieser Linie Natur und Wesen. Der Kreiß ist ein Beyspiel hievon.

Die irregulären Linien gehen nach keinem bestimmten oder bekannten Gesetze fort, dergleichen ein Zug, wie die Knaben, Buchstaben zu verzieren, machen lernen.

§. 243′.

Eine reguläre Linie muß sich durch eine und dieselbe Funktion von x ausdrücken lassen; welches bey einer irregulären nicht statt findet.

§. 244′.

Das von einer regulären Linie durchgängig befolgte Gesetz, läßt sich insgemein auf die Beziehung zwoer verschiedentlich in oder ausser ihr gezogenen Linien zurücksetzen die man als Funktionen von einander ansieht und deren Verhältniß für alle Punkte der Linie mittelst einer Gleichung ausgedrukt werden kann.

Ein Beyspiel findet man in 238′.

In

In einer solchen Gleichung können die Funktionen x und y, entweder durch gerade Linien mit Zuziehung der beständigen Größen ausgedruckt werden, so, daß sich ihre Verbindung zuletzt auf die Postulaten der Elementargeometrie resolviren und also für jedes willkührlich angenommene x, das, oder die zugehörigen y, und umgekehrt, durch eine geometrische Verzeichnung, finden lassen; **Oder**: es kann dies nicht geschehen, sondern x und y, oder eines davon, sind krumme Linien, oder sie sind gerade, und man muß, ihre Länge auszudrücken, Cirkelbogen oder irgend eine andere Größe, die man in der Elementargeometrie nicht hat messen lernen, zu Hülfe nehmen.

Für den ersten Fall gilt vorhin angeführtes Beyspiel; für den zweyten, richte man auf einem Durchmesser AB (Fig. 182), über den ein halber Kreis beschrieben worden, in beliebigen Punkten P unbestimmte Perpendikel, die die Peripherie in C schneiden, und nehme durchgängig ein PM = dem zugehörigen Bogen AC: die durch A, M gehende krumme Linie ist zwar eine reguläre, aber man kann sie nicht durch Hülfe der Elementargeometrie verzeichnen, weil man da nicht eine gerade Linie = einem Kreisbogen durch eine geometrische Construktion bestimmen lernt.

§. 245.

Die Linie auf der man die Werthe der einen veränderlichen Größe x, von der die andere y eine Funktion ist, abschneidet, heißt die **Abscissenlinie, Abscissenaxe**; jedes, darauf von einem beliebigen Punkte ausgenommene Stücke = x, eine **Abscisse**; gleich erwähnter Punkt, **der Abscissen Anfang**; das jeder Abscisse zugehörige y, eine **Ordinate, Applicate**; und Abscissen und Ortinaten zusammen, heissen **Coordinaten**.

 §. 246

§. 246'.

In der 183. Figur, ist AB die Abscissenaxe; A der Abscissen Anfang; AP sind Abscissen, so wie PM Ordinaten.

Es sey, zum fernern Beyspiele, in dem Kreisse um C (184. Fig.) die Lage des Halbmessers CA und eine Gleichung zwischen x und y gegeben, daß man auf der Peripherie die angenommenen Werthe von x = AP, und die zugehörigen y = CM auf den Halbmessern CP, nimmt: so ist der Umkreis die Abcissenlinie und A der Abcissen Anfang, AP sind Abcissen und CM Ordinaten. Das geschieht bey Spirallinien.

§. 247'.

Einen analytischen Ausdruck für eine Linie zu finden, muß man ihn entweder, unmittelbar aus ihrer Entstehung herleiten; Oder: eine bekannte Eigenschaft dieser Linie durch eine Gleichung ausdrücken.

So wurde in 238' eine Gleichung für den Kreis daraus gefunden, daß von einem Punkte M (182. Fig.), seines Umkreises ein Perpendikel MP auf den Durchmesser AB die mittlere Proportionale zwischen dieses Durchmessers Segmenten AP, PB ist.

§. 248'.

Aus einer solchen Gleichung muß sich alles herleiten lassen, was zu ihrer Erzeugung und Beschreibung nöthig ist; auch was ihr entweder schlechterdings, oder unter gewissen Bedingungen und Voraussezungen zukommt.

Gestalt

Gestalt der Fallinie eines Ganges, der bey einerley Neigung durch die ganze Erdkugel setzt.

§. 249.

Wenn man einen Gang nicht nur in dem kleinen Theile der Erde betrachtet, in dem man ihn würklich verfolgen kann, in einem Theile, der gegen die ganze Erdkugel für nichts zu achten ist, sondern annimmt, das er in dem Fallen φ daß man bey ihm an einer gewissen Stelle gefunden hat, durch die ganze Erdkugel setze:

So fragt sichs: Was für eine Figur seine Fallinie habe?

Auflösung.

I. Durch der Erdkugel Mittelpunkt C (185 Figur) denke man sich des Ganges Fallebne:

Sie wird also für alle Oerter, durch welche sie auf der Erdoberfläche geht, vertikal seyn.

A sey ein Punkt wo sich Gang und Fallebne in der Erdkugel Oberfläche schneiden.

II. Nun ist der Durchschnitt genannter Fallebne mit dem Gange, die Fallinie, und diese muß an jeder Stelle eine und dieselbe Neigung φ haben.

III. Diese Linie ist eine krumme Linie AMm die dem Mittelpunkte der Erde immer näher und näher kommt.

IV. M und m seyen zwene einander unendlich nahe liegende Punkte in selbiger;

CM, Cm an diese Punkte gezogene und bis in P, p, des Kreises durch A Peripherie verlängerte, Ordinaten, die ebenfalls, also auch P, p, unendlich nahe bey einander liegen;

V. ED sey der Durchschnitt einer durch M gehenden Horizontalebnen mit der Fallebne (I):

So macht das Element Mm der krummen Linie (III) mit ED den Winkel mME $= \varphi$, der, weil CME ein rechter, des Winkels CMm Ergänzung zu 90° ist.

VI. Diese Ergänzung muß für jedes Element der krummen Linie und einer davon gezogenen Ordinaten einerley seyn, (II).

VII. Nun sey

$$CA = r$$
$$CM = y$$
$$ACM \text{ oder } AP = x:$$

So ist

$$PCp \text{ oder } pP = dx, \text{ (IV und 343).}$$

VIII. Man beschreibe mit Cm den Kreisbogen mR: So ist Cm um MR kleiner, und folglich, weil m, M unendlich nahe liegen, MR $= - dy$.

Es ist aber

$$Cp: pP = Cm: mR,$$

oder

$$r: dx = y: mR:$$

Folglich

$$mR = \frac{ydx}{r}.$$

IX. Nun hat man

$$\text{Cot } \varphi = \frac{r. mR}{MR}$$

Also

$$\frac{r \frac{ydx}{r}}{-dy}, \text{ oder } \frac{ydx}{-dy} = \text{Cot } \varphi.$$

X. Folglich

$$ydx = \text{Cot } \varphi \times - dy,$$

und

und

$$\frac{dx}{\text{Cot}\,\varphi} = -\frac{dy}{y}:$$

XI. Mithin

$$\int \frac{dx}{\text{Cot}\,\varphi} = -\int \frac{dy}{y},$$

oder

$$\frac{1}{\text{Cot}\,\varphi}\int dx = -\int \frac{dy}{y}:$$

XII. Also

$$\frac{1}{\text{Cot}\,\varphi}\,x = -\log y + \text{Const.}$$

oder

$$\frac{x}{\text{Cot}\,\varphi} = \text{Const} - \log y$$

XIII. Wenn M in A liegt: So liegt auch P in A; und folglich ist $x = 0$ für $y = r$.

XIV. Setzt man also in XII statt x Null und r statt y:

So hat man

$$0 = \text{Const} - \log r:$$

Folglich

$$\log r = \text{Const}:$$

XV. Also

$$\frac{x}{\text{Cot}\,\varphi} = \log r - \log y:$$

Daher

$$\frac{x}{\text{Cot}\,\varphi} = \log \frac{r}{y}$$

XVI. Nimmt man also die Kreisbogen AP für Abscissen an: So sind diese, Logarithmen der zugehörigen Ordinaten CM.

XVII. Es heißt aber jede krumme Linie, wo die Abscissen auf der Peripherie eines Kreises und die Ordinaten aus dieses Kreises Mittelpunkt genommen werden, **Spirallinien.**

Man hat verschiedene Arten dieser Linien, nachdem die Gleichung zwischen x und y beschaffen ist.

Ist genannte Gleichung logarithmisch, oder sind die Abscissen, Logarithmen der Ordinaten: So heißt die Spirallinie die **Logarithmische.**

XVIII. Also ist die Fallinie eines Ganges, wie ihn die Aufgabe vorgiebt, eine logarithmische Spirallinie, wo jedes Element mit der daran gezogenen Ordinate einen Winkel einschließt, der mit des Ganges Fallen, 90° macht.

§. 250'.

Für $\varphi = 0$, hat men $\text{Cot}\,\varphi = \infty$: also in XV

$$\frac{x}{\infty} = \log\frac{r}{y}$$

$$= 0:$$

Folglich

$$\log r = \log y:$$

Mithin

$$r = y.$$

Wenn also des Ganges (in 249') Fallen $= 0$: So ist die Fallinie ein größter Kreis auf der Erdoberfläche.

§. 251'.

Ist $\varphi = 90°$ also $\text{Cot}\,\varphi = 0$: So hat man

$$\frac{x}{0} = \log\frac{r}{y}$$

$$= \infty:$$

folglich

$$y = 0.$$

Mit-

Mithin ist da die Fallinie eine gerade durch den Mittelpunkt der Erde gehende Linie: also eine seigere; und folglich der Gang (249) ein seiger fallender.

Das ist aber auch die einzige Bedingung unter der der Gang eine Ebne seyn kann.

Die Krumme Linie, in der ein Gang bey einerley Streichen, zu Tage ausstreicht.

§. 252.

Ein Gang, der durch die ganze Erdkugel setzt, habe in allen Stellen ein und dasselbe Streichen:

Man fragt: was für eine Gestalt der Linie seines Ausgehenden zukomme?

Auflösung.

Ein Gang, der zu Tage ausstreicht, macht mit dem Meridiane des Ortes, wo er sein Ausgehendes nimmt, einen gewissen Winkel.

Soll er also über die ganze Erdoberfläche ausstreichen und immer ein und dasselbe Streichen behalten:

So muß er auf dieser Oberfläche eine krumme Linie angeben, die jeden Meridian unter einerley Winkel schneidet.

Eine solche Linie heißt die **Loxodromie.**

Der Gang streicht also in einer **Loxodromischen Linie** zu Tage aus.

§. 253.

Dergleichen Linien kann man auf den meisten künstlichen Erdkugeln sehen.

Von jeder Windrose, die auf einer solchen Erdkugel abgebildet ist, gehen Striche aus, die sich durch die Meridiane weiter fortziehen und deren jeder alle Meridiane unter einem und demselben Winkel, ein anderer unter einem andern Winkel aber auch immer unter einem und demselben andern Winkel schneidet.

Nach einer solchen Linie würde ein Schiff gehen, das beständig von einem und demselben Winde nach dessen Richtung getrieben würde. Z. B. wenn es immer Nordwestwind hätte, ginge es aus jedem Meridiane in den nächsten nach Südosten.

Von diesem schiefen Laufe des Schiffes hat die Linie (252') den Namen.

§. 254.

Wenn der Gang (252') gerade von Süden nach Norden, oder umgekehrt, streicht:

So wird die Linie des Ausgehenden ein Meridian.

§. 255'.

Nimmt dieser Gang aus einem Punkte, der von jedem Pole 90° absteht, gerade nach Ost oder West sein Streichen:

So wird sie der Aequator.

§. 256'.

Diese Eigenschaften (249' 252') des Ganges erwähnt Herr **von Oppel** § 620.

Herr Hofrath **Kästner** hat die Sache ausführlicher in der 31 seiner Anmerkungen über die Markscheidekunst aufgestellt; im Wesentlichen wie ich sie hier (in a. §en) vorgetragen habe.

Einige

Einige Methoden,

Winkel aufs Papier

aufzutragen, und zu verzeichnen.

§. 257'.

Ob man gleich nach eb. Trig. 7 und 9 Satze, Winkel aufs Papier mit ziemlicher Zuverläßigkeit abtragen und verzeichnen kann: So wird doch auch folgendes Anfängern der Markscheidekunst brauchbar seyn.

§. 258'.

Wenn man Sinustafeln bey der Hand hat: So kann man mit jedem tausendtheilichten Maaßstabe die Größe eines vorgegebenen Winkels, so wohl auf dem Papiere verzeichnen als messen.

Daher ist genannter Maaßstab zugleich ein geradlinichter Transporteur.

§. 259'.

Mit dem tausendtheilichten Maaßstabe an den Punkt g (Fig. 186) und an die Linie gh einen Winkel igh, z. E. von 66°, 30' zu verzeichnen.

Auflösung.

Mit einem Handzirkel fasse man auf dem tausendtheilichten Maaßstabe genau die Weite von 1000 Theilen;

Setze die eine Zirkelspitze in g;

Beschreibe mit der andern einen Kreisbogen lni; dergestalt, daß des Bogens lni Halbmesser gl genau 1000 Theile des Maaßstabes hält;

Halbire hierauf die vorgegebene Winkelgröße 66° 30',

Und suche für den Halbmesser 1000 in den Sinustafeln den Sinus von 33° 15':

Er findet sich = 548, 2932.

Das

Das Doppelte hievon giebt für den Halbmesser 1000 die Sehne von 66° 30′:

Also

Sehne 66° 30′ = 1096, 5864,

oder die Decimalbrüche weggelassen

Sehne 66° 30′ = 1096;

d. h. die Sehne von 66° 30′ enthält 1096 Theile des tausendtheilichten Maaßstabes.

Man fasse daher auf selbigen eine so große Weite;
Setze sie als Sehne von l nach i,
Und ziehe gi;
So ist

W lgi = 66° 30′.

§. 260′.

Einen auf dem Papiere vorgegeben Winkel lgi mit dem tausendtheilichten Maaßstabe zu messen.

Auflösung.

I. Man beschreibe mit dem Halbmesser 1000, dessen Größe man von dem Maaßstabe abnimmt, den Bogen lni zwischen des vorgegebenen Winkels Schenkeln;

Fasse mit dem Zirkel die Sehne li,
Und trage sie auf den tausendtheilichten Maaßstab.

Gesetzt man fände li = 346 Tausendtheiligen des Maaßstabes; die Hälfte davon ist 173 und des halben Winkels lgi Sinus für den Halbmesser 1000.

Man multiplicire also 173 mit 10000: So hat man 1730000 = sin $\frac{1}{2}$ lgi für den Sinustotus = 10000000, oder für den Halbmesser der Tafeln.

Daher aus den Sinustafeln

$\frac{1}{2}$ lgi = 9° 57′ +

Folg-

Folglich

$lgi = 19° 54' +$

II. Ist der Winkel lgi stumpf, so kann man seinen Nebenwinkel messen (I) und solchen von 180° abziehen.

Dies Verfahren ist oft bequemer und sicherer.

III. Man kann auch folgendes brauchen.

Zwischen den Schenkeln des stumpfen Winkels beschreibe man mit dem Halbmesser = 1000 einen Kreisbogen;

Trage den Halbmesser als die Sehne von 60° so oft auf diesen Bogen als es angeht, bis ein Bogen übrig bleibt, der kleiner als 60° ist und a heissen mag;

Man messe dieses Bogens a Sehne;

Bestimme daraus dessen Größe, (I),

Und addire zu dem so gefundenen Bogen a so oft 60° als man den Halbmesser auf dem Bogen, der dem stumpfen Winkel zugehört, getragen hat:

So hat man die Größe des auszumessenden stumpfen Winkels.

§. 261'.

I. Wenn man in einem rechtwinklichten Dreyecke ABC (187. Fig.) die Hypothenuse AC für den Sinustotus annimmt: So ist BC = sin A, und BA = Cosin A.

Hierauf beruht, wie bekannt, die in eb. Trig. 7 Satze und dessen Zusatze angegebene Methode einen Winkel zu messen und zu verzeichnen.

II. Nimmt man aber AB für den Sinustotus an: So ist BC = tang A.

Hiedurch läßt sich folgendes Verfahren zu finden, wie viel ein Winkel auf dem Papier enthält, herleiten.

III. Man faßt nämlich auf dem tausendtheilichten Maaßstabe, 1000 Theile,

trägt

trägt solche aus A in B;

Durch B richtet man ein Perpendikel BC als den andern Catheten des rechtwinklichten Dreyecks ABC, auf,

Mißt solches auf genanntem Maaßstabe:

So erhält man die Tangente für den Halbmesser 1000;

Diese mit 10000 multiplicirt, giebt die Tangente des zu suchenden Winkels für der Tafel Halbmesser.

IV. Einen vorgegebenen Winkel BAC mittelst den Tangenten zu verzeichnen,

Macht man auf dem einen Schenkel AB = 1000 Theile des Maaßstabes, richtet durch B ein Perpendikel BC auf, und setzt von B in C so viel Theile des Maaßstabes, als die Tangente des Winkels CAB giebt, nachdem man die 4 letzten Ziffern, weggelassen hat; Zieht man nun durch A und C die Linie AC: so hat man den verlangten Winkel.

V. Diese Methode ist nicht brauchbar, wenn der Winkel nahe an 90° kommt, weil da die Tangente zu groß ist; und für III würde da das Perpendikel BC die Hypothenuse AC unter einen so spitzen Winkel schneiden.

VI. Herr **Lambert** hat im 2ten Theile seiner Beyträge zur Mathematik auf der 170 Seite ein Werkzeug beschrieben, das zur Ausmessung und Verzeichnung der Winkel dient.

Es beruhet auf der Methode III, IV, und besteht aus einem gleichschenklichten rechtwinklichten Dreyecke, auf dessen Katheten der Winkel von 0° bis 45° Tangenten nach einem 1000 theilichten Maaßstabe verzeichnet sind, dergestalt, daß jeder Kathete = 1000 Theile des Maaßstabes ist.

Mehreres hievon lese man a. a. O.

§. 262'.

Das Verhältniß eines auf dem Papiere vorgegebenen Winkels zu zweenen rechten zu finden, ohne daß man einen Transporteur oder tausendtheilichten Maaßstab zu Hülfe nimmt.

Auflösung.

Aus des Winkels Schenkel g beschreibe man mit einem willkührlichen Halbmesser den Halbkreis $cl\lambda$; So ist

$$B\ cl\lambda = 180°.$$

Nun trage man den Bogen lc, auf den Halbkreis $cl\lambda$ so oft als es angeht.

Man setze, $lc = a$, passe m mal auf $cl\lambda = 180°$ und es bleibe noch ein Stückgen $= \alpha$ übrig: So hat man

$$\text{I)}\ ma + \alpha = 180°.$$

Ferner trage man α auf a so oft es angeht, z. E. n mal; und es bleibe das Stückgen β übrig; so ist

$$\text{II)}\ n\alpha + \beta = a;$$

Paßte nun eben so β auf α, p mal und es bliebe ein Stückgen $= \gamma$ übrig: so hätte man

$$\text{III)}\quad p\beta + \gamma = \alpha.$$

Auf die Art setze man die Arbeit so lange fort, bis man endlich auf einen kleinen Bogen kommt, der sich mit dem nächst vorhergehenden bequem vergleichen läßt.

Man setze γ sey dieser kleine Bogen, und man fände nach dem Augenmase das Verhältniß $\gamma : \beta = \varphi : \psi$: So hat man

$$\text{IV)}\quad \gamma = \frac{\varphi}{\psi}\beta.$$

Und man kann aus den gefundenen Gleichungen, es mögen ihrer so viele seyn als man will, das Verlangte finden.

Hier würde man folgendes haben.

Den Werth von γ aus der Gleichung IV) in III) gebraucht giebt

$$p\beta + \frac{\varphi}{\psi}\beta = \alpha$$

$$= \left(p + \frac{\varphi}{\psi}\right)\beta$$

$$= \frac{p\psi + \varphi}{\psi}\beta:$$

folglich

$$\beta = \frac{\psi}{p\psi + \varphi}\alpha;$$

Dies

Dies in II gesetzt, erhält man

$$n\alpha + \frac{\psi}{P\psi + \varphi}\alpha = a$$

$$= \left(n + \frac{\psi}{P\psi + \varphi}\right)\alpha:$$

also

$$a = \frac{n(p\psi + \varphi) + \psi}{p\psi + \varphi}\alpha:$$

Mithin

$$\alpha = \frac{P\psi + \varphi}{n(P\psi + \varphi) + \psi}a.$$

Substituirt man das in I): So bekommt man

$$ma + \frac{P\psi + \varphi}{n(P\psi + \varphi) + \psi}a = 180^\circ$$

$$= \frac{m(n(P\psi + \varphi) + \psi) + P\psi + \varphi}{n(p\psi + \varphi) + \psi}\alpha:$$

Also

$$\frac{n(p\psi + \varphi) + \psi}{m(n(p\psi + \varphi) + \psi) + P\psi + \varphi} = \frac{a}{180^\circ}.$$

woraus das Verhältniß des Winkels lgc zu zweenen rechten.

§. 263′.

Die Größe des Winkels lgc (262′) zu finden, ohne daß man sich eines Transporteurs, oder tausendtheilichten Maaßstabes, bedient.

Auflösung.

Man suche nach vor. § das Verhältniß dieses Winkels zu 180°.

Gesetzt man hätte gefunden

$$\lg c : 180^\circ = \delta : \eta :$$

So ist

$$\lg c = \frac{\delta}{\eta} 180^\circ.$$

§. 264′.

Ganz nach eben dem Verfahren in 262′ kann man auch die Verhältniß zwoer Linien gegen einander finden.

Und das ist brauchbar bey Rissen, wo der verjüngte Maaßstab, (entweder aus Vergessenheit oder sonstgen Ursachen), fehlt.

§. 265′.

Das bisherige (258′; 259′; 260′; 262′;) findet sich auch in Herrn Prof. Mayers praktischer Geometrie IX Capitel.

Inhalt.

Inhalt.

— Contentus paucis lectoribus.

Hor.

Erste Abtheilung.

I

Grundbegriffe der Markscheidekunst.

II.

Erklärungen und Lehnsätze.

aus

der mathematischen Geographie.

III.

Verfolg der Markscheidekunst Grundbegriffe.

IV.

Lachtermaaß.

V.

Die in der Markscheidekunst vorkommenden Werkzeuge; ihr Gebrauch; ihre Fehler, und Prüfung derselben; u. s. w.

a) Schnur, Kette und Lachterstab.

§. 71.

§. 93.

§. 125.

h) Gradbogens Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 190.

§. 224.

VI.

Findung der Mittagslinie.

VII.

Findung der Magnetabweichung.

VIII.

Findung der reducirten Streichung.

IX.

Findung söhliger Winkel.

X.

Sohlen und Seigerteufen.

§. 263.

XI.

Streichsinus und Streichkosinus.

XII.

Einige allgemeine Kenntnisse zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

XIII.

Findung der observirten Streichung der im vorigen Abschnitte erwähnten Lagerstädte; Auch deren Neigung mittelst Gradbogen und dergleichen.

XIV.

Abziehen.

XV.

XV.

Analytische Lehnsätze.

XVI.

Von den Folgen der Fehler in den Messungen.

XVII.

Berechnung der Züge.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßstab.

a) Einrichtung und Gebrauch desselben.

b) Herrn Branders Maaßstäbesystem.

c) Herrn Hogrevens Vorschlag zum geschwindern Abtragen gerader Linien.

d) Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

XIX.

Grund- und Seigerriß.

§. 401.

XX.

Flache Riß.

XXI.

XXI.

Erwähnung der schwedischen Art zu Markscheiden.

Zweyte Abtheilung.

XXII.

Einige Aufgaben auf viele Fälle des Bergbaues anwendbar.

§. 444.

XXIII.

Bestimmung der Lage einer Ebne, wenn drey nicht in gerader Linie liegende Punkte auf ihr gegeben sind.

§. 464.

XXIV.

Findung des Hauptstreichens eines Ganges.

XXV.

Kreutzlinie.

§. 504.

§. 520.

XXVII.

In wie ferne an zwo Stellen entblößte Gänge für einen gehalten werden können.

XXVIII.

Vierung.

XXIX.

Vermessen.

§. 742.

Ausser den angeführten Schriften (724), kann man vom Barometer und Thermometer noch folgende nachlesen:

Micheli du Crest kleine Schriften von Thermometern und Barometern, aus dem Franz. von J. C. Thenn; Augspurg 1770.

Strohmayers Anleitung, übereinstimmende Thermometer zu verfertigen. Göttingen 1775.

Karstens Lehrbegrif der gesammten Mathematik, 3ter Theil. Greifswalde 1769. Aerostatik III, IV. Abschnitt.

Dessen Anfangsgründe der Mathematik, 2ter Band. Greifswalde 1778. Aerostatik IV und V. Abschnitt.

Dessen Anfangsgründe der Naturlehre, Halle 1780; X und IXX Abschnitt.

J. H. von Magellan physikalische mathematische Abhandlungen von J. 1779 und 1780. Leipzig 1781.

Branders Beschreibung zweyer besonderer und neuerer Barometer ꝛc. Augspurg 1772.

§. 743.

Nach der Regel 720 oder 735 kann man auch die Tiefen der Gruben messen, so genau als es Regel und Umstände erlauben.

Herr Prof. Zimmermann hat dergleichen barometrische Beobachtungen auf dem Harze angestellt, wovon man in Herrn Hofr. Kästners Abhandlung von Höhenmessungen § 396 u. s. w. Nachricht findet. Nach ihm daselbst Herr de Lüc; Kästners Aer., neue Auflage, §. 79.

XXX.

Absteckung seigerer Ebne.

XXXI.

Markscheider Angaben, die bey Wasserleitungen vorkommen.

XXXII.

Markscheider Angaben, die beym Teichbaue vorkommen.

XXXIII.

Höhenmessung mit dem Barometer.

XXXIIII.

Verzeichniß der Schriftsteller, die von der Markscheidekunst handeln.

XXXV.

Zusätze und Erinnerungen.

Dritte Abtheilung.

Sammlung von, dem Markscheider vorkommenden Fragen nach alphabetischer Ordnung nebst Nachweisung, wo sie in den vorstehenden Paragraphen schon aufgelößt sind, oder wie sie danach aufgelößt werden können, mit einigen Beyspielen und Anmerkungen begleitet.

§. 237´.

§. 281′.

Druckfehler.

S. 33. Z. 32. lese man praktischen statt praktischer

= 96. = 20. = Meynung ist = Meynung,

= 145. = 11. = kleinere = größere

12. = größere = kleinere

= 149. = 27. = linken = rechten

= 150. = 8. = rechten = linken

= 161. = ; $\text{Sg } AB = l \times \sin\alpha$; $\text{Sg } AB = l + \sin\alpha$

$\text{S } AB = l \times \text{Cosin}\,\alpha$; $\text{S } AB = l + \text{Cos}\,\alpha$

= 204. vorletzte, da streiche man aus: nach §. 333, 4)

= 236. = Terpentin = Serpentin

= 261. letzte in der Note $\frac{P}{m}$ = $\frac{K}{m}$

= 262. = 4. v. u. 333 = 339.

= 263 = 8. v. o. von = vor

24. = A = H

= 265. = 8. = einen = einem

27. = beyde = beyder

= 269. = 19. da streiche man aus: (die der Summe aller Sohlen der abgezogenen Linie gleich ist).

letzte = muß = soll

= 294. = 11. da setze man nach dem Worte: gleichlaufend, folgende: welches auch mit 307 übereinstimmt.

= 302. = 10. = DE = DC

= 308. = vorletzte. eine = einer

S. 312.

Seite	Zeile		lese man	statt
S. 312.	Z. 26.	lese man	AE'	AE
= 313.	= 6.	=	BE'	BE
	10.	=	BE'	BE
	21.	=	B'D	BD
	vorletzte	=	AE	AE'
= 315	= vorletzte	=	auf	in
= 319.	= 23.	=	ABD	BAD
= 320.	= 2.	=	ζ	ξ
	6.	=	ζ	ξ
	20.	=	$\sin(v \pm n)$	$\sin v \pm n$
= 329.	= 2.	=	123 Fig.	123
	17.	=	verschnürenden	verschiedenen
	22.	=	gleichlaufenden	gleichlaufenden söhligen
= 346.	= 16.	=	Endpunkt	Mittelpunkt
	30.	=	Kl	kl
= 351.	= 4.	lese man	Inf.	Inst.
= 355.	= 11.	=	§. 625'.	§. 625.
= 358.	= 6.	=	§. 628'.	§. 628.
	10.	=	§. 629'.	§. 629.
= 366.	= 8.	=	Tang $\frac{1}{2}°$	Tang $1° \frac{1}{2}°$
= 378.	= 21.	=	Cosin ϑ^2	Cosin ϑ
= 383.	= 1.	=	A', B	A, B'
= 405.	= 19.	=	29.10000	2910000
= 432.	= 1.	=	die beygefügte Abhandlung st. die Abhandlung	
= 433.	= 9.	=	Genseane	Gensanne
= 545.	= 7.	=	Von da an setze man statt §. 210', 211', 212' 2c. bis zu Ende §. 230', 231', 232' 2c.	
